Dinamica delle Strutture - Anno 2010/2011 - Docente: Dott. Ing. Paolo S. Valvo

Prova d'esame dell'8 febbraio 2011

Dati:

$E := 210 \cdot GPa$ $\rho := 7850 \cdot \frac{kg}{m^3}$

$A_{L150x150x15} := 43.02 \cdot cm^2$ $J_{HE300A} := 18260 \cdot cm^4$ $J_{HE450A} := 63720 \cdot cm^4$

$H_1 := 4 \cdot m$ $H_2 := 3 \cdot m$

$m_1 := 60000 \cdot kg$ $m_2 := 40000 \cdot kg$

$p_{1max} := 250 \cdot kN$ $p_{2max} := 200 \cdot kN$

Rigidezze equivalenti di piedritti e diagonali:

$$k_1 := 2 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE450A}}{H_1^3} + 2 \cdot \frac{3 \cdot E \cdot J_{HE300A}}{H_1^3} \qquad k_1 = 53774 \cdot \frac{kN}{m}$$

$$k_2 := 2 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE450A}}{H_2^3} + 2 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot J_{HE300A}}{H_2^3} + 2 \cdot \frac{E \cdot 2 \cdot A_{L150x150x15}}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot H_2} \qquad k_2 = 578906 \cdot \frac{kN}{m}$$

Equazioni di equilibrio dinamico:

$$-m_1 \cdot \frac{d^2}{dt^2} u_1 - k_1 \cdot u_1 + k_2 \cdot (u_2 - u_1) + p_1(t) = 0$$

$$-m_2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} u_2 - k_2 \cdot (u_2 - u_1) + p_2(t) = 0$$

in forma matriciale

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d^2}{dt^2} u_1 \\ \frac{d^2}{dt^2} u_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$$

Ricerca dei modi propri di vibrare

$$\omega\_quadro := \left| \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix} - \omega\_quadro \cdot \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \right| = 0 \text{ solve} \rightarrow \begin{bmatrix} 8.680555555555555556e\text{-}22 \\ 8.680555555555555556e\text{-}22 \end{bmatrix}$$

$\omega\_quadro := sort(\omega\_quadro)$

Pulsazioni proprie:

$$\omega_1 := \sqrt{\omega\_quadro_0} = 23.015 \cdot \frac{rad}{s} \qquad \omega_2 := \sqrt{\omega\_quadro_1} = 156.485 \cdot \frac{rad}{s}$$

Periodi propri:

$$T_1 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_1} = 0.273\,s \qquad T_2 := \frac{2 \cdot \pi}{\omega_2} = 0.04\,s$$

Frequenze proprie:

$$f_1 := \frac{1}{T_1} = 3.663 \cdot Hz \qquad f_2 := \frac{1}{T_2} = 24.905 \cdot Hz$$

Modi propri di vibrare (autovettori):

$$Y_1 := \begin{bmatrix} \dfrac{k_2}{-(\omega_1)^2 \cdot m_1 + k_1 + k_2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0.963 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad Y_2 := \begin{bmatrix} \dfrac{-(\omega_2)^2 \cdot m_2 + k_2}{k_2} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -0.692 \\ 1 \end{pmatrix}$$

L'analisi con SAP2000, trascurando la massa delle aste e la rigidezza estensionale e tagliante dei piedritti, per le prime due frequenze fornisce

$$f_{1SAP} := 3.663 \cdot Hz \qquad \frac{f_1}{f_{1SAP}} = 99.999 \cdot \%$$

$$f_{2SAP} := 24.906 \cdot Hz \qquad \frac{f_2}{f_{2SAP}} = 99.998 \cdot \%$$

Tenendo conto, invece, di massa e rigidezza di tutte le aste, si trovano

$$f_{1SAP\_} := 3.229294 \cdot Hz \qquad \frac{f_1}{f_{1SAP\_}} = 113.429 \cdot \%$$

