Sinossi sull'ingegneria delle forme libere

Davide Tonelli

davide.tonelli@dic.unipi.it

Università di Pisa, Facoltà di Ingegneria

Marzo 2012

Problemi e Metodi

Architettura contemporanea $\Longrightarrow$ Freeforms $\Longrightarrow$ Razionalizzazione

Razionalizzazione $\Longrightarrow$ **a posteriori: Problema di Approssimazione**
$\Longrightarrow$ **a priori: Problema di Progetto**

Soluzione

Sviluppo di strumenti idonei: CAD parametrici e algoritmi ad hoc

Metodi di Pannellizzazione $\Longrightarrow$ Requisiti di:

(1) economia;

(2) fattibilità;

(3) aderenza alla geometria di progetto.

Figura: Torre Gherkin, Londra

Figura: Stazione Porta Susa, Torino

(1) Mesh Triangolari

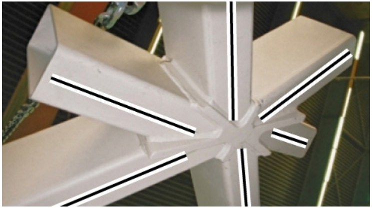


Figura: Torsione geometrica nodo

Figura: Fiera di Milano, Vela

$\Longrightarrow$ **Vantaggi:**

(1) pannelli piani;

(2) ottimo grado di approssimazione.

$\Longrightarrow$ **Svantaggi:**

(1) bassa trasparenza;

(2) pesantezza della sottostruttura;

(3) torsione geometrica dei nodi;

(4) alta valenza dei nodi (6);

(5) no *offset meshes*.

(2) Mesh Quadrilatere

$\Longrightarrow$ **Vantaggi:**

(1) pannelli privi di angoli acuti;
(2) ridotta valenza dei nodi (4);
(3) leggerezza della sottostruttura.

$\Longrightarrow$ **Svantaggi:**

(1) non planarità delle facce.

Figura: Copertura Abbazia Neumunster

Figura: Copertura Abbazia Neumunster

(2) Mesh Quadrilatere $\Longrightarrow$ (a) Scale - Trans Surfaces [Glymph et al., 2004]

(1) *metodo geometrico*;

(2) pannelli rigorosamente piani;

(3) difficoltà nell'approssimare superfici arbitrarie;

(4) leggerezza della sottostruttura.

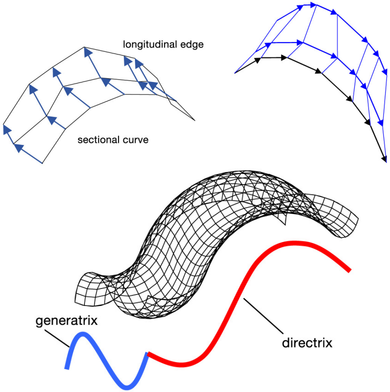


Figura: Translational Surface

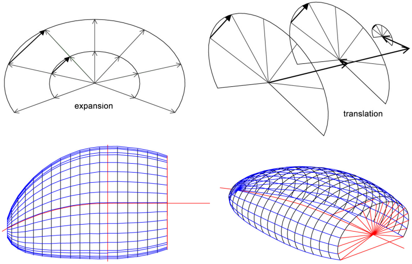


Figura: Scale-trans Surface

(2) Mesh Quadrilatere

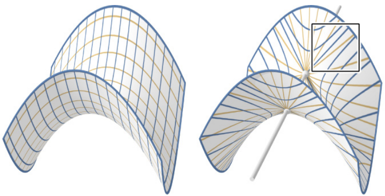


Figura: Reti di Curve Coniugate

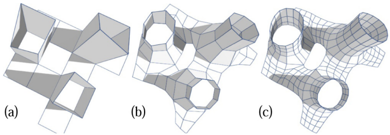


Figura: Gerarchia di PQ meshes

$\Longrightarrow$ **(b) PQ meshes [Liu et al., 2006]**

Mesh quadrilatere con facce piane, la versione discreta delle reti di curve coniugate su una superficie.
Si ottengono con una combinazione alternata dell'algoritmo PQ perturbation e di algoritmi di suddivisione quadrilatera (Catmull-Clark, Doo-Sabin).

