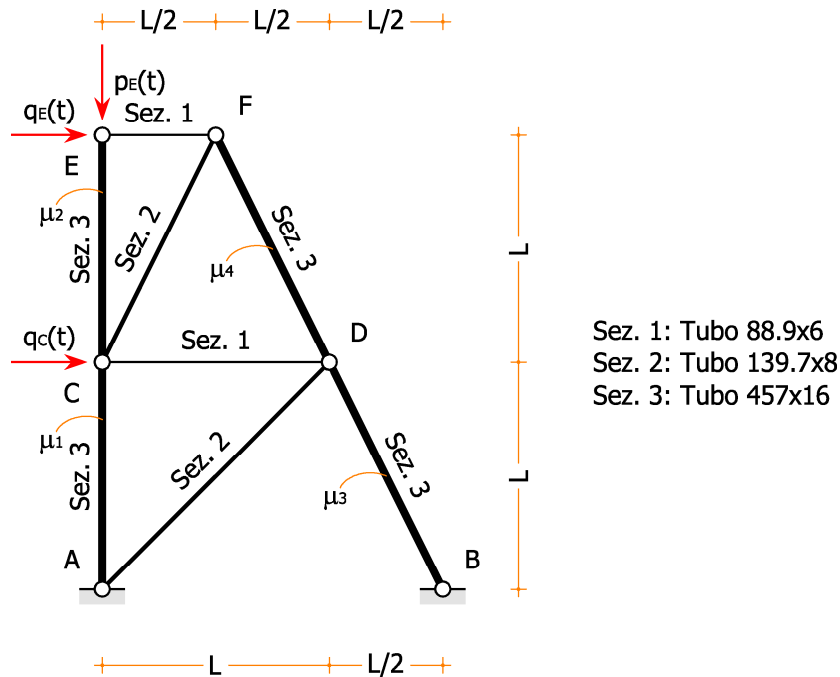


## Prova d'esame del 23 luglio 2015

La struttura di figura è costituita da aste di acciaio (modulo di Young  $E_s = 210$  GPa, densità  $\rho_s = 7850$  kg/m<sup>3</sup>), vincolate fra loro ed al suolo come mostrato. Sulle travi di sezione 3 sono presenti le masse aggiuntive per unità di lunghezza  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  e  $\mu_4$ .

Si assuma valida l'ipotesi di Rayleigh, per cui  $[C] = \alpha [M] + \beta [K]$  con  $\alpha = 0.5$  e  $\beta = 0.0002$ , tenendo conto, tuttavia, che il rapporto di smorzamento non possa superare il valore  $\xi_{\max} = 15\%$ .



Sulla struttura agiscono i carichi dinamici definiti dalle seguenti espressioni:

$$q_C(t) = \bar{q}_C \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right) \sin(2\pi t), \quad q_E(t) = \bar{q}_E \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right), \quad p_E(t) = \bar{p}_E,$$

dove  $t_0 = 1.2$  s.

- a) Assumendo opportune ipotesi semplificative (considerare rigide le aste di sezione 3), modellare la struttura come un sistema meccanico a 4 gradi di libertà. In questo caso,
- determinare le frequenze naturali ed i corrispondenti modi di vibrare della struttura;
  - determinare la risposta dinamica della struttura per un tempo  $t$  compreso tra 0 e  $t_{\max} = 5$  s;
  - tracciare i grafici degli spostamenti orizzontali dei punti E ed F in funzione del tempo;
  - determinare il minimo valore del carico critico  $\bar{p}_E$  per cui si ha l'instabilità elastica del sistema.

[15 punti]

- b) Rimosse le precedenti ipotesi semplificative, analizzare il problema con il metodo degli elementi finiti e determinare le stesse quantità di cui al punto a), ad eccezione del valore critico di  $\bar{p}_E$ .

[15 punti]

Valori numerici da utilizzare nel calcolo:

$L = (M/100)$  mm,  $\mu_1 = \mu_2 = (M/125)$  kg/m,  $\mu_3 = \mu_4 = (M/250)$  kg/m,

$\bar{q}_C = (M/1000)$  kN,  $\bar{q}_E = (M/2000)$  kN,  $\bar{p}_E = (M/3000)$  kN, dove  $M =$  matricola.



## Prova d'esame del 23 luglio 2015 – Risposte

Cognome	Nome	Matricola M

Lunghezza L [mm]	Massa distribuita $\mu_1 = \mu_2$ [kg/m]	Massa distribuita $\mu_3 = \mu_4$ [kg/m]
Carico di riferimento $\bar{q}_C$ [kN]	Carico di riferimento $\bar{q}_E$ [kN]	Carico di riferimento $\bar{p}_E$ [kN]

Modo i	Modello semplificato		Modello FEM	
	Frequenza $f_i$ [Hz]		Frequenza $f_i$ [Hz]	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
Quantità	Valore min	Valore max	Valore min	Valore max
<b>Spostamento</b> $u_D$ [mm]				
<b>Spostamento</b> $u_E$ [mm]				
<b>Carico critico</b> $\bar{p}_E$ [kN]				