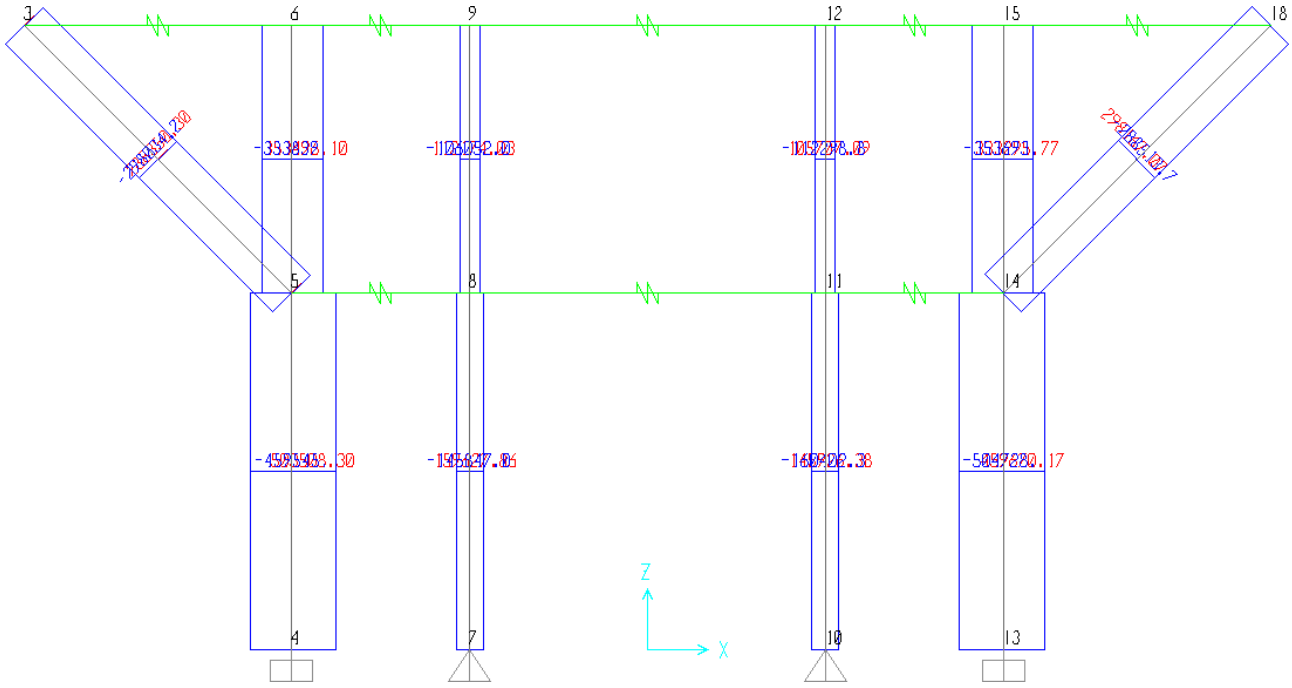
$$f_{2SAP\_} := 16.145331 \cdot Hz \qquad \frac{f_2}{f_{2SAP\_}} = 154.258 \cdot \%$$

$$\left[4.1889386e23 \cdot GPa \cdot cm^{4.0} + 2.0e10 \cdot GPa \cdot cm^{2.0} \cdot \left(1.8241764898944511632e23 \cdot cm^{2.0} \cdot m^{2.0} + 3.24921552\right.\right.$$

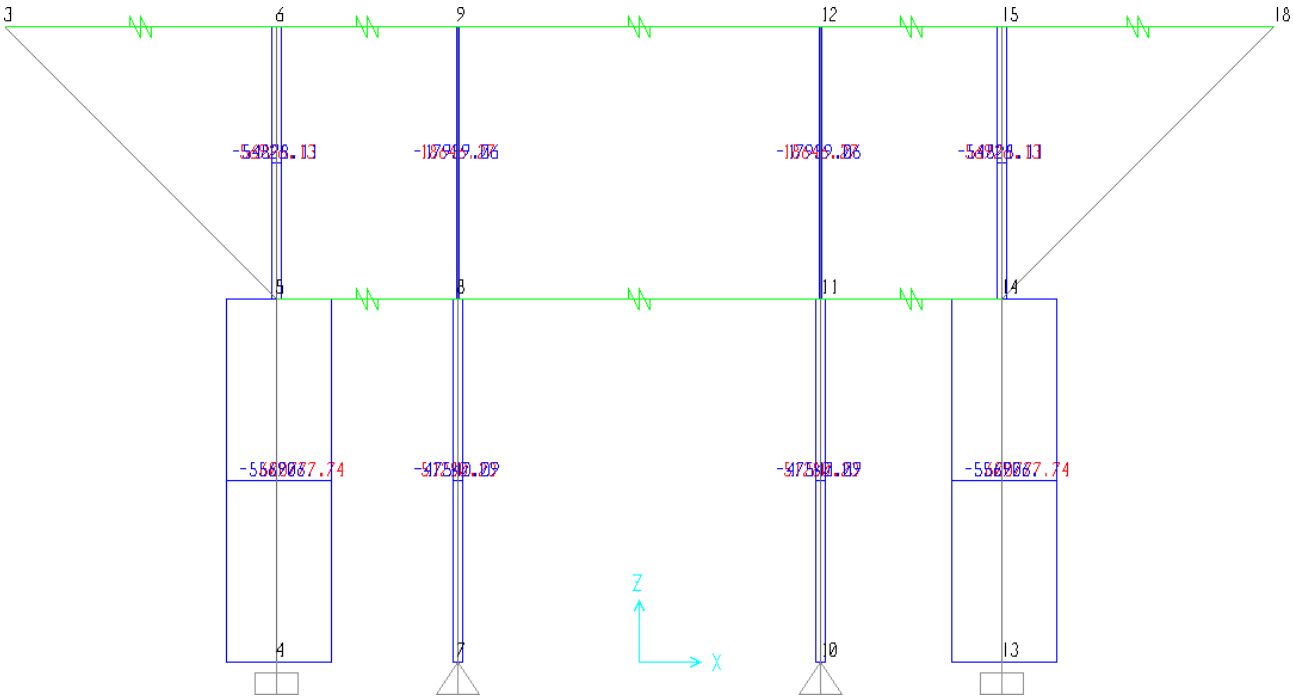
$$\left[4.1889386e23 \cdot GPa \cdot cm^{4.0} - 2.0e10 \cdot GPa \cdot cm^{2.0} \cdot \left(1.8241764898944511632e23 \cdot cm^{2.0} \cdot m^{2.0} + 3.24921552\right.\right.$$

