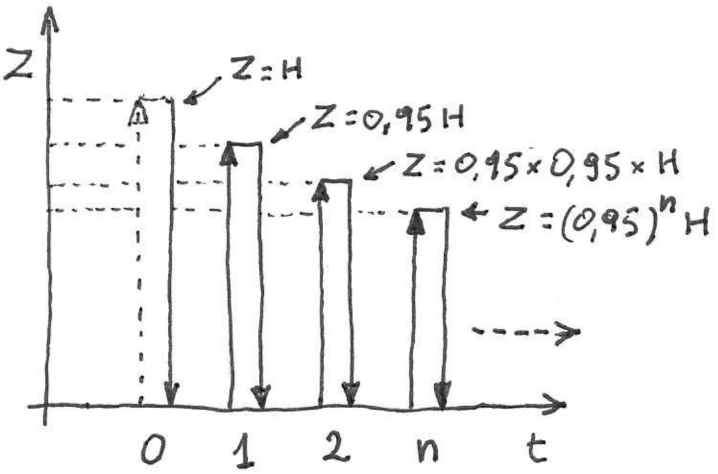


SUPPONIAMO PER COMODITÀ CHE IL MOTO PARTA DA TERRA CON VELOCITÀ $\sqrt{2gH}$ IN MODO DA ARRIVARE DOPO IL "RIMBALZO ZERO" AD ALTEZZA H. DOPO IL RIMBALZO 1 L'ALTEZZA RAGGIUNTA SARÀ 0,95 H POICHÉ SI È PERSO IL 5% DI ENERGIA E QUINDI IL 5% DI QUOTA MAX VISTO CHE $E = mgh_{MAX}$. LA QUOTA RAGGIUNTA DOPO L'N-ESIMO RIMBALZO SARÀ $(0,95)^n H$. PER LO SPAZIO TOTALE PERCORSO, RICORDANDO CHE BISOGNA SOTTRARRE UN H DELLA "SALITA ZERO", SI HA:

$$S = 2\cdot H + 2\cdot(0,95)H + 2\cdot(0,95)^2 H + \cdots - H =$$

$$= S = 2H\sum_{n=0}^{\infty}(0,95)^n - H =$$

$$= S = \frac{2H}{1-0,95} - H = \frac{2H}{0,05} - H = \frac{2H}{1/20} - H =$$

$$= S = 39\,H$$

PER QUANTO RIGUARDA IL TEMPO IMPIEGATO, VISTO CHE $t = \sqrt{\frac{2h_{MAX}}{g}}$

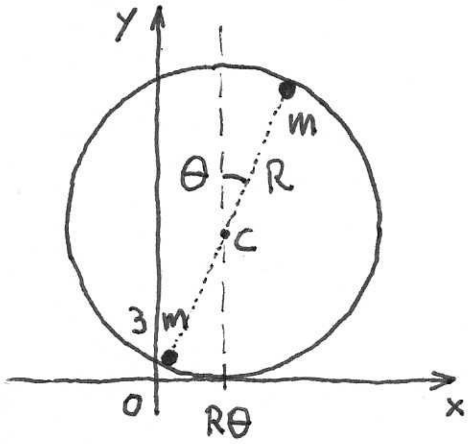
$$T = 2\sqrt{\frac{2H}{g}} + 2\sqrt{\frac{2\cdot(0,95)H}{g}} + 2\sqrt{\frac{2\cdot(0,95)^2 H}{g}} + \cdots - \sqrt{\frac{2H}{g}} =$$

$$= T = 2\sqrt{\frac{2H}{g}}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\sqrt{0,95}\right)^n - \sqrt{\frac{2H}{g}} =$$

$$= T = \left(\frac{2}{1-\sqrt{0,95}} - 1\right)\sqrt{\frac{2H}{g}} \simeq 78\sqrt{\frac{2H}{g}}$$

IN QUESTA SCHEMATIZZAZIONE IL NUMERO DI RIMBALZI È INFINITO, INFATTI DOPO OGNI RIMBALZO L'ENERGIA MECCANICA VIENE RIDOTTA MA MAI AZZERATA

