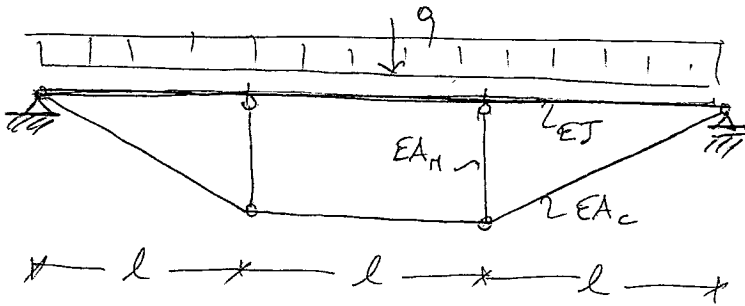


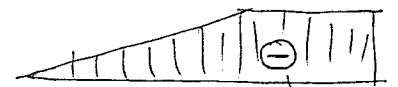
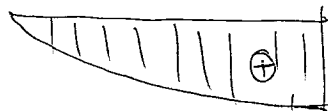
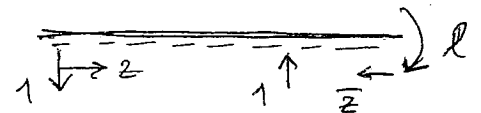
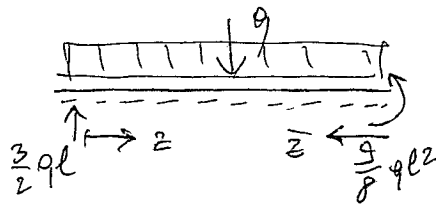
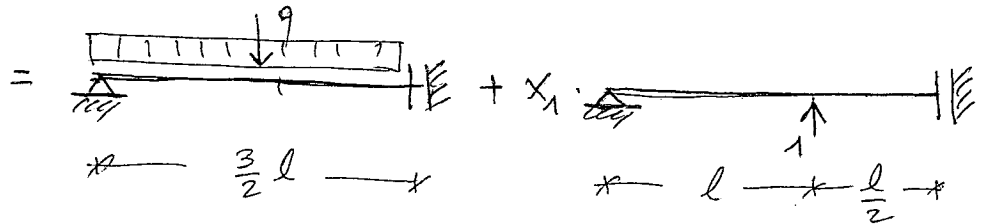
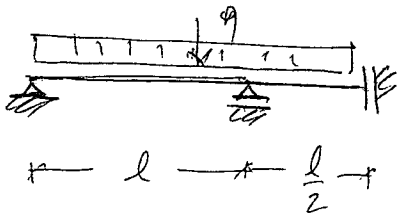
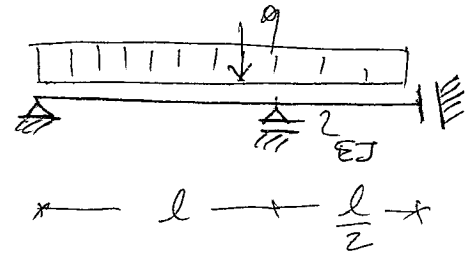
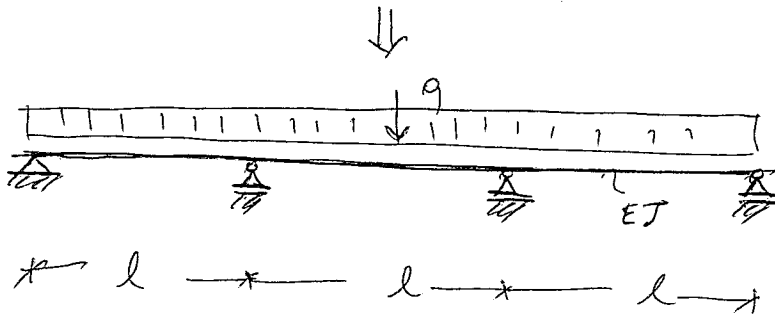
# TRAVE ARMATA A 3 CAMPATE:

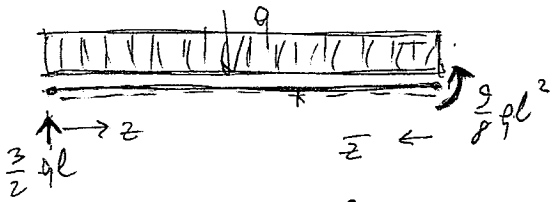
soluzione dello schema statico ed introduzione delle  
presollecitazioni nei casi inferiori al fine di  
annullare la deformazione in fase di esercizio.

