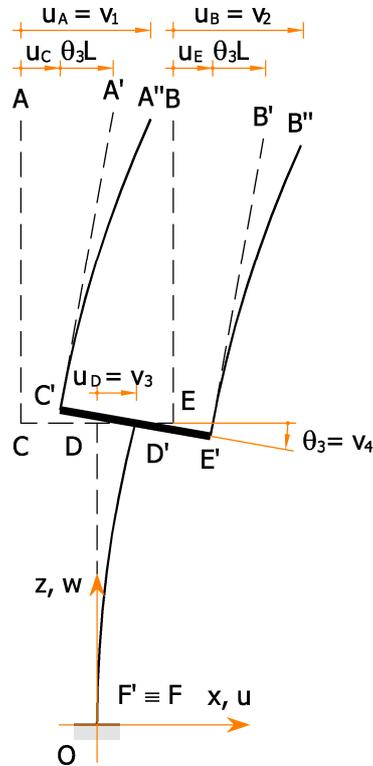
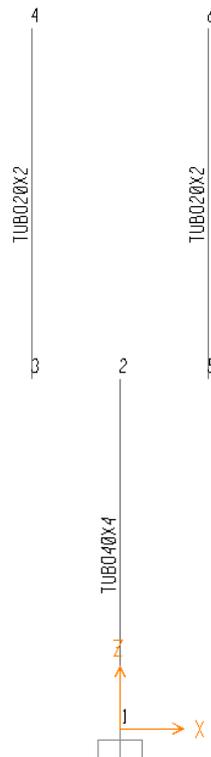




Prova d'esame del 13 settembre 2012 – Soluzione



Modello analitico: configurazione deformata



Modello numerico FEM: configurazione di riferimento



Coordinate lagrangiane:

$$\{\mathbf{v}\} = \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \\ \theta_3 \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Equazioni del moto in forma matriciale:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{v}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{v}\} = \{\mathbf{p}\}. \quad (2)$$

Matrice di massa:

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (m_1 + m_2 + \frac{1}{3}m_3)a^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Matrice di rigidezza:

$$[\mathbf{K}] = \frac{3E_s}{L^3} \begin{bmatrix} J_1 & 0 & -J_1 & -J_1L \\ 0 & J_2 & -J_2 & -J_2L \\ -J_1 & -J_2 & J_1 + J_2 + 4J_3 & (J_1 + J_2 - 2J_3)L \\ -J_1L & -J_2L & (J_1 + J_2 - 2J_3)L & (J_1 + J_2 + \frac{4}{3}J_3)L^2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dove:

$$J_1 = J_2 = \frac{\pi}{64} [20^4 - (20 - 2 \times 2)^4] \text{ mm}^4 \quad \text{e} \quad J_3 = \frac{\pi}{64} [40^4 - (40 - 2 \times 4)^4] \text{ mm}^4. \quad (5)$$

Vettore dei carichi:

$$\{\mathbf{p}\} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (6)$$



Prova d'esame del 13 settembre 2012 – Risposte

Cognome	Nome	Matricola M
XXX	YYY	400000

Lunghezza a [m]	Massa nodi A e B $m_1 = m_2$ [kg]	Massa CDE m_3 [kg]	Inerzia rotaz. CDE I_3 [kg m ²]
0.250	20	40	0.833

Max carichi $\bar{p}_1 = \bar{p}_2$ [N]	Lunghezza $f_1 = 2$ Hz \bar{L} [m]
200	0.779

Modo i	Analisi dinamica semplificata		Analisi dinamica FEM	
	Frequenza f_i [Hz]	Periodo T_i [s]	Frequenza f_i [Hz]	Periodo T_i [s]
1	1.380	0.725	1.363	0.7336
2	1.924	0.520	1.902	0.5258
3	6.761	0.148	6.557	0.1525
4	24.416	0.041	23.726	0.0421
5	-	-	130.87	0.0076
6	-	-	311.30	0.0032
7	-	-	339.82	0.0029

Passo analisi time-history Δt [s]	Min spostam. orizzontale di A min u_A [mm]	Min spostam. orizzontale di B min u_B [mm]	Min spostam. orizzontale di D min u_D [mm]	Min angolo di rotazione di CDE min θ_{CDE} [rad]
0.001	-76.33	-110.7	-12.73	-22.61×10^{-3}
N. passi analisi time-history n	Max spostam. orizzontale di A max u_A [mm]	Max spostam. orizzontale di B max u_B [mm]	Max spostam. orizzontale di D max u_D [mm]	Max angolo di rotazione di CDE max θ_{CDE} [rad]
5000	90.86	129.6	19.57	34.36×10^{-3}