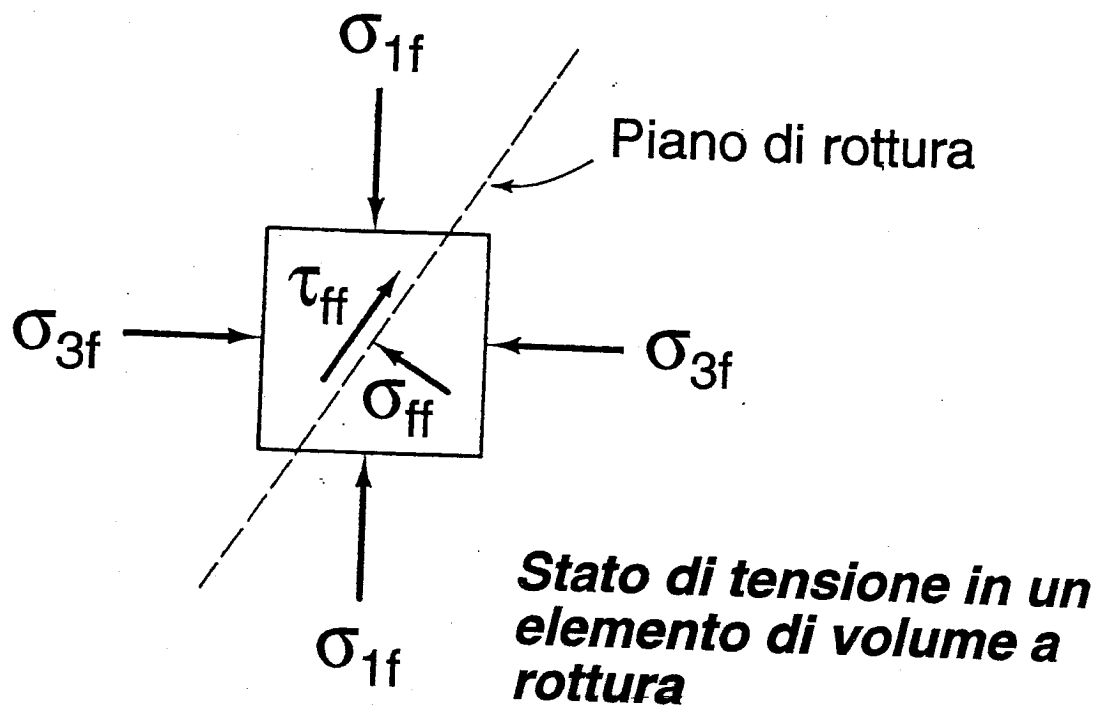
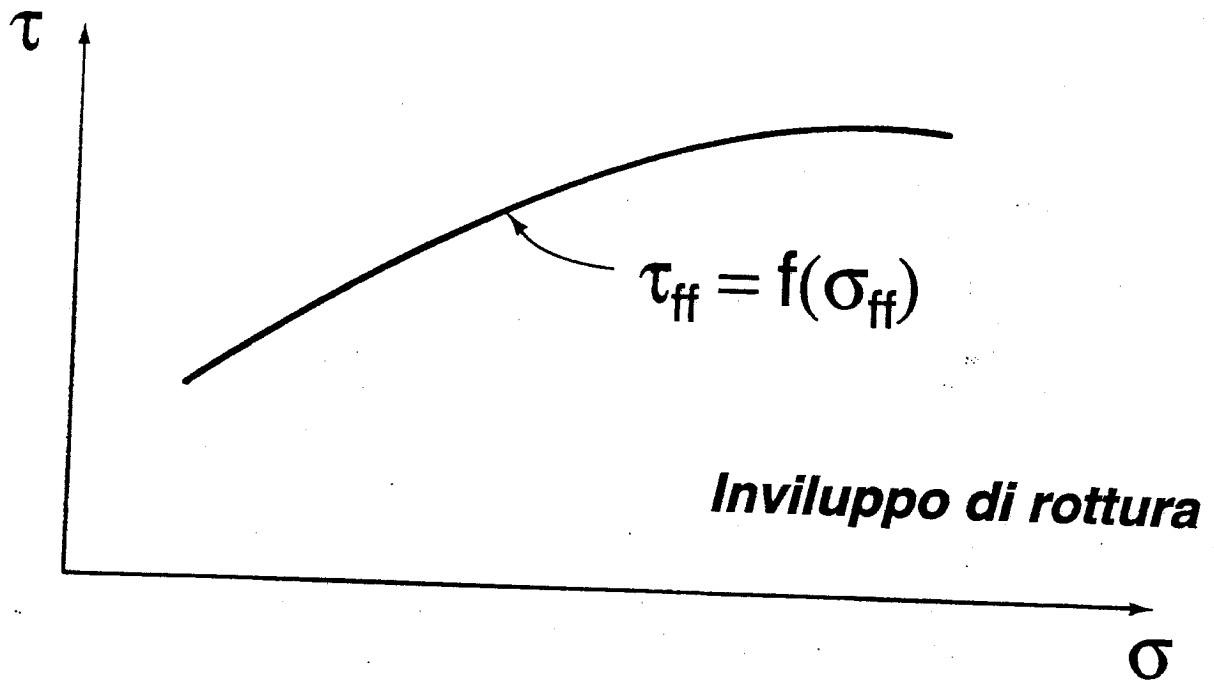


RESISTENZA AL TAGLIO: CONCETTI INTRODUTTIVI

CRITERIO DI ROTTURA



CRITERIO DI ROTTURA

$$\tau_{ff} = c + \sigma_{ff} \tan \varphi$$

Coulomb (1773)

$$\tau_{ff} = c' + (\sigma_{ff} - u) \tan \varphi'$$

Terzaghi (1923)

Assunzioni implicite; involucro di rottura rettilineo ed indipendente dalla σ_2' .

