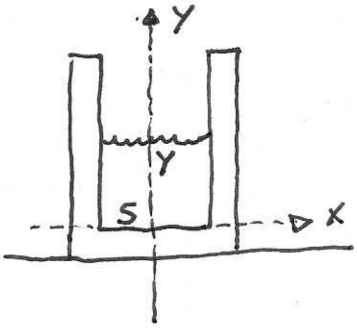


SISTEMA DI COORDINATE USATO NELLA SOLUZIONE. Y È LA QUOTA.

→ SIA M LA MASSA DEL RECIPIENTE, H LA QUOTA DEL SUO CENTRO DI MASSA ED S L'AREA DI BASE DEL SUO INTERNO.

→ SIA ρ LA DENSITÀ DEL LIQUIDO E CHIAMIAMO Y LA QUOTA DELLA SUA SUPERFICIE LIBERA

→ QUINDI LA MASSA DEL LIQUIDO VALE $m = \rho S Y$ E L'ALTEZZA DEL CENTRO DI MASSA DEL LIQUIDO VALE $h = \frac{Y}{2}$

→ CALCOLIAMO LA QUOTA DEL CENTRO DI MASSA DEL SISTEMA RECIPIENTE + LIQUIDO

$$Y_{CM} = \frac{M \cdot H + mh}{M + m} = \frac{M \cdot H + \rho S \frac{Y^2}{2}}{M + \rho S Y} \quad (1)$$

→ PER MINIMIZZARLA CALCOLIAMO LA DERIVATA RISPETTO AD Y E LA PONIAMO UGUALE A ZERO

$$\frac{dY_{CM}}{dY} = 0 \qquad \cancel{2}\cancel{\rho}\cancel{S}\frac{Y}{\cancel{2}}(M + \rho S Y) - \cancel{\rho}\cancel{S}\left(M \cdot H + \rho S \frac{Y^2}{2}\right) = 0$$

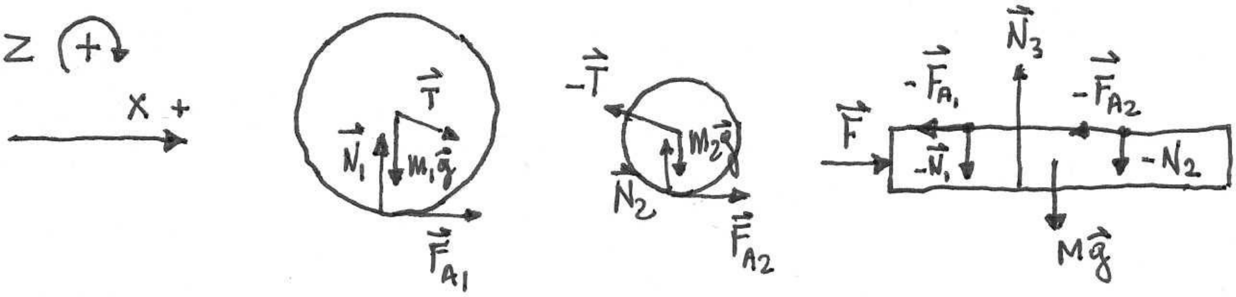
$$\downarrow$$

$$Y = \frac{M \cdot H + \rho S \frac{Y^2}{2}}{M + \rho S Y} \quad (2)$$

QUESTA È LA Y CHE RENDE MINIMO Y_{CM}

→ PER CONFRONTO DIRETTO TRA (1) E (2) $Y_{CM} = Y$ SE Y È QUELLA CHE RENDE MINIMO Y_{CM}

C.V.D.



PRENDIAMO UN ASSE X ORIENTATO VERSO DESTRA E ROTAZIONI ORARIE POSITIVE SU Z. NON ANALIZZIAMO LE FORZE SU Y PERCHÈ LE FORZE $\vec{N}_i$ NON CI INTERESSANO. SIA T_x LA COMPONENTE ORIZZONTALE DELLA TENSIONE $\vec{T}$ SUL TELAIO. SCRIVIAMO LE EQ. CARDINALI PER I 3 OGGETTI:

$M, x)\quad F - F_{A_1} - F_{A_2} = M A_x \quad (1)$

$m_1, x)\quad F_{A_1} + T_x = m_1 a_x \quad (2)$

$m_1, z)\quad -F_{A_1} \cancel{R} = \frac{1}{2} m_1 R_1^{\cancel{2}} \alpha_1 \quad (3)$

$m_2, x)\quad F_{A_2} - T_x = m_2 a_x \quad (4)$

$m_2, z)\quad -F_{A_2} \cancel{R} = \frac{1}{2} m_2 R_2^{\cancel{2}} \alpha_2 \quad (5)$

IL TELAIO RIGIDO GARANTISCE CHE L'ACCELERAZIONE a_x DI m_1 E m_2 È LA STESSA. SCRIVIAMO LE CONDIZIONI DI ROTOLAMENTO PURO PER m_1 E m_2