(1)



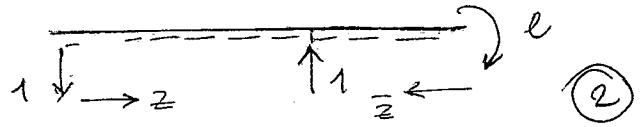
Schema statico semplificato  
per il calcolo preliminare.





$$M(z) = \frac{3}{2} qlz - \frac{qz^2}{2} \quad (0 \leq z \leq l)$$

$$M(z) = \frac{9}{8} ql^2 - \frac{qz^2}{2} \quad (0 \leq z \leq l)$$



$$M(z) = -z \quad (0 \leq l)$$

$$M(z) = -l \quad (0 \leq \frac{l}{2})$$

$$\begin{aligned} w(l) = \eta_{10} &= - \int_0^l \frac{M_0 M_1}{EJ} dz = \int_0^l \left[ \frac{3}{2} qlz^2 - \frac{qz^3}{2} \right] dz + \int_0^{l/2} \left[ \frac{9}{8} ql^3 - \frac{qlz^2}{2} \right] dz = \\ &= \left[ \frac{3}{2} qlz^3 - \frac{qz^4}{8} \right]_0^l + \left[ \frac{9}{8} ql^3z - \frac{qlz^3}{6} \right]_0^{l/2} = \\ &= \left( \frac{3}{2} ql^4 - \frac{ql^4}{8} \right) + \left( \frac{9}{16} ql^4 - \frac{ql^4}{6 \cdot 8} \right) = \left( \frac{3}{2} + \frac{9}{8} - \frac{1}{6 \cdot 8} \right) \frac{ql^4}{EJ} \\ &= \frac{18 + 27 - 1}{6 \cdot 8} \frac{ql^4}{EJ} = \frac{44}{48} \frac{ql^4}{EJ} = \frac{11}{12} \frac{ql^4}{EJ} = \eta_{10} \end{aligned}$$

$$\eta_{11} = -\frac{5}{6} \frac{l^3}{EJ}$$

$$\eta_{11} = \eta_{10} + X_1 \cdot \eta_{11} = 0 \quad X_1 = - \frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = + \frac{\frac{11}{12} \frac{ql^4}{EJ}}{\frac{5}{6} \frac{l^3}{EJ}} = \frac{11}{10} ql$$