$\Longrightarrow$ **(c) PQ perturbation [Liu et al., 2006]**

Algoritmo che computa PQ meshes a partire da quad meshes.
Assunta una quad mesh $Q_{i,j}$ di vertici $\mathbf{v_{i,j}}$ approssimante la superficie Φ, ne perturba i vertici.

SQP-sequence quadratic programming

$$f_{PQ} = w_1 f_{fair} + w_2 f_{close} + \lambda_{pq}^T c_{pq}$$
$$c_{pq,i,j} = \phi_{i,j}^1 + \ldots.. + \phi_{i,j}^4 - 2\pi = 0$$

(2) Mesh Quadrilatere $\Longrightarrow$ (d) Mesh Coniche [Liu et al., 2006]

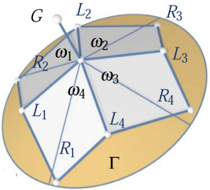


Figura: Vertice di una mesh conica

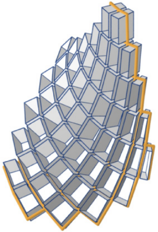


Figura: Strutture di supporto ortogonali

Mesh quadrilatere con tutti i vertici (di valenza 4) conici.

Proprietà un *vertice* è *conico* se le 4 facce della mesh che vi fanno capo sono tangenti ad un cono di rivoluzione Γ. Dunque: $\omega_1 + \omega_3 = \omega_2 + \omega_4$

Proprietà - l'*offset* di una mesh conica è una mesh della stessa connettività (parallela).

Proprietà - le mesh parallele posseggono strutture di supporto ortogonali.

Proprietà - le mesh coniche discretizzano le linee di curvatura principali.

(2) Mesh Quadrilatere $\Longrightarrow$ (e) TCD fields [Zadravec et al., 2010]

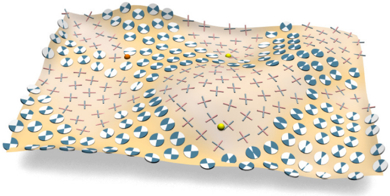


Figura: Gradi di libertà del campo di direzioni coniugate in funzione della curvatura gaussiana.

Campi di direzioni coniugate trasversali - il prerequisito per una buona *PQ mesh*.

Superficie Φ - in un riferimento locale si esprime $x_3 = f(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} = \binom{x_1}{x_2}$

$x_3 = \ldots + \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\mathbf{M}\mathbf{x} + \ldots$, $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \partial_{11}f & \partial_{12}f \\ \partial_{21}f & \partial_{22}f \end{pmatrix}$

Proprietà - k_1 e k_2, curvature principali di Φ, sono gli autovalori di M. Le direzioni principali sono gli autovettori di M.

Proprietà -
$\mathbf{v}, \mathbf{w}$ sono coniugati $\Leftrightarrow \mathbf{v}^T\mathbf{M}\mathbf{w} = 0$.

Proprietà -
$[\mathbf{N}]_{2x2}$, $\mathbf{N} = \mathbf{N}^\mathbf{T}$, det$\mathbf{N} \geq 0$
$\mathbf{v}^T\mathbf{M}\mathbf{w} = \mathbf{v}^T\mathbf{N}\mathbf{w} = 0$
$\mathbf{v}, \mathbf{w}$ sono autovettori di $\mathbf{N}^{-1}\mathbf{M}$.

(2) Mesh Quadrilatere

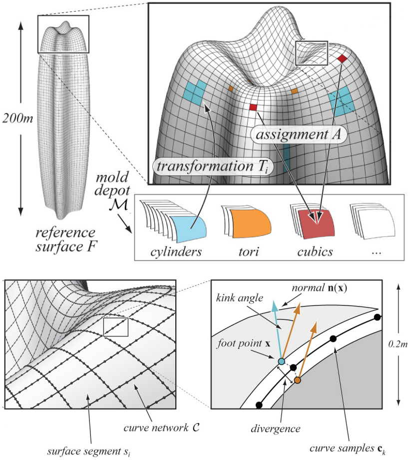


Figura: Terminologia e variabili usate nell'algoritmo.

