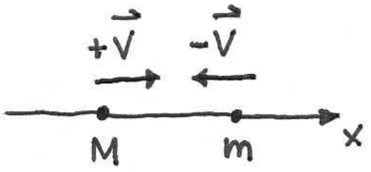
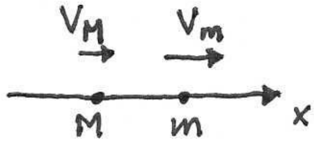


PRIMA DELL'URTO



DOPO L'URTO

CHIAMIAMO V_M E V_m LE COMPONENTI X DELLE VELOCITÀ DI M E m DOPO L'URTO. LA VELOCITÀ DI AVVICINAMENTO VALE $V_{AVV} = +V - (-V) = 2V$, QUELLA DI ALLONTANAMENTO $V_{ALL} = V_m - V_M$.

SCRIVIAMO CONSERVAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO E $V_{AVV} = V_{ALL}$

$$\begin{cases} MV - mV = MV_M + mV_m \\ 2V = V_m - V_M \rightarrow V_M = V_m - 2V \end{cases} \rightarrow MV - mV = MV_m - 2MV + mV_m$$

$$V_m = \frac{(3M-m)}{(M+m)} V \quad (1)$$

SI DEVE AVERE $m > 0$ E PER AVERE INVERSIONE DEL SENSO DI MOTO $V_m > 0 \rightarrow m < 3M$, QUINDI: $0 < m < 3M$. STUDIAMO ALLORA L'ENERGIA CINETICA $K = \frac{1}{2} m \left(\frac{3M-m}{M+m}\right)^2 V^2$ NELL'INTERVALLO $0 < m < 3M$.

NOTIAMO SUBITO CHE AGLI ESTREMI DELL'INTERVALLO $K = 0$ E ALL'INTERNO DELL'INTERVALLO $K > 0$, PER CUI SE ESISTE 1 SOLO VALORE DI m PER CUI $\frac{dK}{dm} = 0$ SI HA PER TALE VALORE DI m UN MASSIMO DI K

$$\frac{dK}{dm} = \frac{1}{2}V^2\left[1 \cdot \frac{(3M-m)^2}{(M+m)^2} + m \cdot 2\frac{(3M-m)}{(M+m)} \cdot \frac{-1(M+\cancel{m}) - 1(3M-\cancel{m})}{(M+m)^2}\right] = 0$$

$$\frac{(3M-m)^{\cancel{2}}(M+m) - 2m\cancel{(3M-m)}(4M)}{(M+m)^3} = 0$$

$$3M^2 + 3Mm - Mm - m^2 - 8Mm = 0$$

$$m^2 + 6Mm - 3M^2 = 0 \rightarrow m = \frac{-3M \pm \sqrt{9M^2 + 3M^2}}{1} = -3M \pm 2\sqrt{3}M$$

E SCEGLIENDO LA RADICE POSITIVA

$$\boxed{m = (-3 + 2\sqrt{3})M}$$

PER EVITARE DI USARE IN SEGUITO M_T E G USIAMO L'UGUAGLIANZA

$$\cancel{m}g = \frac{GM_T\cancel{m}}{R_T^2} \quad (1)$$

UGUAGLIANDO POI SU UN'ORBITA CIRCOLARE LA FORZA DI GRAVITÀ CON LA FORZA CENTRIFUGA:

$$\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} = \frac{GM_T\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} \quad (2)$$

ED UTILIZZANDO L'EQ (1)

$$v^2 = \frac{GM_T}{R_T^2}\frac{R_T^2}{r} \rightarrow \boxed{a)\ v = R_T\sqrt{\frac{g}{r}}} \quad (3)$$

PER L'ENERGIA, SICURAMENTE $K = \frac{1}{2}mv^2$, E USANDO LA (2)

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{GM_T m}{r}\right) = -\frac{1}{2}U \quad \text{PER CUI} \quad K+U=E \rightarrow K-2K=E$$

DA CUI $E=-K \rightarrow$ b) $\boxed{E = -\frac{1}{2}mv^2}$ (4)

SE $\Delta E \ll E$ ALLORA ANCHE $\Delta v \ll v$ E ALLORA CON ΔE E Δv "PICCOLI"

$$\frac{\Delta E}{\Delta v} \simeq \frac{dE}{dv} \rightarrow \Delta E = \frac{dE}{dv}\Delta v \overset{(4)}{=} \left[-\frac{1}{\cancel{2}}m\cdot\cancel{2}v\right]\Delta v \rightarrow \frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta E}{mv^2}$$

E SOSTITUENDO v DALLA (3)

$$\boxed{c)\ \frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta E\, r}{mg R_T^2}} \quad (5)$$