$$\left[\frac{042745e26\cdot cm^{4.0} + 2.61173662848e19\cdot m^{4.0}\right)^{0.5} + 1.0221030532152812232e20\cdot GPa\cdot cm^{2.0}\cdot m^{2.0}\right]}{042745e26\cdot cm^{4.0} + 2.61173662848e19\cdot m^{4.0}\right)^{0.5} + 1.0221030532152812232e20\cdot GPa\cdot cm^{2.0}\cdot m^{2.0}\right]}\Bigg]$$

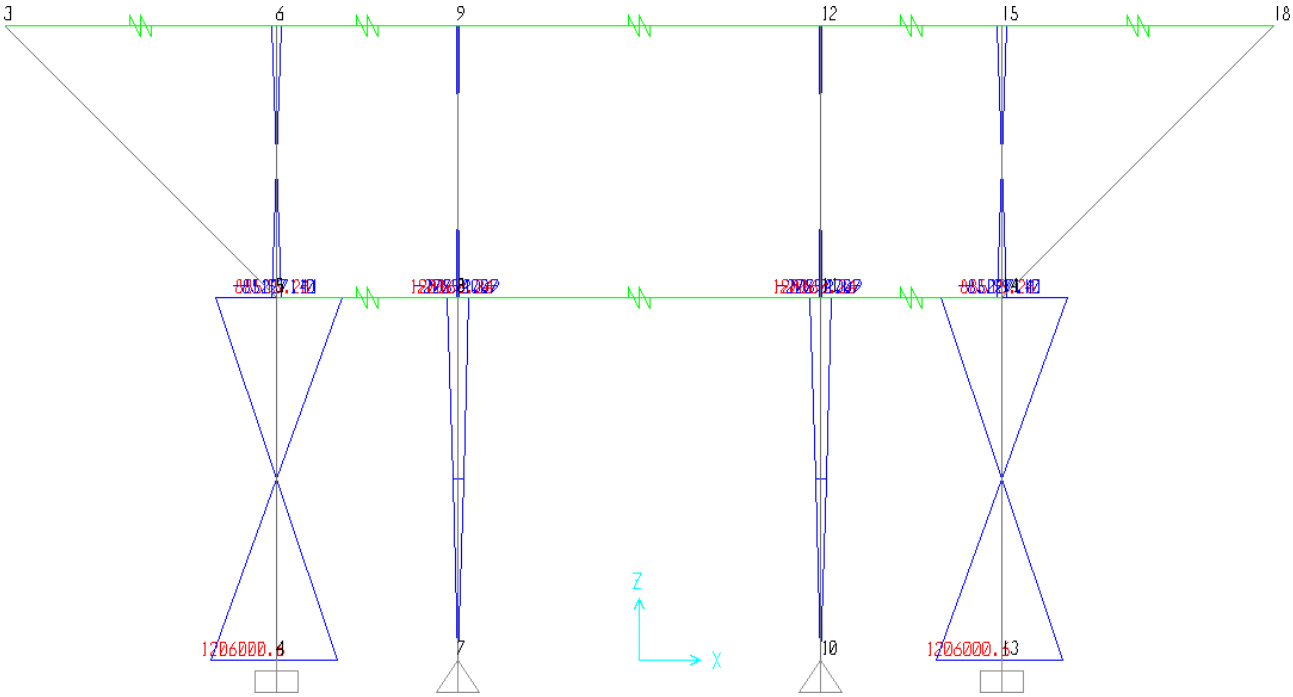
Prova d'esame dell'8 febbraio 2011 – Diagrammi CdS



Forza normale



Forza di taglio



Momento flettente