$\Longrightarrow$ (f) Paneling Algorithm [Eigensatz et al., 2010]

Approssimare una superficie con un dato *set* di tipologie di pannelli, nel rispetto di predefinite tolleranze e minimizzando il **costo globale**:

$$\sum_{k=1}^{m} c(M_k) + \sum_{i=1}^{n} c(M_{A(i)} + P_i) =$$

$$= \mathbf{COST}(F, P, M, A) \to \mathbf{min}$$

$$M_k \in M, \ S_k = \{s_{k1}, \ldots\ldots, s_{kl}\} \in S$$

$$c(S_k) = c(M_k) + |S_k| \ c(M_k, P)$$

Efficienza del set $\mathbf{S_k}$ -

$$\Phi(S_k, S) = |S_k| / c(S_k)$$

M_k = k-esimo stampo
M = insieme degli stampi
S_k = gruppo pannelli di stampo M_k
S = insieme dei gruppi di pannelli.

(2) Mesh Quadrilatere $\Longrightarrow$ (g) D-Strips [Pottmann et al., 2008]

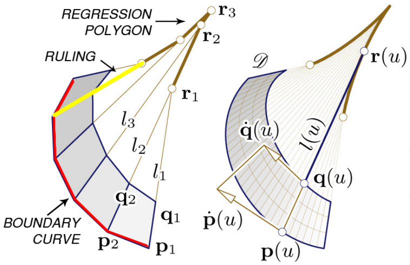


Figura: Superfici levigate e sviluppabili come limite di superfici discrete.

Approssimare una superficie con **pannelli a singola curvatura**: costo contenuto e aspetto continuo.

Le **PQ mesh** sono un *modello discreto* delle reti di curve coniugate.

Le **D-strips** (developable strips) sono un *modello semi-discreto* delle reti di curve coniugate.

Le D-strips sono superfici sviluppabili e dunque rigate: rigature (*rulings*) parallele (cilindri); rigature per uno stesso punto (coni); rigature tangenti ad una curva (detta di regressione, vedi Figura): $\{\mathbf{p}-\mathbf{q}, \dot{\mathbf{p}}, \dot{\mathbf{q}}\}$ - coplanari $\forall u$.

(3) Superfici Rigate $\Longrightarrow$ [Flory and Pottmann, 2010]

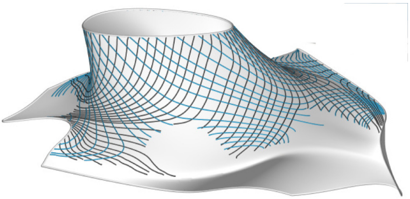


Figura: Selezione delle zone con $K \leq 0$.

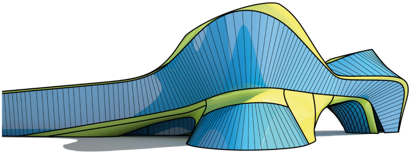


Figura: Approssimazione di superfici con "pezzi" di superfici rigate: *Cagliari contemporary art center.*

Approssimare una superficie con **superfici rigate** o "pezzi" di queste.

Obiettivo

Ricerca delle porzioni di superficie approssimabili con superfici rigate.

Proprietà

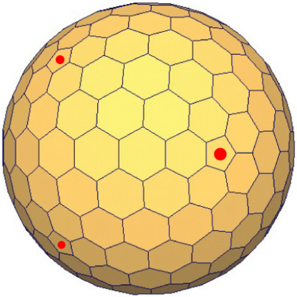
Le superfici rigate hanno curvatura gaussiana $K = k_1 \cdot k_2 \leq 0$.

(a) Stima di K in ogni punto di Φ. Eliminazione delle zone con $K > 0$.

(b) Stima delle direzioni asintotiche. Allineamento di rigature di tentativo lungo tali direzioni.

(c) Miglioramento della superficie - $min\ d^2(x, P) + w \cdot f_{smooth}(x)$

(4) Mesh Esagonali



BF $(6,3)$

Figura: Solo superfici di genere-1 posseggono regioni topologiche regolari. La sfera (genere-0) è una regione semi-regolare .