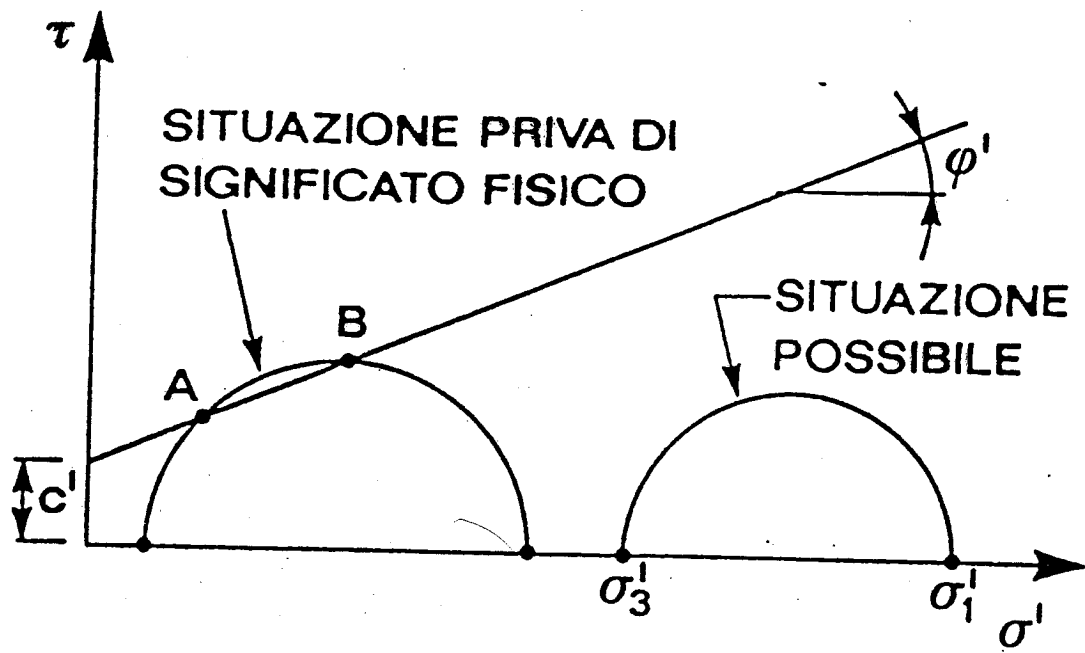
σ_{ff}' = tensione totale normale al piano di rottura all'istante di rottura.

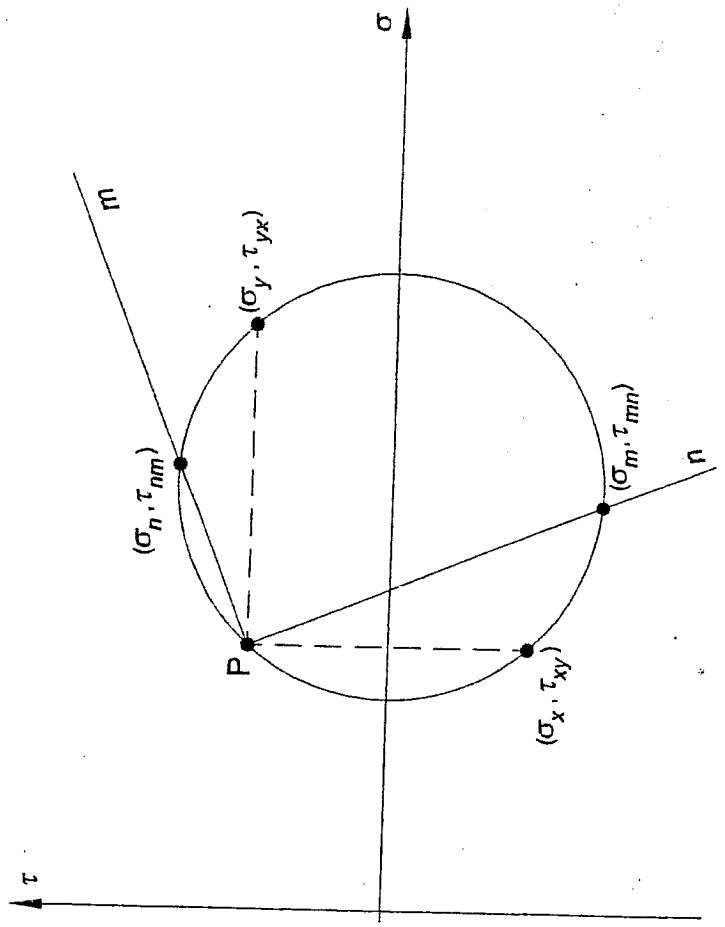
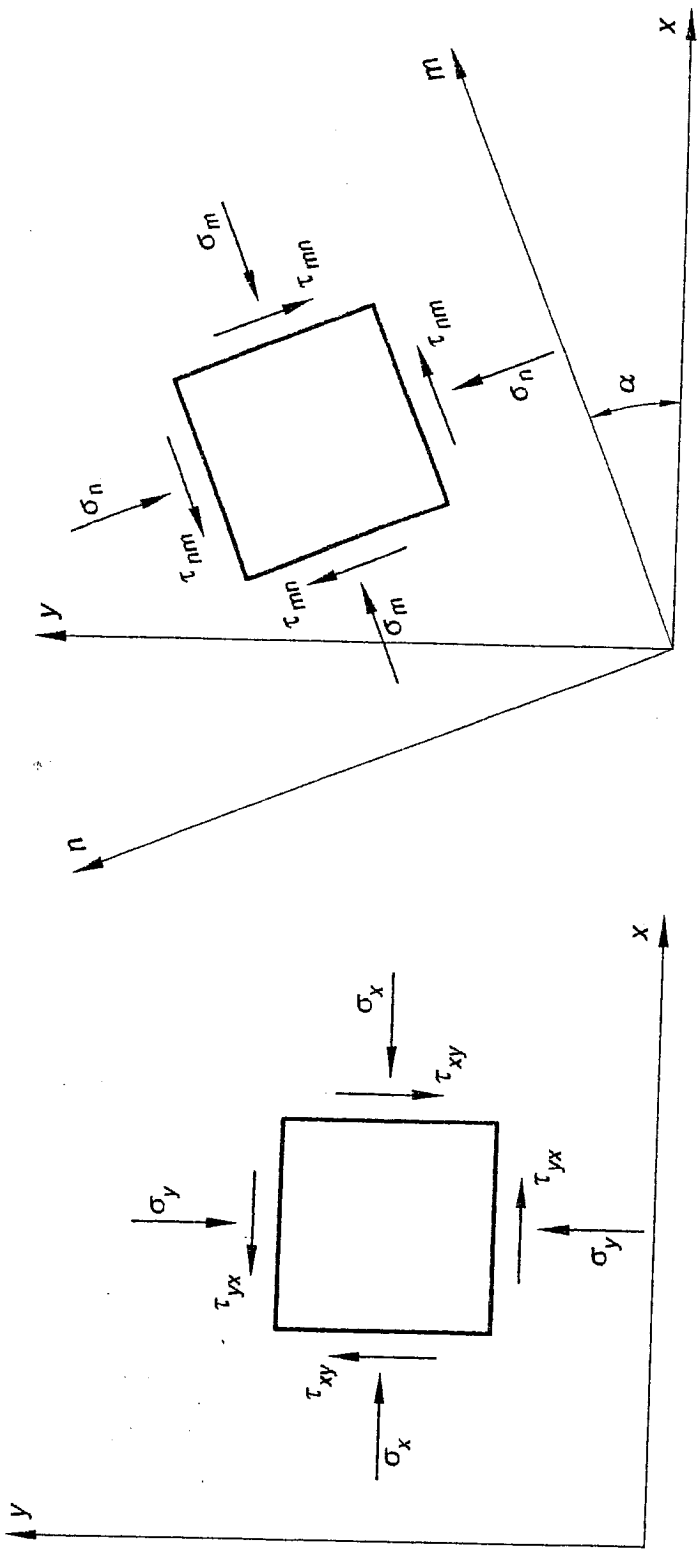
τ_{ff} = sforzo di taglio sul piano di rottura all'istante di rottura = resistenza al taglio del materiale.

u = pressione interstiziale sul piano di rottura all'istante di rottura.