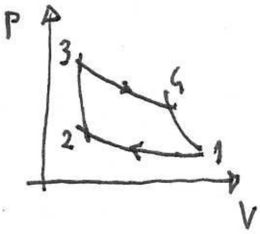
VISTO QUEL SEGNO MENO, SE $\Delta E < 0$ COME SCRITTO NEL TESTO, ALLORA $\frac{\Delta v}{v} > 0$, QUINDI

$$\boxed{d)\ \Delta v > 0,\ v \text{ aumenta}}$$

INSERENDO I VALORI NUMERICI

$$\boxed{e)\ \frac{\Delta v}{v} \simeq 0{,}15\ 10^{-6}\ \text{PER ORBITA}}$$

CIOÈ L'AUMENTO RELATIVO DI VELOCITÀ VALE POCO PIÙ DI UN DECIMILIONESIMO PER ORBITA (~ 93 MINUTI) MENTRE IL RAGGIO DELL'ORBITA DIMINUISCE PROPORZIONALMENTE.



LE TRASFORMAZIONI $2 \to 3$ E $4 \to 1$ SONO ADIABATICHE QUINDI NON PRESENTANO SCAMBIO DI CALORE. CALCOLEREMO QUELLO SCAMBIATO SULLE TRASFORMAZIONI $1 \to 2$ E $3 \to 4$ UTILIZZANDO IL PRIMO PRINCIPIO $\Delta U = Q + W \to Q = \Delta U - W$

COMINCIAMO CON $3 \to 4$, SULLA QUALE $P_3\sqrt{V_3} = P\sqrt{V} = P_4\sqrt{V_4}$ ①

$$\Delta U_{3\to4} = nc_v(T_4 - T_3) = \frac{\cancel{n}c_v}{\cancel{n}R}(P_4V_4 - P_3V_3) = \frac{5}{2}\left(P_4\sqrt{V_4}\sqrt{V_4} - P_3\sqrt{V_3}\sqrt{V_3}\right) \underset{①}{=}$$

$$= \frac{5}{2}P_3\sqrt{V_3}\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right)$$

GAS BIATOMICO QUINDI $c_v = \frac{5}{2}R$

$$W_{3\to4} = -\int_3^4 P\,dV \underset{①}{=} -P_3\sqrt{V_3}\int_3^4 \frac{dV}{\sqrt{V}} = -P_3\sqrt{V_3}\left[2\sqrt{V}\right]_3^4 = -2P_3\sqrt{V_3}\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right)$$

$$Q_{3\to4} = \Delta U_{3\to4} - W_{3\to4} = \left(\frac{5}{2} + 2\right)P_3\sqrt{V_3}\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right) = \frac{9}{2}P_3\sqrt{V_3}\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right)$$

QUESTO CALORE È MAGGIORE DI ZERO PERCHÈ $V_4 > V_3$, QUINDI SI TRATTA DI CALORE CALDO $Q_C = Q_{3\to4} = \frac{9}{2}P_3\sqrt{V_3}\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right)$

CON PROCEDIMENTO <u>IDENTICO</u> SI TROVA CHE

$$Q_{1\to2} = \frac{9}{2}P_2\sqrt{V_2}\left(\sqrt{V_2} - \sqrt{V_1}\right)$$

QUESTO CALORE È MINORE DI ZERO PERCHÈ $V_2 < V_1$, PER CUI

$$Q_F = |Q_{1\to2}| = -Q_{1\to2} = \frac{9}{2}P_2\sqrt{V_2}\left(\sqrt{V_1} - \sqrt{V_2}\right)$$

PER L'EFFICIENZA ALLORA

$$\varepsilon = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} = 1 - \frac{\cancel{\frac{9}{2}}P_2\sqrt{V_2}\left(\sqrt{V_1} - \sqrt{V_2}\right)}{\cancel{\frac{9}{2}}P_3\sqrt{V_3}\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right)}$$

MA 2 E 3 SONO SULLA STESSA ADIABATICA, QUINDI $P_2V_2^\gamma = P_3V_3^\gamma \to \frac{P_2}{P_3} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^\gamma = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{7}{5}}$

INOLTRE $\frac{\sqrt{V_2}}{\sqrt{V_3}} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{-\frac{1}{2}}$

QUINDI $\frac{P_2\sqrt{V_2}}{P_3\sqrt{V_3}} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{7}{5}} \cdot \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{7}{5}-\frac{1}{2}} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{9}{10}}$ ED ALLORA

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{9}{10}}\frac{\left(\sqrt{V_1} - \sqrt{V_2}\right)}{\left(\sqrt{V_4} - \sqrt{V_3}\right)}$$