$\Longrightarrow$ **Vantaggi:**
- Bassa valenza dei nodi (3);
- SI mesh parallalele $\rightarrow$ SI strutture di supporto ortogonali;
- Schema di suddivisione innovativo.

Regione Topologiche regolari:
- (3,6) mesh triangolari;
- (4,4) mesh quadrilatere;
- (6,3) mesh esagonali.

Dualità
- (4,4) autoduale;
- (3,6) $\Longleftrightarrow$ (6,3).

$\Downarrow$

Operatori di Remeshing - creano mesh esagonali applicando la relazione di dualità a mesh triangolari.

(4) Mesh Esagonali

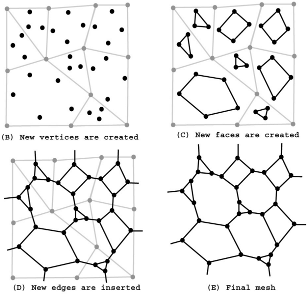


Figura: Algoritmo di H. S.

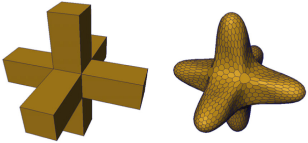


Figura: Esempio di H. S.

$\Longrightarrow$ (a) Honeycomb Subdivision [Akleman and Srinivasan, 2003]

Operatore duale - partendo da una mesh arbitraria data, ad ogni lato associa un vertice.

Risultato - mesh con nodi di valenza 3, a prevalenza esagonale.

Proprietà - ogni iterazione incrementa di 3 volte il numero di facce: $\lim_{n\to\infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} \to 3$.

Proprietà - i pannelli esagonali hanno forma convessa e non degenere anche nelle zone con $K \leq 0$.

Proprietà - Le forme ottenute ricordano fortemente strutture naturali.

(4) Mesh Esagonali $\Longrightarrow$ (b) Metodo Euristico [Cutler and Whiting, 2007]

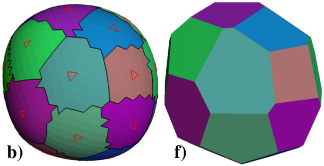


Figura: Passi dell'algoritmo.

Figura: Pannelli concavi.

Remeshing task - da una mesh triangolare se ne ottiene una a prevalenza esagonale.

Risultato - **mesh parallela** con pannelli poligonali **piani**.

Metodo

(1) triangolazione della superficie;
(2) scelta random di n triangoli;
(3) aggregazione triangoli contigui;
(4) interpolazione aggregazioni con piani;
(5) intersezioni dei piani = lati della mesh.

Libertà progettuale

- scelta di n = numero dei pannelli.
- scelta della metrica di aggregazione.

Limitazioni

- pannelli *bowtie shaped* dove $K \leq 0$;
- remeshing di superfici di genere $\forall$?.

(4) Mesh Esagonali $\Longrightarrow$ (c) TPI Tessellation [Troche, 2008]

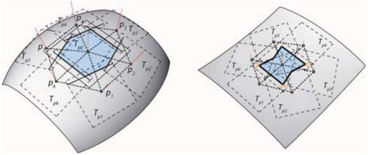


Figura: Pannelli funzione di K.

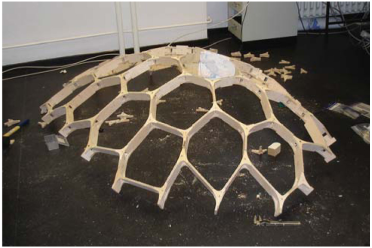


Figura: Sottostruttura monolitica.

Remeshing task - da una mesh triangolare se ne ottiene una esagonale.

Risultato - **mesh parallela** con pannelli esagonali **piani**.

Metodo
(1) triangolazione della superficie;
(2) piano tangente per ogni vertice del triangolo;
(3) intersezione dei 3 piani tangenti $=$ 1 vertice (su 6) di un pannello.

Limitazioni
- "bontà" della triangolazione: la si valida con il progredire del *remeshing*;
- pannelli concavi dove $K \leq 0$.