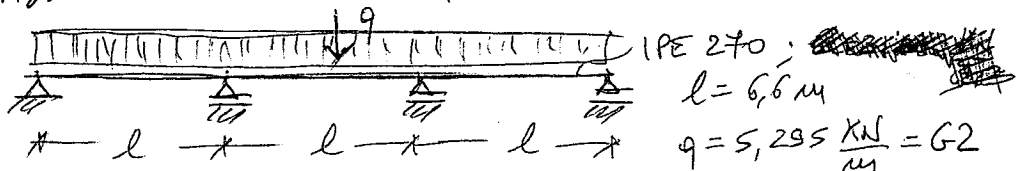
$$X_1 = \frac{11}{10} ql$$

$$q = 5,295 \frac{kN}{m}$$

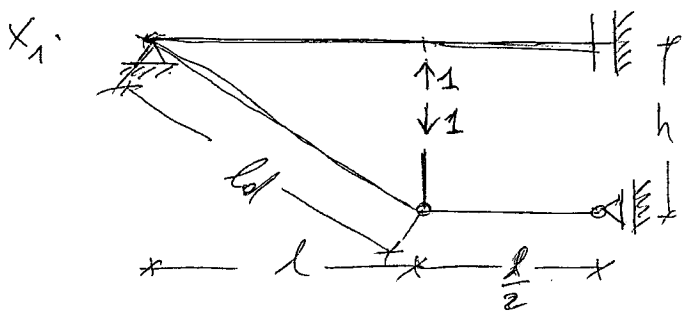
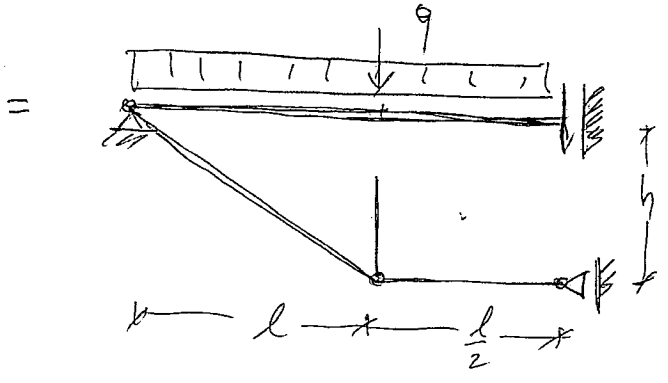
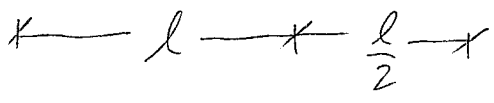
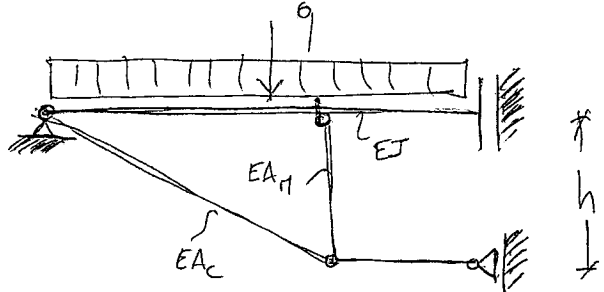
$$l = 6,6 \text{ m}$$

$$X_1 = \frac{11}{10} \cdot 5,295 \cdot 6,6 = 38,4 \text{ kN} \quad \text{OK}$$

\* Questo è la reazione vincolare verticale sugli appoggi intermedi per questo schema statico:



(Riprovare con il FEM se vuoi confermare!)



$$M_{10} = \frac{11}{12} \frac{ql^4}{EJ}$$

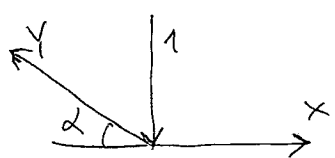
calcolato prima per la trave con appoggi rigidi - resta IDENTICO

$$M_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} + \sum_{j=1}^3 \frac{N_1 N_1 \cdot l_j}{EA_j}$$

questo è il contributo deformativo della trave su appoggi rigidi =

$$\text{più calcolato} \Rightarrow -\frac{5}{6} \frac{l^3}{EI} = M_{11T}$$

questo è il contributo deformativo della trave su appoggi cedevoli, e va calcolato:



$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 & \quad X - Y \cos \alpha = 0 & \quad X = + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \\ \sum F_y = 0 & \quad Y \sin \alpha = 1 & \quad Y = \frac{1}{\sin \alpha} \\ \sum M_z = 0 & \quad 0 = 0 & \quad \text{sempre vera } (\checkmark) \end{aligned}$$

\* (il segno di  $M_{11C}$  è concorde con quello di  $M_{11T}$  e che va ad incrementare lo spostamento relativo tra le sezioni)

$$M_{11C} = \left( \frac{ld}{\sin^2 \alpha EA_C} + \frac{\cos^2 \alpha l}{2 \sin^2 \alpha EA_C} + \frac{h}{EA_H} \right) ; \quad M_{11T} = -\frac{5}{6} \frac{l^3}{EI}$$

$$M_{11} = M_{11T} + M_{11C} = -\left[ \frac{5}{6} \frac{l^3}{EI} + \left( \frac{ld}{\sin^2 \alpha EA_C} + \frac{\cos^2 \alpha l}{2 \sin^2 \alpha EA_C} + \frac{h}{EA_H} \right) \right] \quad \text{scorrucci: } M_{11}$$

$$M_1 = M_{10} + X_1 \cdot M_{11} = 0 \rightarrow X_1 = - \frac{M_{10}}{M_{11}} \quad (4)$$

$$X_1 = \frac{\frac{11}{12} \frac{ql^4}{EI}}{\frac{5}{6} \frac{l^3}{EI} + \left( \frac{5}{6} + \frac{EI}{l^3} \left( \frac{2ld + \cos^2 \alpha \cdot l}{2 \tan^2 \alpha EA_c} + \frac{h}{EA_H} \right) \right)}$$