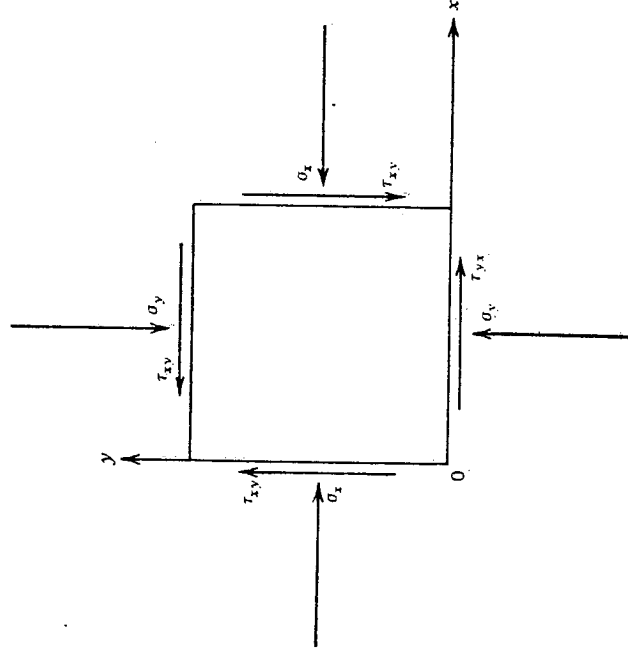
$\left. \begin{matrix} c \\ c' \end{matrix} \right\}$ = coesione apparente;

$\left. \begin{matrix} \varphi \\ \varphi' \end{matrix} \right\}$ = angolo di resistenza al taglio





STATO DI TENSIONE PIANO



$$\text{TRE COMPONENTI: } \{\sigma\}_{xy} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$

STATO DI TENSIONE PIANO

TENSIONI NORMALI E TANGENZIALI ATTORNO AL PUNTO

$$AB=1 \quad OA=\cos\alpha \quad OB=\sin\alpha$$

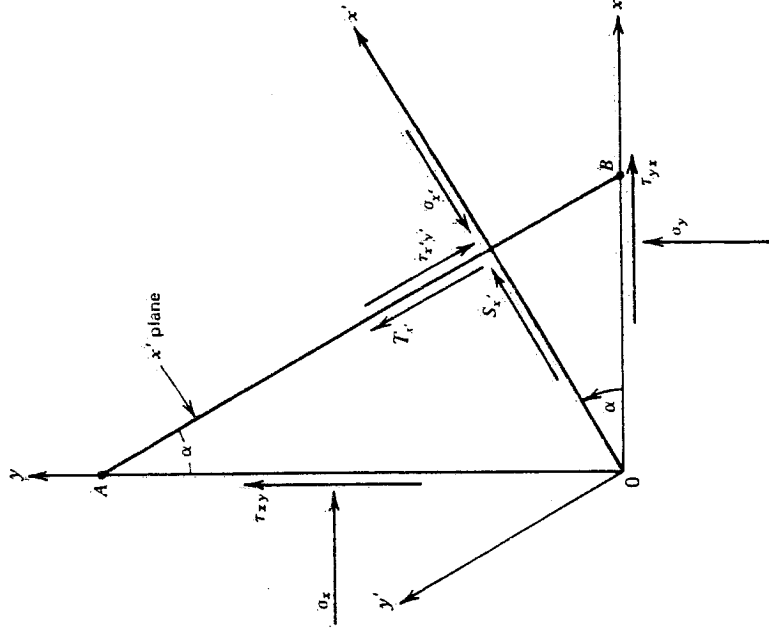
$$S_{x'} = (\sigma_x \cos\alpha) \cos\alpha + (\tau_{xy} \cos\alpha) \sin\alpha + (\sigma_y \sin\alpha) \sin\alpha + (\tau_{yx} \sin\alpha) \cos\alpha$$

$$S_{x'} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{yx} 2\sin\alpha \cos\alpha$$

$$T_{x'} = -(\sigma_x \cos\alpha) \sin\alpha + (\tau_{xy} \cos\alpha) \cos\alpha + (\sigma_y \sin\alpha) \cos\alpha - (\tau_{yx} \sin\alpha) \sin\alpha$$

$$T_{x'} = \sigma_x (-\sin\alpha \cos\alpha) + \sigma_y (\sin\alpha \cos\alpha) + \tau_{yx} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{x'} \\ \tau_{x'y'} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & \sin 2\alpha \\ -\frac{1}{2} \sin 2\alpha & \frac{1}{2} \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}$$



STATO DI TENSIONE PIANO

TENSIONI PRINCIPALI

$$0 = \sin 2\alpha \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} + \cos 2\alpha \tau_{xy}$$

$$\tan (2\alpha) = \frac{2 \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

σ_1 agisce nella direzione:

$$-\pi/2 < \alpha < \pi/2$$

$$\alpha \quad \text{se} \quad \sigma_x > \sigma_y$$

$$\alpha + \pi/2 \quad \text{se} \quad \sigma_x < \sigma_y \quad \text{e} \quad \tau_{xy} > 0$$

$$\alpha - \pi/2 \quad \text{se} \quad \sigma_x < \sigma_y \quad \text{e} \quad \tau_{xy} < 0$$

