SOLUZIONE COMPITO DEL 18 GENNAIO 2010

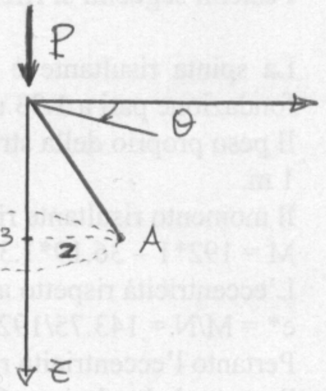
Esercizio 1

Sia dato un deposito sabbioso omogeneo caratterizzato nel seguente modo:
γ = 19 kN/m^3; φ' = 38°; c' = 0 kPa; E = 200 MPa; ν = 0.2; falda assente; piano campagna orizzontale.

Viene applicato un carico concentrato verticale in corrispondenza del piano campagna pari a P = 300 kN

Considerato il punto A, posto alla profondità z = 3 m da pc e ad una distanza radiale dal punto di applicazione di P pari a r = 2 m,

a) calcolare le tensioni agenti con riferimento ad un sistema di coordinate polari (z, r, θ).
b) calcolare direzione e intensità delle tensioni principali maggiori nei piani rz e θz;
c) qual è lo stato tensionale nel punto B simmetrico di A?



$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{R^5}$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi}\left[\frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)}\right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi}(1-2\nu)\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{z}{R^3}\right]$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^2 r}{R^5}$$

$$R = (z^2 + r^2)^{0.5}$$

Utilizzando le equazioni sopra riportate si ottiene:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{R^5} = 6.35 \text{ kPa}; \qquad \Delta\sigma_r = \frac{P}{2\pi}\left[\frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)}\right] = 1.62 \text{ kPa};$$

$$\Delta\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi}(1-2\nu)\left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{z}{R^3}\right] = -0.63 \text{ kPa}; \quad \tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^2 r}{R^5} = 4.23 \text{ kPa}$$

Poiché risulta:

$K_o = 1 - \text{sen}(\varphi) = 0.412 \qquad \sigma_z = \gamma z = 57$ kPa; $\qquad \sigma_\theta = \sigma_r = K_o \sigma_z = 23.51$ kPa

Lo stato di tensione nel sistema di coordinate polari dopo l'applicazione del carico è dato da:

$\sigma_z = 6.35 + 57 = 63.35$ kPa $\qquad \sigma_r = 23.51 + 1.62 = 25.13$ kPa $\qquad \sigma_\theta = 23.51 - 0.63 = 22.88$ kPa

Nel piano rz risulta:
Centro = 44.24 kPa; Raggio = 19.57 kPa
σ_1 = Centro + Raggio = 63.81 kPa; σ_3 = Centro – Raggio = 24.67 kPa

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\tau_{rz}}{(\sigma_r - \sigma_z)} = -0.22;$$

Per le convenzioni adottate, poiché $\tau_{rz} > 0$ e $\sigma_r < \sigma_z$ la direzione della tensione principale maggiore è pari a: $\alpha + \pi/2 = 83.75°$

Nel piano θz non esistendo sforzi di taglio σ_z e σ_θ sono tensioni principali maggiore e minore rispettivamente.

Per ragioni di simmetria lo stato di tensione nei punti A e B è identico.

Esercizio 2

Un'opera di sostegno rigida alta 4 m e con fondazione larga 2 m (si veda Figura 1) sostiene un terrapieno di sabbia asciutta così caratterizzato:

γ = 19 kN/m^3; φ' = 38°; c' = 0 kPa; E = 200 MPa; ν = 0.2; falda assente; piano campagna orizzontale.

Verificare la capacità portante della fondazione.

Utilizzando la teoria di Rankine risulta Ka = 0.238

I calcoli seguenti si riferiscono allo sviluppo di un metro di muro.

La spinta risultante è pari a Pa = 36.19 kN con un braccia rispetto all'estremo di valle della fondazione pari a 1.33 m.

Il peso proprio della struttura è pari a W = 192 kN con un braccio, rispetto al medesimo punto pari a 1 m.

Il momento risultante rispetto al punto considerato è pari a:

M = 192*1 – 36.19*1.33 = 143.75 kNm

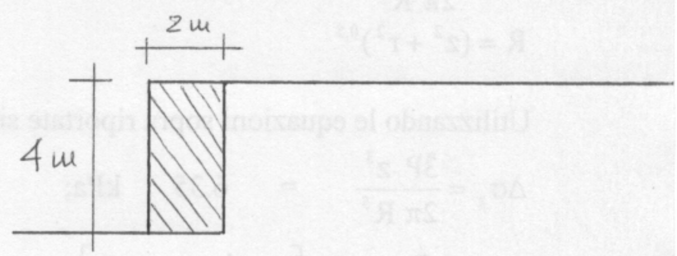
L'eccentricità rispetto a tale punto è quindi pari a:

e* = M/N = 143.75/192 = 0.75 m

Pertanto l'eccentricità rispetto al baricentro dell'area di base è pari a B/2-0.75 = 2/2-0.75 = 0.25 m

Pertanto la larghezza effettiva della fondazione è pari a:

B* = B – 2e = 2 – 0.25*2 = 1.5 m



$$q_{lim} = 0.5\gamma B^* N_\gamma i_\gamma$$

$$N_q = \frac{1+\text{sen}\varphi}{1-\text{sen}\varphi}\exp(\pi\tan\varphi) = 48.75$$

$$N_\gamma = 2(N_q - 1)\tan\varphi = 74.56$$

$$i_\gamma = (1 - Pa/W)^{m+1} = 0.534 \ (m = 2)$$

$$q_{lim} = 566.81 \text{kPa}$$

Esercizio 3

Con riferimento al problema dell'esercizio 1, calcolare le componenti di spostamento a pc alla distanza radiale r = 2 e 1 m.

$$w = \frac{P(1-\nu^2)}{\pi E r}$$

$$u = -\frac{P(1-2\nu)(1+\nu)}{2\pi E r}$$

Le uniche componenti di spostamento sono quelle verticali (w) e radiali (u). I valori in m sono riportati nella tabella seguente:

Spostamento/distanza	r=1 m	r=2 m
w	0.00046	0.00023
u	- 0.00017	- 0.000086