Con i dati del problema:

$$q = 5,295 \frac{\text{KN}}{\text{m}} = 0,05295 \frac{\text{KN}}{\text{cm}}$$

$$l = 660 \text{ cm}, \quad h = 180 \text{ cm}$$

$$J = 5.790 \text{ cm}^4$$

$$E = 21.000 \text{ KN/cm}^2$$

$$ld = \sqrt{660^2 + 180^2} = 689,1 \text{ cm}$$

$$\cos^2 \alpha = 0,93078353$$

$$\tan^2 \alpha = 0,074380165$$

$$A_c = 3,53 \text{ cm}^2; \quad A_H = 21,2 \text{ cm}^2$$

$$\bullet \frac{11}{12} ql = 32,03475 \text{ (KN)}$$

$$\frac{EI}{l^3} = 0,422927623 \left( \frac{\text{KN}}{\text{cm}} \right)$$

$$\frac{2ld + \cos^2 \alpha \cdot l}{2 \tan^2 \alpha EA_c} = 0,179777698 \left( \frac{\text{cm}}{\text{KN}} \right)$$

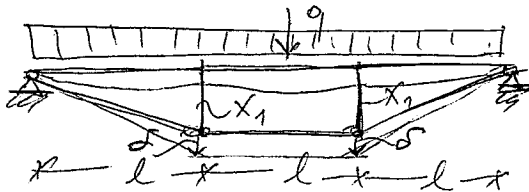
$$\frac{h}{EA_H} = 0,00404312 \text{ - trascurabile } \left( \frac{\text{cm}}{\text{KN}} \right)$$

$$\frac{EI}{l^3} ( \dots ) = 0,076203949 \left( \frac{\text{KN}}{\text{cm}} \right)$$

$$\bullet \frac{5}{6} + \frac{EI}{l^3} ( \dots ) = 0,909537282 \text{ (adim.)}$$

$$X_1 = \frac{32,03475 \text{ KN}}{0,909537282} = 35,22 \text{ KN} \quad \text{OK}$$

\* Questo è lo sforzo normale nei montanti di questo schema statico:



• Nota bene che  $X_1 = 35,22 \text{ KN}$  è < di  $X_1 = 38,4 \text{ KN}$  relativo allo schema di trave a 3 campate con 2 appoggi intermedi RIGIDI.

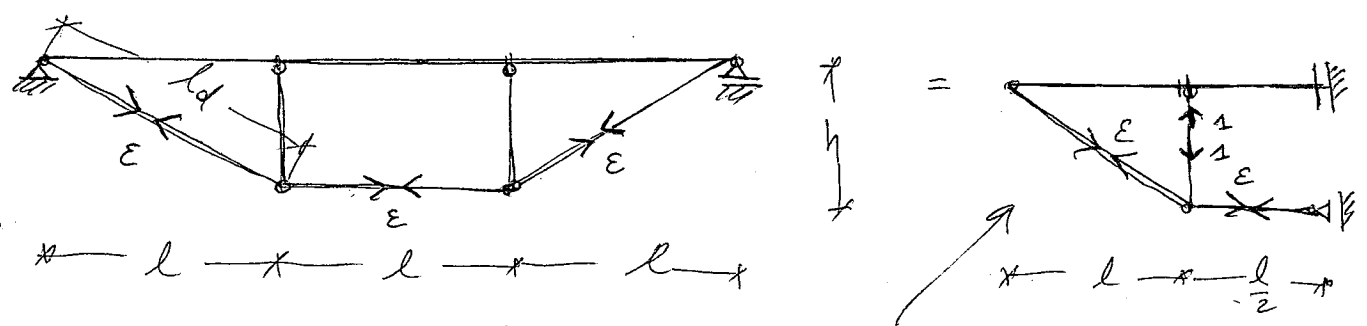
Ciò comporta che avremo un'assottigliamento dei montanti un abbassamento  $\delta > 0$ . Per ANNULLARLO dobbiamo introdurre una opportuna PRESOLLECITAZIONE NEI CAVI INFERIORI.

PRESOLLECITAZIONE dei CAVI INFERIORI:

(5)

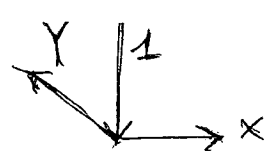
la introduciamo al fine di imporre  $\delta=0$  nei punti ed appoggi intermedi sotto la condizione di conto  $P+q$ .