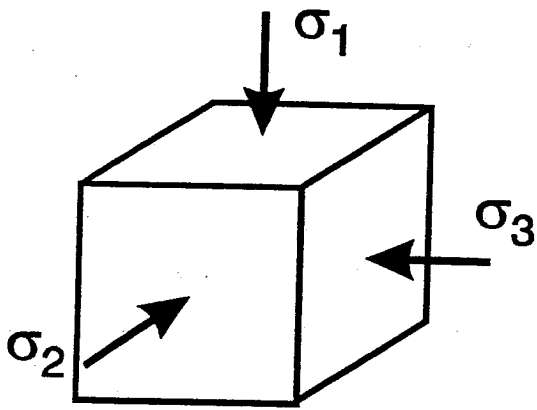
STATO DI TENSIONE PIANO

TENSIONI PRINCIPALI

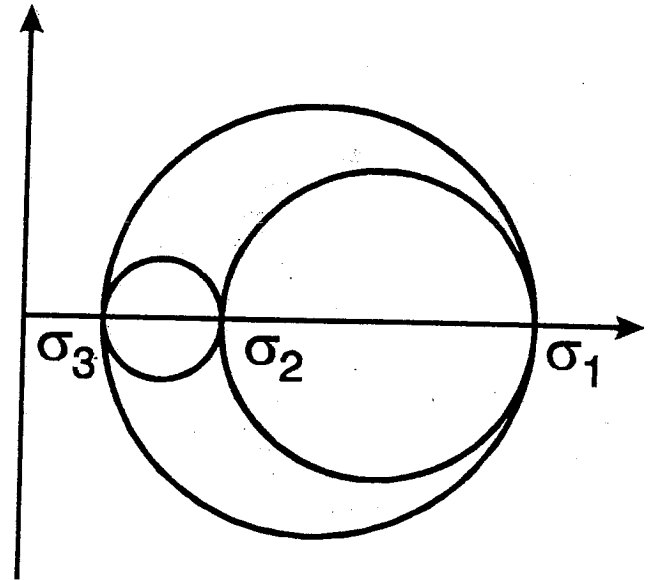
$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \left[\tau_{xy}^2 + \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 \right]^{1/2}$$