Peculiarità
- strutture di supporto monolitiche.

(4) Mesh Esagonali $\Longrightarrow$ (d) EO meshes [Pottmann et al., 2007]

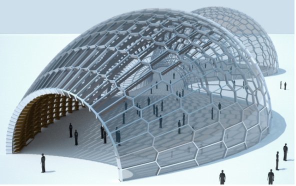


Figura: Koebe + L-transform.

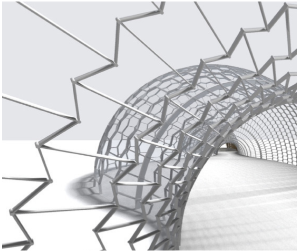


Figura: Pannelli concavi su $K \leq 0$.

$\mathbf{M}, \mathbf{M}'$ - *Mesh con offset dei lati.* Dispongono di strutture di supporto di altezza costante.

$$lato\ \mathbf{m_i m_j} \Longrightarrow \mathbf{m}'_\mathbf{i} - \mathbf{m}'_\mathbf{j} = \lambda_{\mathbf{ij}}(\mathbf{m_i} - \mathbf{m_j})$$
$$(\mathbf{m}'_\mathbf{i} - \mathbf{m}'_\mathbf{j}) \times (\mathbf{m_i} - \mathbf{m_j}) = 0$$
$$dist(M, M') = d$$

Proprietà
categoria restrittiva, difficoltà nell' approssimazione di superfici arbitrarie.

Form Finding
(1) si individua una EO mesh (ad esempio dal Poliedro di Koebe);
(2) gli si applicano trasformazioni che preservano l'EO (L-transform).

(5) Mesh Ibride $\Longrightarrow$ (d) CP meshes [Schiftner et al., 2009]

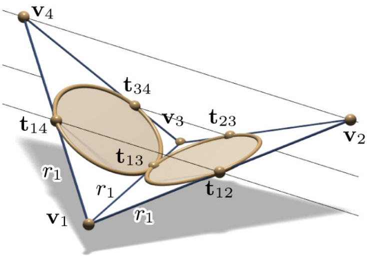


Figura: 2 Triangoli adiacenti.

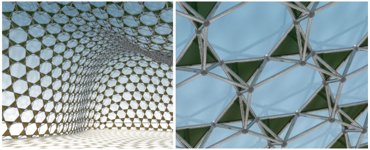


Figura: Tri-hex meshes.

Mesh triangolari con cerchi inscritti che si toccano sui lati dei triangoli.

Proprietà

$r_i = ||\mathbf{v_i} - \mathbf{t_{ij}}|| = cost$
$(\mathbf{t_{14}} - \mathbf{t_{12}}), (\mathbf{t_{34}} - \mathbf{t_{23}}) \Longrightarrow$ *coplanari*;
$l_{12} + l_{34} = l_{23} + l_{14}$.

Vantaggi

ricchezza delle sottostrutture derivate:.

(1) mesh esagonali non piane (dall'unione dei centri dei cerchi);
(2) mesh ibride tri-hex (dall'unione dei punti di contatto dei cerchi attorno ad un vertice di valenza 6).

Mesh Ibride tri-hex

- Esagoni di forma piuttosto regolare;
- Pannelli esagonali **convessi** su $K \leq 0$.

Progettazione Free-Forms

Ricerca

$\Downarrow$

Le forme complesse divengono gestibili in fase progettuale

$\Downarrow$

Crescenti problemi di ingegnerizzazione

Sfida $\Longrightarrow$ **Progettazione Interattiva**

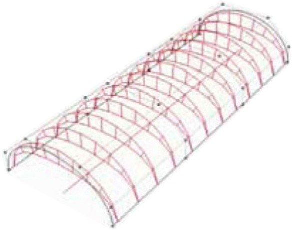
$\Longrightarrow$ **Progettazione Integrata**

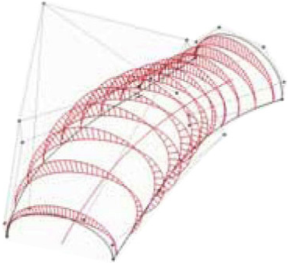
CAD parametrico/associativi + ALGORITMI ad hoc:

(1) Ottimizzazione di Forma

(2) Ottimizzazione Topologica

(1) 2D Parametric Graphic Statics [Lachauer and Kotnik, 2010] $\Longrightarrow$ **Statica Grafica - Rel. di Reciprocità**





Pb. Strutturali = Pb. di Forma;

(1) CAD parametrico + algoritmo che crea trave reticolare con correnti soggetti a solo sforzo assiale;

(2) Collegamento tra superficie NURBS e suddetta trave;

$\Downarrow$

Modifica NURBS = Modifica travi

(3) Definizione parametrica della trave (4 parametri).

Strumento di progettazione ad hoc: esplicitazione delle implicazioni strutturali delle scelte formali.

(2) Thin Shell Model [Schiftner and Balzer, 2010] $\Longrightarrow$ **Metodo per creare mesh con buon comportamento strutturale**

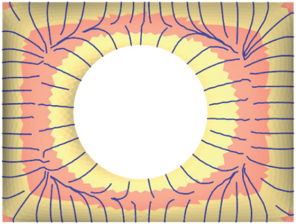


Figura: Isostatiche di compressione.

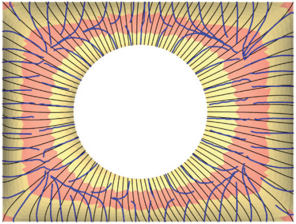


Figura: Allineamento=Compromesso.

(1) **analisi FEM** della superficie come guscio. Si ottengono i campi vettoriali delle **direzioni principali** di σ, ϵ;

(2) definizione di curve allineate con tali direzioni, equamente distanziate, e ricerca della famiglia di **curve** ad esse **coniugate**;

(3) **allineamento di una quad mesh** con la suddetta rete di curve coniugate, nelle zone con $\epsilon > \epsilon_{lim}$ (threshold);

(4) **perturbazione dei vertici** con l'algoritmo di [Liu et al., 2006, Liu et al.] per ottenere una **PQ mesh**.

(3) Multi-objective optimization algorithm [Winsolw et al., 2010]

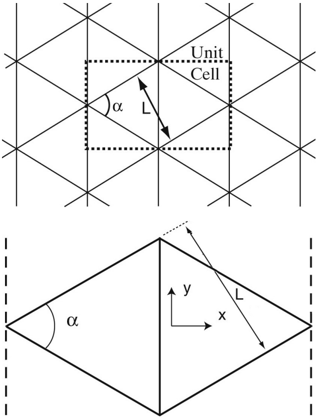


Figura: Definizione Cella base.

$\Longrightarrow$ **Definizione di strutture reticolari ottime su superfici di progetto.**

(1) Cella base della griglia: geometria e proprietà inerziali;

(2) calcolo della matrice di rigidezza locale della cella;

(3) assegnazione della disposizione della mesh;

(4) discretizzazione della superficie in EF e calcolo dell'angolo α tra le direzioni dei due ordini principali di aste;

(5) Analisi FEM del guscio con materiale anisotropo di rigidezza equivalente;

(6) Modifica del parametro α e analisi statica di altre configurazioni geometriche.

(4) Thrust Network Analysis [Block and Ochsendorf, 2007] $\Longrightarrow$ **Rivisitazione della Statica Grafica 3D**

$\Downarrow$

Relazione di Reciprocità tra Diagramma di Forma e Diagramma delle Forze.

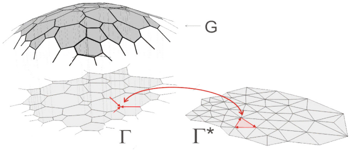


Figura: Relazione di Reciprocità.

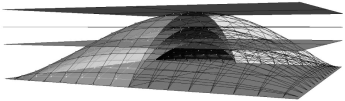


Figura: Fattore di Scala della griglia secondaria: effetti sulla soluzione.