\* Imporre  $\delta=0$  equivale ad imporre  $R_y = X_1 = 38,8 \text{ KN}$  nei montanti in corrispondenza dei due appoggi intermedi.\*



②  $\leftarrow M^0$  di ogni tratto nello schema semplificato

$$M_{1P} = \sum_{i=1}^n N_i^1 \cdot \epsilon \cdot l_i$$



$$x = \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha}$$

$$y = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$M_{1P} = \frac{1}{\tan \alpha} \epsilon l d + \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} \cdot \epsilon \cdot \frac{l}{2} =$$

$$M_{1P} = \left( \frac{2ld + l \cos \alpha}{2 \tan \alpha} \right) \cdot \epsilon$$

$$M_y = M_{10} + X_1 M_{11} + M_{1P}$$

$$X_1 = - \frac{(M_{10} + M_{1P})}{M_{11}}$$

Con i dati di pagina (4):

$$M_{1P} = \frac{2 \cdot 684,1 + 660 \cdot 0,9307 \dots}{2 \cdot 0,07438 \dots} = 13 \cdot 326,92 \cdot \epsilon$$

Sostituendo i valori di  $M_{10}$  e  $M_{11}$  otteniamo:

$$X_1 = \frac{32,03475 + 13 \cdot 326,92 \cdot \epsilon}{0,909537282}$$

$$\epsilon = \frac{N}{EA}$$

$$N = 100 \text{ KN} \rightarrow \epsilon = \frac{100}{21000 \cdot 3,53} = 0,001348981 \rightarrow X_1 = 43,58 \text{ KN}$$

$$N = 50 \text{ KN} \rightarrow \epsilon = 0,00067449 \rightarrow X_1 = 39,40 \text{ KN}$$

$$N = 40 \text{ KN} \rightarrow \epsilon = 0,000539592 \rightarrow X_1 = 38,56 \text{ KN} \approx 38,8 \text{ KN}$$

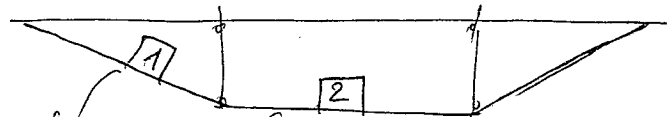
$\delta = 0$

Avendo ottenuto  $X_1 = 38,56 \text{ KN} \approx 38,8 \text{ KN} \equiv$  reazioni agli appoggi intermedi per trave con appoggi rigidi (denunque  $\delta = 0$  per ipotesi), abbiamo individuato lo sforzo di compressione

$N = 40 \text{ KN}$  da imputare a tutte le aste inferiori indistintamente affinché lo spostamento dei nodi intermedi in condizioni di carico  $G_2 + P$  sia all'incirca  $\delta = 0$ .

Lo SFORZO COMPLESSIVO DI TRAZIONE NEI CAVI sono, per il PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI:

$$N_{\text{CAVI}} = N_{G_2} + N_p \rightarrow$$



$$N_{G_2} = Y \cdot X_1 = 3,66 \cdot 38,22 = 129,14 \text{ KN}$$

$$N_{G_2} = X \cdot X_1 = 3,5374 \cdot 38,22 = 124,59 \text{ KN}$$

Allora sono:

$$N_{\text{1}} = 129,14 + 40 = 169,14 \text{ KN}$$

$$N_{\text{2}} = 124,59 + 40 = 164,59 \text{ KN}$$

DA	ANALISI	FEM
$N_{\text{1}}$	<del>127</del> KN	$(N_{\text{1}}^{G_2} = 136 \text{ KN})$
$N_{\text{2}}$	<del>142</del> KN	$(N_{\text{2}}^{G_2} = 139 \text{ KN})$

E la VERIFICA dei CAVI:

$$\sigma_{\text{MAX}} = \frac{N_{\text{1}}}{A_c} = \frac{169,14}{3,53} = 47,9 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} \ll \frac{186 \text{ KN}}{2 \text{ cm}^2} = 93 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}$$

(Tensione di rottura per un cavo ad altissima resistenza, con coefficiente di sicurezza pari a 2.)