CERCHI DI MOHR STATO DI TENSIONI TRIDIMENSIONALE

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

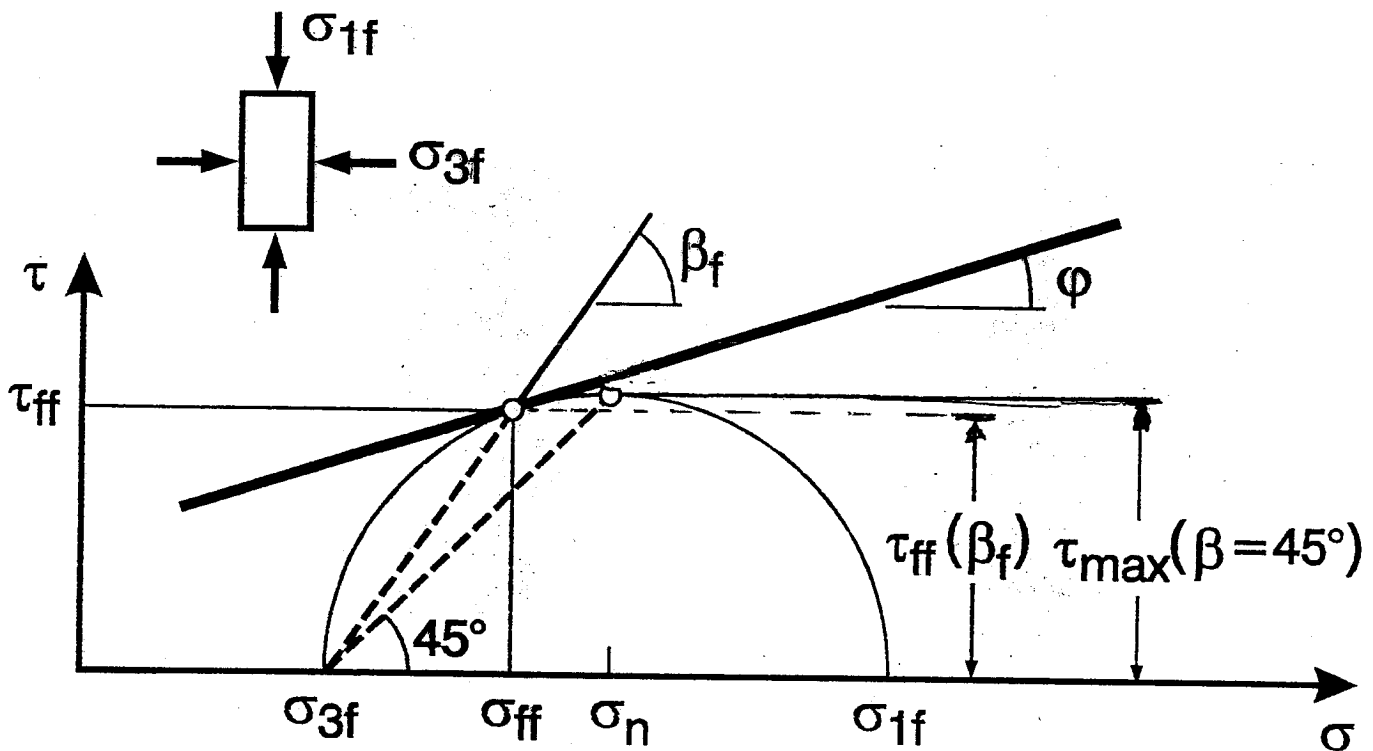


Tensioni



Cerchi di Mohr

STATO TENSIONIALE ALL'ISTANTE DI ROTTURA

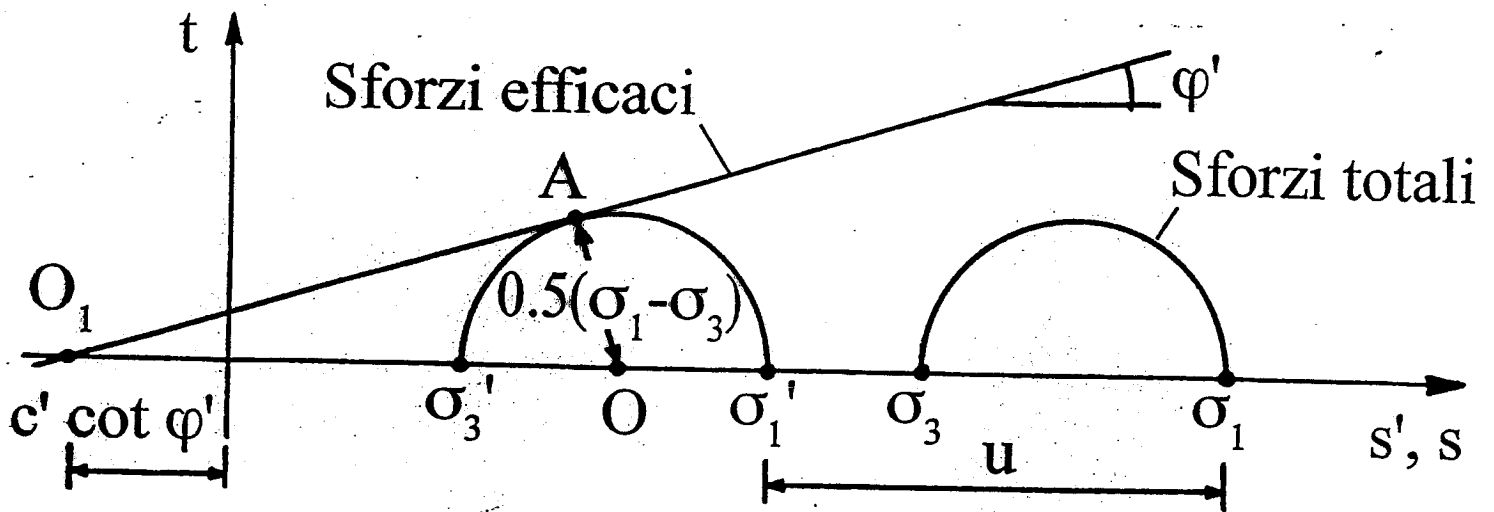


$$\tau_{\max}(\beta = 45^\circ) = \frac{1}{2}(\sigma_{1f} - \sigma_{3f}) > \tau_{ff}(\beta = \beta_f)$$

$\beta_f =$ piano di massima obliquità, $\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)_{\max}$

$\beta = 45^\circ =$ piano di taglio massimo, $\tau = \tau_{\max}$

CRITERIO DI ROTTURA IN TERMINI DI TENSIONI PRINCIPALI



$$\overline{O_1O} = \sigma_3 - u + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f + c' \cdot \cot \varphi'$$

$$\overline{OA} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f ; \widehat{O_1AO} = 90^\circ ; \overline{OA} = \overline{O_1O} \sin \varphi'$$

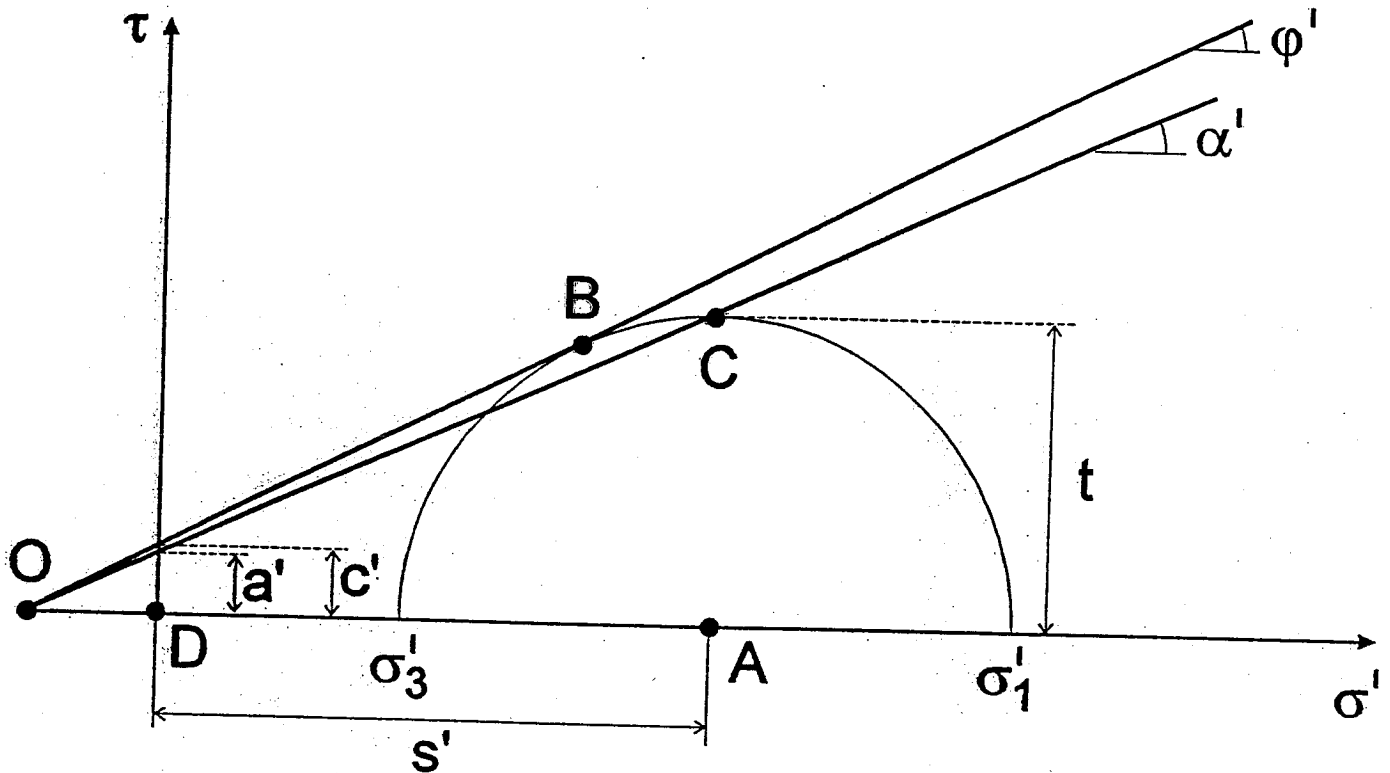
$$\therefore OA = O_1O \sin \varphi'$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \sin \varphi' \left[c' \cot \varphi' + (\sigma_3 - u) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \right]$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f (1 - \sin \varphi') = c' \cot \varphi' \sin \varphi' + (\sigma_3 - u) \sin \varphi'$$

$$\therefore \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{c' \cos \varphi' + (\sigma_3 - u) \sin \varphi'}{1 - \sin \varphi'}$$