$R_1 \alpha_1 = a_x - A_x \quad (6)$

$R_2 \alpha_2 = a_x - A_x \quad (7)$

– SOSTITUIAMO LA (6) NELLA (3) $\rightarrow -F_{A_1} = \frac{m_1}{2}(a_x - A_x) \quad (8)$

– DALLA (2) $a_x = \frac{F_{A_1}}{m_1} + \frac{T_x}{m_1}$ CHE SOSTITUITA NELLA (8) DÀ:

$$-F_{A_1} = \frac{m_1}{2}\left(\frac{F_{A_1}}{m_1} + \frac{T_x}{m_1} - A_x\right) \rightarrow -2F_{A_1} = F_{A_1} + T_x - m_1 A_x \rightarrow F_{A_1} = \frac{m_1}{3} A_x - \frac{T_x}{3} \quad (9)$$

– CON GLI STESSI PASSAGGI, USANDO (7), (5) E (4) $F_{A_2} = \frac{m_2}{3} A_x + \frac{T_x}{3} \quad (10)$

SOSTITUENDO (9) E (10) NELLA (1):

$$F - \frac{m_1}{3} A_x + \cancel{\frac{T_x}{3}} - \frac{m_2}{3} A_x - \cancel{\frac{T_x}{3}} = M A_x \rightarrow F = A\left(M + \frac{m_1}{3} + \frac{m_2}{3}\right)$$

E QUINDI

$$A_x = \frac{3F}{(3M + m_1 + m_2)} \quad \checkmark$$

LE ALTRE INCOGNITE DEL SISTEMA:

$$T_x = 0 \qquad a_x = \frac{F}{(3M + m_1 + m_2)}$$

$$F_{A_1} = \frac{m_1 F}{(3M + m_1 + m_2)} \qquad \alpha_1 = \frac{-2F}{R_1 (3M + m_1 + m_2)}$$

$$F_{A_2} = \frac{m_2 F}{(3M + m_1 + m_2)} \qquad \alpha_2 = \frac{-2F}{R_2 (3M + m_1 + m_2)}$$

→ LA LEGGE DI STATO DEI GAS PERFETTI SI PUÒ SCRIVERE $PV=NkT$ DOVE $k=R/N_A$ È LA COSTANTE DI BOLTZMANN. LA APPLICHIAMO A 1 BOLLA.
SI HA $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ E $S=4\pi r^2$. SICCOME $\frac{dN}{dt}=\gamma S \to \frac{dN}{dt}=\gamma\cdot 4\pi r^2$

DERIVIAMO L'EQ DI STATO RISPETTO AL TEMPO:

$$\frac{d}{dt}[P\cdot V]=\frac{d}{dt}[NkT] \to P \text{ E } T \text{ COSTANTI} \to P\frac{dV}{dt}=\frac{dN}{dt}\cdot kT \to$$

$$\to P\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)=\gamma\cdot 4\pi r^2 kT \to \frac{\cancel{4\pi}}{3}P\cdot\frac{dr^3}{dr}\frac{dr}{dt}=\gamma\cdot\cancel{4\pi}r^2 kT \to$$

$$\to \frac{P}{\cancel{3}}\cancel{3}\cancel{r^2}\frac{dr}{dt}=\gamma\cancel{r^2}kT \to \frac{dr}{dt}=\frac{\gamma kT}{P}=\text{COSTANTE}$$ DA CUI

$$\int_{r_0}^{r}dr=\frac{\gamma kT}{P}\int_0^t dt \to \boxed{a)\quad r=r_0+\frac{\gamma kT}{P}t}$$

→ PRENDIAMO UN ASSE Z RIVOLTO VERSO L'ALTO. ABBIAMO 3 FORZE.

1) PESO $F_{P_z}=-mg$ CON $m=$ MASSA DELLA BOLLICINA

2) ARCHIMEDE $F_{A_z}=+\rho Vg=+\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3 g=+\frac{4}{3}\pi\rho g\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)^3$

3) RESISTENZA $F_{R_z}=-6\pi\mu r\frac{dz}{dt}=-6\pi\mu\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)\frac{dz}{dt}$ QUINDI

$$\boxed{b)\quad m\frac{d^2z}{dt^2}=-mg+\frac{4}{3}\pi\rho g\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)^3-6\pi\mu\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)\frac{dz}{dt}}$$

TRASCURIAMO I TERMINI CON m

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4\pi}}}{3}\rho g\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)^{\cancel{3}\,2}=\overset{3}{\cancel{6\pi}}\mu\cancel{\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)}\frac{dz}{dt}$$

$$3\mu\frac{dz}{dt}=\frac{2}{3}\rho g\left(r_0+\frac{\gamma kT}{P}t\right)^2 \to \int_0^z dz=\frac{2\rho g}{9\mu}\int_0^t\left(r_0^2+\frac{2\gamma kT}{P}t+\left(\frac{\gamma kT}{P}\right)^2 t^2\right)dt$$

$$\to \boxed{c) \to z=\frac{2\rho g}{9\mu}\left(r_0^2 t+\frac{\gamma kT}{P}t^2+\frac{1}{3}\left(\frac{\gamma kT}{P}\right)^2 t^3\right)}$$

d)