D



$$\begin{cases} X_c = R\theta \\ Y_c = R \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_{3m} = R\theta - R\sin\theta \\ Y_{3m} = R - R\cos\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} X_m = R\theta + R\sin\theta \\ Y_m = R + R\cos\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{X}_{3m} = R\dot{\theta} - R\cos\theta\dot{\theta} \\ \dot{Y}_{3m} = R\sin\theta\dot{\theta} \end{cases} \qquad \begin{cases} \dot{X}_m = R\dot{\theta} + R\cos\theta\dot{\theta} \\ \dot{Y}_m = -R\sin\theta\dot{\theta} \end{cases}$$

$$U = 3mgY_{3m} + mgY_m = mg\left(3R - 3R\cos\theta + R + R\cos\theta\right) =$$

$$= 4mgR - 2mgR\cos\theta \approx 4mgR - 2mgR\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right) =$$

$$= 2mgR + mgR\theta^2$$ ED ELIMINANDO $2mgR$ CHE È COSTANTE

$$U \approx mgR\theta^2 \quad ①$$

$$K = \frac{1}{2}3m\left(\dot{X}_{3m}^2 + \dot{Y}_{3m}^2\right) + \frac{1}{2}m\left(\dot{X}_m^2 + \dot{Y}_m^2\right) =$$

$$= \frac{m}{2}\Big[3R^2\dot{\theta}^2 + 3R^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2 - 6R^2\cos\theta\dot{\theta}^2 + 3R^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2 + R^2\dot{\theta}^2 + R^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2 +$$
$$+ 2R^2\cos\theta\dot{\theta}^2 + R^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2\Big] =$$

$$= \frac{mR^2}{2}\left[4 + 4\cos^2\theta + 4\sin^2\theta - 4\cos\theta\right]\dot{\theta}^2 = 2mR^2\left[2 - \cos\theta\right]\dot{\theta}^2 =$$

$$\cong 2mR^2\left[2 - 1 + \frac{\theta^2}{2}\right]\dot{\theta}^2 = 2mR^2\dot{\theta}^2 + mR^2\theta^2\dot{\theta}^2$$ ED ELIMINANDO $mR^2\theta^2\dot{\theta}^2$ CHE È UN INFINITESIMO DEL 4° ORDINE

$$K \approx 2mR^2\dot{\theta}^2$$ IMPONIAMO LA CONSERVAZIONE DI E

$$\frac{dE}{dt} = 0 \qquad \frac{d}{dt}\left(mgR\theta^2 + 2mR^2\dot{\theta}^2\right) = 0 \qquad mR\left(2g\theta\dot{\theta} + 4R\dot{\theta}\ddot{\theta}\right) = 0$$

$$2mR\dot{\theta}\left(g\theta + 2R\ddot{\theta}\right) = 0 \qquad \ddot{\theta} + \frac{g}{2R}\theta = 0$$

DA CUI $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{2R}}$ E $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$

IL GAS SI TROVA INIZIALMENTE A TEMPERATURA $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}$

SIANO P, V, T LE VARIABILI TERMODINAMICHE DEL GAS IN UNO STATO X QUALSIASI DELLA TRASFORMAZIONE. UTILIZZANDO LA LEGGE DATA NEL TESTO DEL PROBLEMA:

$$\Delta S_{1 \to X} = n c_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - n c_p \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) = n c_p \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) \quad (1)$$

DALTRONDE UTILIZZANDO LA FORMULA SEMPRE VALIDA PER LE VARIAZIONI DI ENTROPIA DI UN GAS PERFETTO:

$$\Delta S_{1 \to X} = n c_v \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_1}\right) \quad (2)$$

UGUAGLIAMO LA (1) E LA (2)

$$\cancel{n} c_p \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) = \cancel{n} c_v \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + \cancel{n} R \ln\left(\frac{V}{V_1}\right)$$

$$(c_p - c_v) \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) = R \ln\left(\frac{V}{V_1}\right)$$

$$\cancel{R} \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) = \cancel{R} \ln\left(\frac{V}{V_1}\right)$$

$$\frac{T}{T_1} = \frac{V}{V_1} \rightarrow \frac{T}{V} = \frac{T_1}{V_1} \rightarrow \frac{P}{\cancel{nR}} = \frac{P_1}{\cancel{nR}} \rightarrow P = P_1$$

ABBIAMO SCOPERTO CHE SI TRATTA DI UNA TRASFORMAZIONE A P COSTANTE, PER CUI

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P\, dV = -P_1 \int_{V_1}^{V_2} dV = -P_1 (V_2 - V_1)$$