INVILUPPI DI ROTTURA NEL PIANO $t-s'$



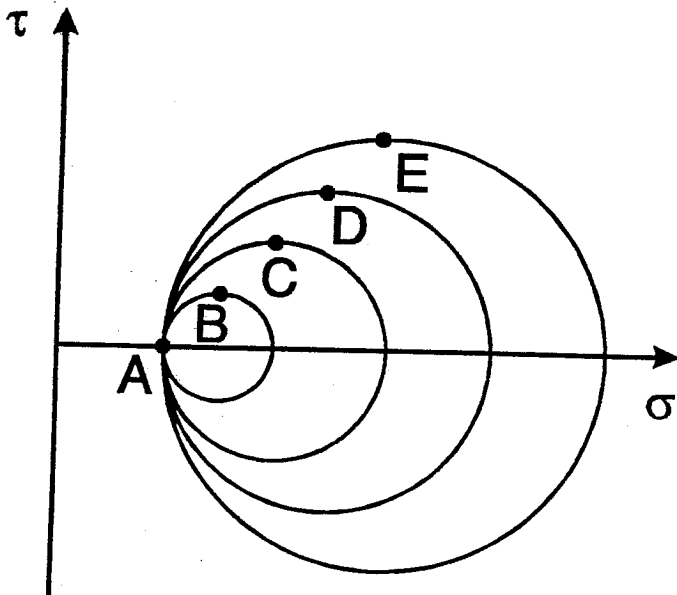
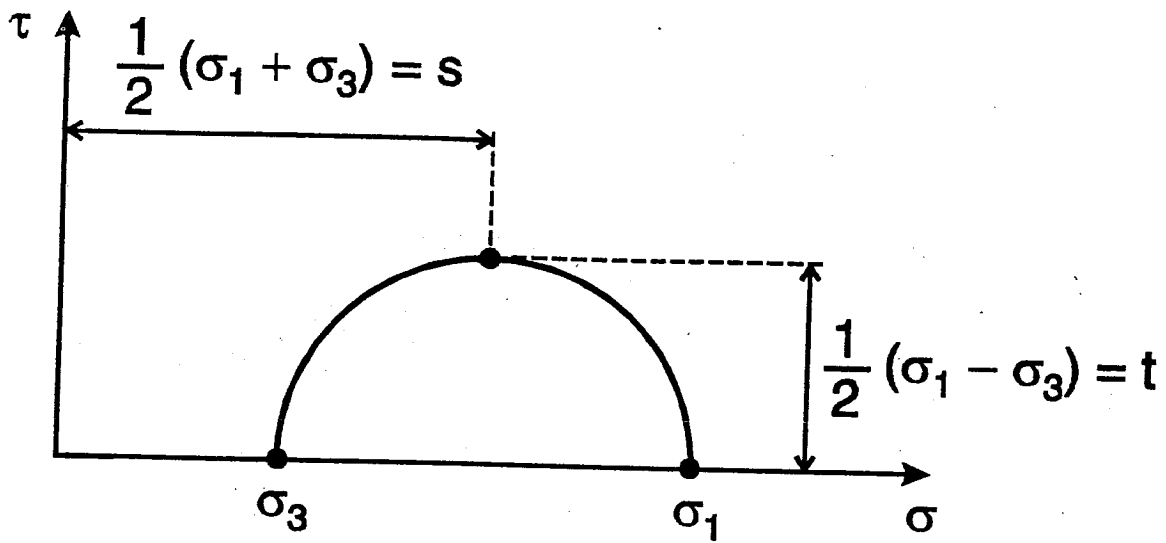
$$AC = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) = t; \quad AB = OA \sin \varphi'; \quad \frac{AC}{OA} = \tan \alpha'$$

essendo però $AC = AB \rightarrow \tan \alpha' = \sin \varphi'$

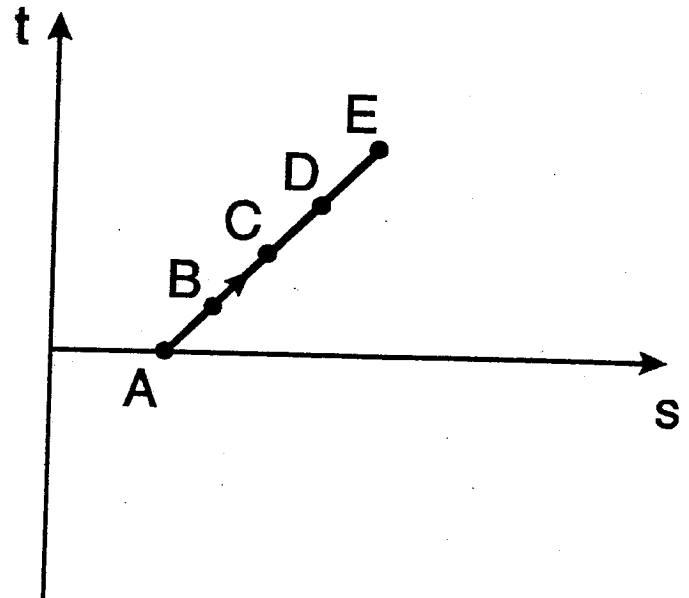
$OD = c' \cot \varphi' = a' \cot \alpha'$, di conseguenza:

$$c' = a' \frac{\tan \varphi'}{\tan \alpha'} = a' \frac{\tan \varphi'}{\sin \varphi'} = \frac{a'}{\cos \varphi'}$$

PERCORSI DI SOLLECITAZIONE → STRESS PATHS



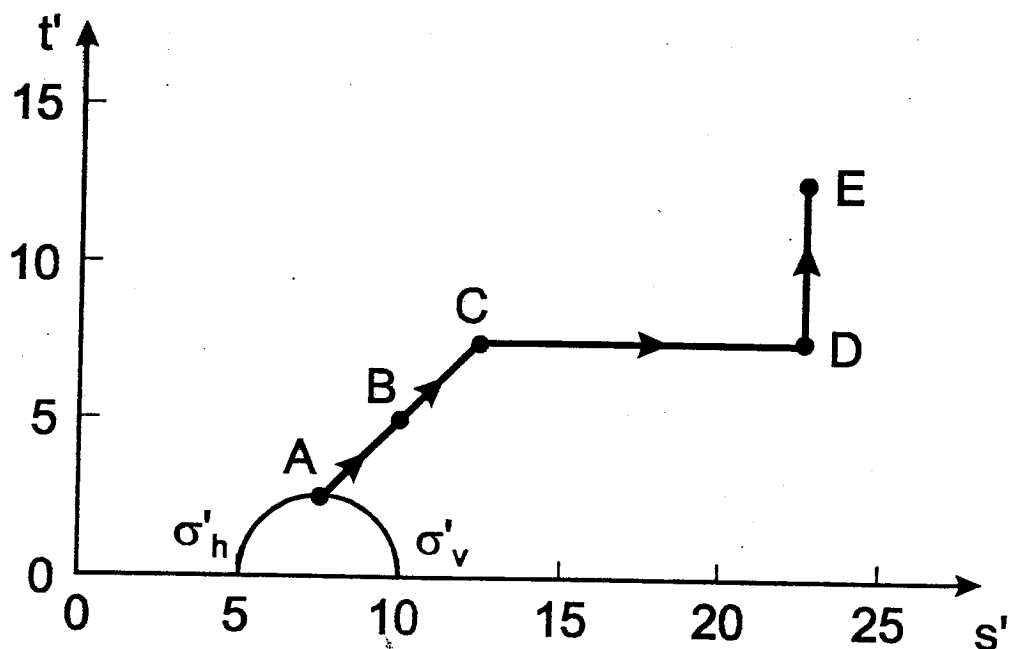
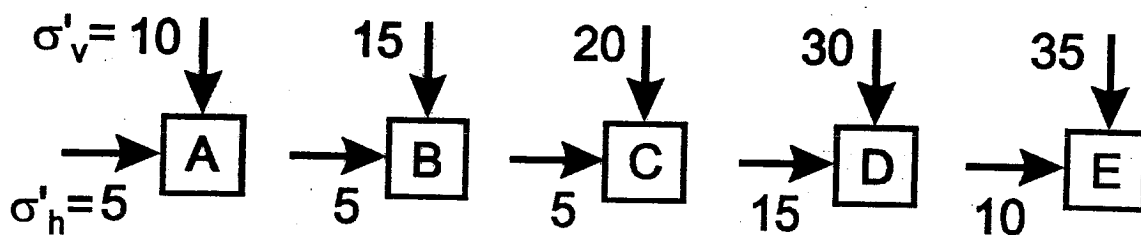
CERCHI DI MOHR