(1) Implementazione dell' **"Algoritmo di Reciprocità"** su Matlab (calcolo numerico) e Rhinoceros (CAD parametrico);

(2) **Progettazione Interattiva**:
- modifica parametrica diagramma di forma;
- ricomputo immediato del diagramma delle forze (due ottimizzazioni lineari);

Metodo di Form-Finding.

Sperimentazione di:
- capacità statica di diverse forme;
- diverse condizioni al bordo;
- ridistribuzioni del carico su linee di forza;
- mesh di qualunque topologia.

Approcci Progettuali

Dissociazione tra concezione e razionalizzazione delle forme libere

$\Downarrow$

Dicotomia del Processo di Razionalizzazione

$\Downarrow$ $\Downarrow$

Razionalizzazione a Posteriori (Approssimazione):

Grandi Progetti a forma libera

Alta complessità, esigenze molteplici: necessità di algoritmi di pannellizzazione.

Razionalizzazione a Priori (Progetto):

Coperture e facciate singole

Ricerca manuale della soluzione elegante, brillante...

Temi da approfondire

Accoppiamento di:

(1) Mesh esagonali e mesh/ibride;
(2) Form-Finding tramite Thrust Network Analysis;
(3) Tecniche di piegatura a freddo del vetro (cold-bending).

Akleman, E. and Srinivasan, V. (2003).
Honeycomb subdivision.
Visualization Sciences Program, Texas A&M University.

Block, P. and Ochsendorf, J. (2007).
Thrust network analysis: A new methodology for three-dimensional equilibrium.
J.IASS, 48(3):167–173.

Cutler, B. and Whiting, E. (2007).
Constrained planar remeshing for architecture.
Proceedings of the Graphics Interface, Montreal (Canada), 234 ACM Press:11–18.

Eigensatz, M., Kilian, M., Schiftner, A., Mitra, N. J., Pottmann, H., and Pauly, M. (2010).
Paneling architectural freeform surfaces.
ACM Transactions on Graphics, 29(3):–.

Flory, S. and Pottmann, H. (2010).
Ruled surfaces for rationalization and design in architecture.

In *Proceedings of the Conference of the Association for Computer Aided Design in Architecture (ACADIA)*.

Glymph, J., Shelden, D., Ceccato, C., Musse, J., and Schober, H. (2004).
A parametric strategy for free-form glass structures using quadrilateral planar facets.
Automation in Construction, 13:187–202.

Lachauer, L. and Kotnik, T. (2010).
Geometry of structural form.
In Ceccato, C. et al., editors, *Advances in Architectural Geometry 2010*, pages 193–203. Springer.

Liu, Y., Pottmann, H., Wallner, J., Yang, Y.-L., and Wang, W. (2006).
Geometric modeling with conical meshes and developable surfaces.
ACM Transactions on Graphics, 25:681–689.

Pottmann, H., Liu, Y., Bobenko, J. W. A., and Wang, W. (2007).
Geometry of multi-layer freeform structures for architecture.

ACM Trans. Graphics, 26(3).
Proc. SIGGRAPH.

Pottmann, H., Schiftner, A., Bo, P., Schmiedhofer, H., Wang, W., Baldassini, N., and Wallner, J. (2008).
Freeform surfaces from single curved panels.
ACM SIGGRAPH, 27(3):–.

Schiftner, A. and Balzer, J. (2010).
Statics-sensitive layout of planar quadrilateral meshes.
In Ceccato, C. et al., editors, *Advances in Architectural Geometry 2010*, pages 221–236. Springer.

Schiftner, A., Hobinger, M., Wallner, J., and Pottmann, H. (2009).
Packing circles and spheres on surfaces.
ACM Transactions on Graphics (TOG), 28(5):–.

Troche, C. (2008).
Planar hexagonal meshes by tangent plane intersection.
Advances in Architectural Geometry, 1:57–60.

Winsolw, P., Pellegrino, S., and Sharma, S. B. (2010).

Multi-objective optimization of free-form grid structures.
Struct Multidisc Optim, 40:257–269.

Zadravec, M., Schiftner, A., and Wallner, J. (2010).
Designing quad-dominant meshes with planar faces.
Eurographics Symposium on Geometry Processing, 29(5):1671–1679.