



PROGRAMMA

Stabilità dell'equilibrio delle strutture

Introduzione ai problemi di stabilità dell'equilibrio delle strutture: abbandono delle ipotesi di piccoli spostamenti e piccole deformazioni, perdita di unicità della soluzione, definizione intuitiva di stabilità dell'equilibrio. Sistemi a elasticità concentrata a uno o più gradi di libertà: equilibrio nella configurazione variata, instabilità per biforcazione, effetto delle imperfezioni. Metodo energetico: teoremi di stazionarietà e di minimo dell'energia potenziale totale. Analisi linearizzata di sistemi a più gradi di libertà: matrici di rigidezza elastica e geometrica. Instabilità per scatto (snapping). Instabilità di travi presso-inflesse: equazione differenziale della linea elastica per travi presso-inflesse, condizioni al contorno nella configurazione deformata (contributo del carico assiale alla forza di taglio). Casi della trave semplicemente appoggiata, della trave a mensola; travi con condizioni di vincolo generiche: lunghezza libera di inflessione. Determinazione del carico critico di strutture costituite da travi elastiche e rigide variamente vincolate.

Preliminari matematici alla Meccanica dei continui

Grandezze scalari, vettoriali e tensoriali (del secondo ordine o di ordine superiore). Spazio euclideo, spazio vettoriale delle traslazioni, spazio dei tensori. Principali operazioni tra vettori: prodotto scalare, vettoriale e tensoriale. Tensore trasposto, tensori simmetrici e antisimmetrici, scomposizione di un tensore nelle quote simmetrica e antisimmetrica. Delta di Kronecker e alternatore di Ricci. Sistemi di riferimento: componenti di un vettore rispetto ad una base ortonormale, operazioni tra vettori in notazione matriciale. Prodotto scalare tra tensori, componenti di un tensore rispetto ad una base ortonormale. Operatori differenziali: gradiente e divergenza di campi scalari, vettoriali e tensoriali.

Statica dei corpi continui

Corpo continuo secondo Cauchy. Forze esterne (carichi nel volume e sulla frontiera del corpo), equazioni di equilibrio globale. Forze interne: sezioni di Eulero, postulato di Cauchy, vettore tensione, equazioni di equilibrio locale, principio di azione e reazione per il vettore tensione. Teorema del tetraedro di Cauchy: definizione del tensore degli sforzi, simmetria del tensore degli sforzi. Componenti normale e tangenziale del vettore tensione. Componenti speciali di tensione. Variazione delle componenti di tensione al variare del sistema di riferimento. Direzioni principali di tensione e tensioni principali. Invarianti di tensione. Classificazione degli stati di tensione: stati di tensione triassiali, biassiali, uniassiali e nulli; stati di tensione idrostatici e deviatorici. Rappresentazione dello stato di tensione sul piano di Mohr e nello spazio delle tensioni principali di Haig-Westergaard. Equazioni indefinite di equilibrio di Cauchy, equazioni di equilibrio sulla frontiera.

Cinematica dei corpi continui

Configurazioni e trasformazioni. Tensore gradiente di trasformazione. Analisi locale dello stato di deformazione: variazioni di lunghezza, angolo, area e volume. Vettore spostamento, tensore gradiente di spostamento. Tensore di deformazione di Green-Lagrange. Scomposizione polare del gradiente di trasformazione: tensori di dilatazione destro e sinistro, direzioni principali di dilatazione. Ipotesi di piccole deformazioni: scomposizione del gradiente di spostamento nelle quote simmetrica ed antisimmetrica. Tensori della deformazione infinitesima e della rotazione rigida infinitesima. Dilatazioni lineari, scorrimenti angolari e coefficiente di dilatazione volumica nell'ipotesi di piccole deformazioni. Direzioni principali di deformazione e deformazioni principali. Invarianti di deformazione. Equazioni di compatibilità cinematica di de Saint Venant. Condizioni al contorno per gli spostamenti.

Teorema dei lavori virtuali

Teorema dei lavori virtuali per i corpi continui. Teoremi degli spostamenti virtuali e delle forze virtuali.

Meccanica dei materiali

Introduzione alla meccanica dei materiali: legami costitutivi, aspetti teorici ed evidenze sperimentali. Caratterizzazione meccanica dei materiali: la prova di trazione uniassiale, comportamento elastico lineare e non lineare, comportamento plastico, rottura duttile e fragile. Legame elastico lineare: tensore di elasticità, simmetrie minori, notazione di Voigt. Materiali iperelastici: potenziale elastico, simmetria maggiore del



tensore di elasticità. Cenno ai materiali anisotropi ed ortotropi. Materiali iperelastici lineari isotropi: equazioni costitutive di Lamé, costanti elastiche ingegneristiche, relazioni inverse, modulo di elasticità volumetrico. Crisi del comportamento elastico: grandezza indice del pericolo, tensione ideale, dominio elastico nello spazio delle tensioni principali e nel piano di Mohr. Criteri di crisi di Galilei-Rankine, Grashof-De Saint Venant, Tresca e von Mises; cenno ai criteri di Mohr, Coulomb e Beltrami.

Problema di equilibrio elastico

Problema di equilibrio elastico per i corpi continui: incognite ed equazioni del problema, formulazione per materiali di Lamé. Proprietà della soluzione: esistenza, principio di sovrapposizione degli effetti. Cenno alle equazioni di Navier-Cauchy e Beltrami-Michell. Teorema di Clapeyron sull'energia di deformazione elastica, teorema di Kirchhoff sull'unicità della soluzione, teorema di Betti sul lavoro mutuo, teorema di Maxwell sugli spostamenti reciproci, teorema di stazionarietà dell'energia potenziale totale. Formulazione del problema di equilibrio elastico in coordinate polari e cilindriche.

Problema di de Saint-Venant

Problema di de Saint Venant: formulazione, ipotesi, postulato di de Saint Venant, casi di sollecitazione semplice e composta. Soluzione generale per la tensione normale: forza normale e flessione semplice; flessione deviata, tenso/presso-flessione e forza normale eccentrica. Soluzione per le tensioni tangenziali: soluzione approssimata del taglio secondo Jourawski; soluzione del momento torcente per la sezione circolare e formule approssimate di Bredt per sezioni cave e di Prandtl per sezioni rettangolari sottili.

Pisa, 5 marzo 2016.

Il Docente
Prof. Ing. Paolo S. VALVO