**STRESS PATH
CORRISPONDENTE**

PERCORSI DI SOLLECITAZIONI "Stress paths"

Storia dello stato tensionale descritta tramite variazione dei parametri t' e s' .



TIPI DI 'STRESS-PATHS'

In sforzi totali
(TSP)

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} ; \quad t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

In sforzi efficaci
(ESP)

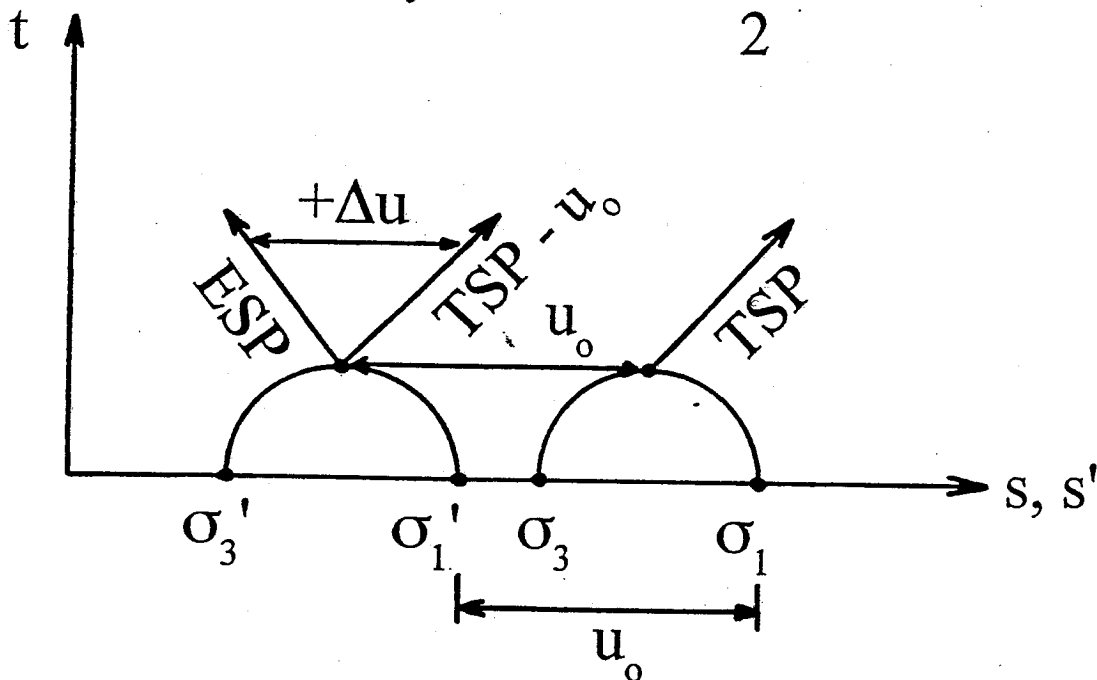
$$s' = \frac{(\sigma_1 - u_0 - \Delta u) + (\sigma_3 - u_0 - \Delta u)}{2}$$

$$t' = \frac{(\sigma_1 - u_0 - \Delta u) - (\sigma_3 - u_0 - \Delta u)}{2}$$

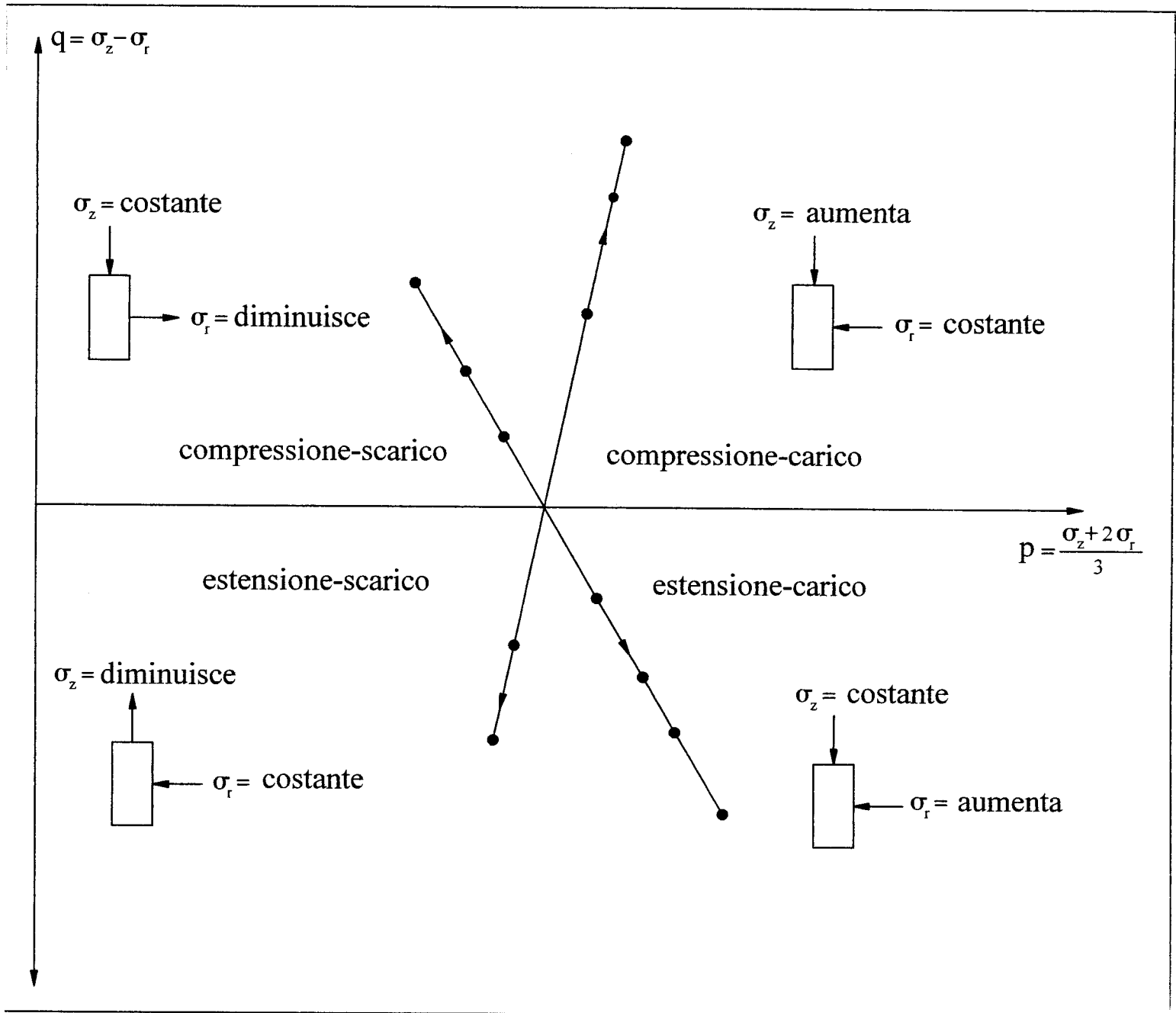
In sforzi totali - u_0
(TSP - u_0)

