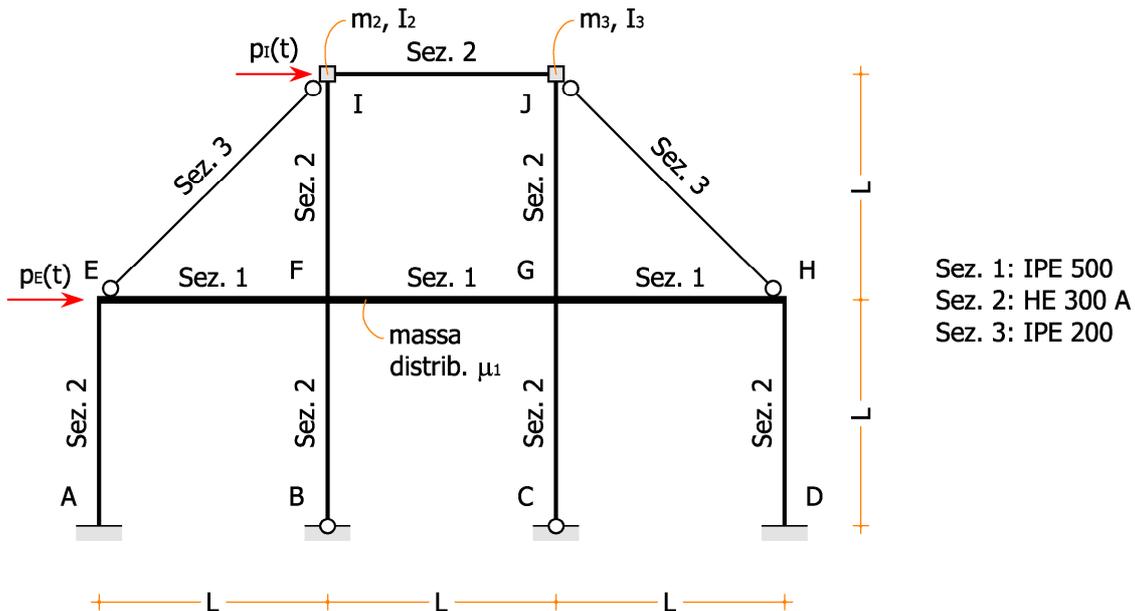


## Prova d'esame dell'11 giugno 2015

La struttura di figura è costituita da aste e travi di acciaio (modulo di Young  $E_s = 210$  GPa, densità  $\rho_s = 7850$  kg/m<sup>3</sup>), vincolate fra loro ed al suolo come mostrato. Sulla trave di sezione 1 è presente una massa aggiuntiva per unità di lunghezza  $\mu_1$ . Inoltre, nei nodi I e J sono presenti, rispettivamente, le masse concentrate  $m_2$  ed  $m_3$  e le inerzie rotazionali  $I_2$  e  $I_3$ .



Sulla struttura agiscono i seguenti carichi dinamici:

$$p_E(t) = \bar{p}_E \sin(5\pi t) \exp\left(-\frac{t}{1.5\text{ s}}\right), \quad p_I(t) = \bar{p}_I \sin(2\pi t) \exp\left(-\frac{t}{1\text{ s}}\right),$$

Il rapporto di smorzamento  $\xi$  è pari al 5% per i primi 4 modi di vibrare e 10% per i rimanenti.

- a) Assumendo opportune ipotesi semplificative (considerare rigide le travi di sezione 1 ed inestensibili quelle di sezione 2), modellare la struttura come un sistema meccanico a 4 gradi di libertà. In questo caso,
- determinare le frequenze naturali ed i corrispondenti modi di vibrare della struttura;
  - determinare la risposta dinamica della struttura per un tempo  $t$  compreso tra 0 e  $t_{\max} = 10$  s;
  - tracciare i grafici degli spostamenti orizzontali dei punti E ed I in funzione del tempo;
  - determinare, se possibile, i valori di  $I_2$  e  $I_3$  tali che la seconda e terza frequenze naturali risultino, rispettivamente,  $f_2 = 12$  Hz e  $f_3 = 24$  Hz.

[15 punti]

- b) Rimosse le precedenti ipotesi semplificative, analizzare il problema con il metodo degli elementi finiti e determinare le stesse quantità di cui al punto a), ad eccezione dei valori di  $I_2$  e  $I_3$ .

[15 punti]

Valori numerici da utilizzare nel calcolo:

$$L = (M/125) \text{ mm}, \quad \mu_1 = (M/400) \text{ kg/m}, \quad m_2 = m_3 / 2 = (M/200) \text{ kg}, \quad I_2 = I_3 / 2 = (M/80) \text{ kg m}^2,$$

$$\bar{p}_E = 3 \bar{p}_I = (M/1500) \text{ kN}, \text{ dove } M = \text{matricola}.$$



## Prova d'esame dell'11 giugno 2015 – Risposte

Cognome	Nome	Matricola M

Lunghezza $L$ [mm]	Massa distribuita $\mu_1$ [kg/m]	Massa concentrata $m_2$ [kg]	Massa concentrata $m_3$ [kg]
Inerzia rotazionale $I_2$ [kg m <sup>2</sup> ]	Inerzia rotazionale $I_3$ [kg m <sup>2</sup> ]	Carico di riferimento $\bar{p}_E$ [kN]	Carico di riferimento $\bar{p}_I$ [kN]

Modo $i$	Modello semplificato		Modello FEM	
	Frequenza $f_i$ [Hz]		Frequenza $f_i$ [Hz]	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
Quantità	Valore min	Valore max	Valore min	Valore max
Spostamento $u_E$ [mm]				
Spostamento $u_I$ [mm]				
Inerzia rotaz. $I_2$ [kg m <sup>2</sup> ]				
Inerzia rotaz. $I_3$ [kg m <sup>2</sup> ]				