$$s = \frac{(\sigma_1 - u_0) + (\sigma_3 - u_0)}{2}$$

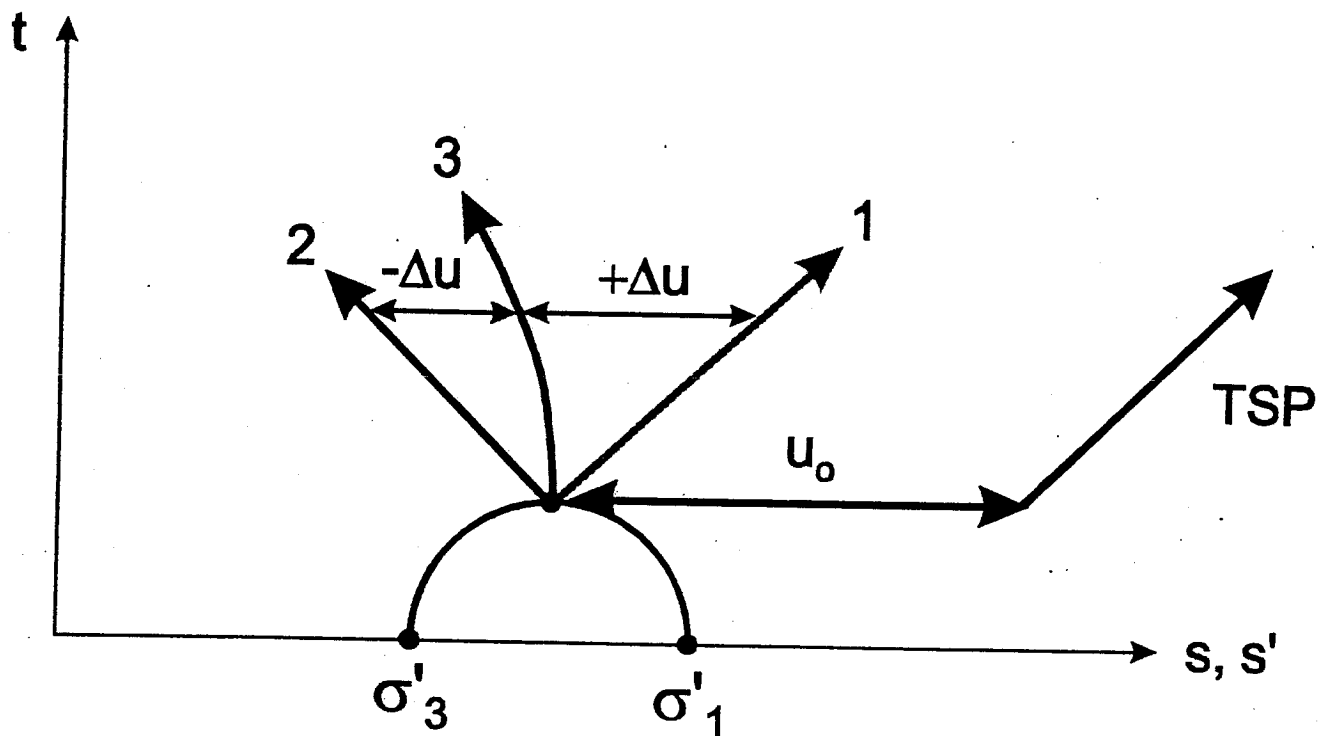
$$t = \frac{(\sigma_1 - u_0) - (\sigma_3 - u_0)}{2}$$



ATTENZIONE ! t [TSP] = t' [ESP] = t [TSP - u_0]



UNICITA' DELL'ESP IN CONDIZIONE NON DRENATA "Stress paths"



<u>1</u>	TSP - u_0 : $\Delta\sigma_1 > 0$; $\Delta\sigma_3 = 0$	}	Condizione non drenata
<u>2</u>	TSP - u_0 : $\Delta\sigma_3 < 0$; $\Delta\sigma_1 = 0$		
<u>3</u>	ESP unico in tutti i due casi		

TSP- u_0 : a destra dell'ESP, Δu positivo.

TSP- u_0 : a sinistra dell'ESP, Δu negativo.

N.B. In condizioni drenate $\Delta u=0$
TSP- u_0 e ESP coincidono.

USO PRATICO DEI PERCORSI DI SOLLECITAZIONE

- ✓ Scelta di un probabile meccanismo di rottura.
- ✓ Individuazione di un elemento di volume rappresentativo del terreno.
- ✓ Determinazione dello "stress path" seguito dall'elemento prescelto.
- ✓ Riproduzione in laboratorio di tale "stress-path", per la determinazione dei parametri geotecnici significativi per il problema esaminato.