



PROGRAMMA

1 Geometria delle masse

1.1 I sistemi materiali discreti

Massa, momenti statici, baricentro, momenti e raggi d'inerzia, momenti centrifughi, centri relativi, relazioni di reciprocità, momento d'inerzia polare. Momenti centrali d'ordine n. Teoremi di trasposizione. Stato d'inerzia rispetto ad un punto: leggi di variazione dei momenti del second'ordine rispetto ad assi di direzione variabile. Direzioni e momenti d'inerzia principali. Il circolo di Mohr e sue proprietà. Polarità, antipolarità ed ellisse d'inerzia (Culmann). Equazione dei diametri coniugati. Ellisse centrale d'inerzia.

1.2 I sistemi materiali continui

Densità di massa lineare, superficiale e volumica. Momenti d'ordine n. Massa totale, momenti statici, baricentro, momenti e raggi d'inerzia, centri relativi, relazioni di reciprocità, momento d'inerzia polare. Momenti centrali d'ordine n.

1.3 La geometria delle aree

Caratteristiche inerziali di figure piane elementari. Area, momenti statici, baricentro, momenti del second'ordine, momento d'inerzia polare. Momenti centrali. Simmetria assiale obliqua e retta. Simmetria polare. Assi e momenti centrali d'inerzia. Ellisse centrale d'inerzia. Diametri coniugati. Il nocciolo centrale d'inerzia e sue proprietà.

2 Analisi statica e cinematica di travi e sistemi di travi rigide

2.1 La trave

Enti geometrici fondamentali: linea d'asse e sezione trasversale. Travi ad asse rettilineo o curvilineo, piane o spaziali. Travi a sezione costante o ad inerzia variabile; travi a sezione compatta od in parete sottile, aperta o chiusa. Travi tozze o snelle, funi e fili.

2.2 I vincoli

Vincolo di rigidità fra due punti materiali. Il caso dei piccoli spostamenti. La trave rigida. I vincoli: descrizione e terminologia, prestazioni cinematiche e molteplicità. Le connessioni: descrizione e terminologia, prestazioni cinematiche e molteplicità. I sistemi di travi: cinematismi e strutture. Sistemi di travi notevoli.

2.3 Analisi cinematica dei sistemi di travi

Sistemi di travi rigide soggetti a spostamenti infinitesimi. Sezioni di riferimento ed ausiliarie. Equazioni di compatibilità cinematica, interna ed esterna. Condizioni di vincolo e condizioni di raccordo. Scrittura delle equazioni di compatibilità cinematica attraverso il procedimento generale, semplificato e sintetico; i metodi di soluzione. La matrice cinematica ed il controllo dell'efficacia dei vincoli. Il grado d'indeterminazione cinematica.

2.4 I carichi

Azioni sulle costruzioni, concentrate o distribuite. Forze e distorsioni. Forze di volume o di



superficie. La riduzione dei carichi all'asse. Le reazioni vincolari e le caratteristiche della sollecitazione: sforzo assiale, N , sforzi di taglio, T_x e T_y , momenti flettenti, M_x e M_y , momento torcente, M_z . Sistemi di riferimento globale e locale. Convenzioni sui segni delle reazioni vincolari e delle caratteristiche della sollecitazione. Le sconnessioni: descrizione e terminologia, prestazioni statiche e molteplicità.

2.5 Analisi statica dei sistemi di travi

Le discontinuità geometriche, di carico e di vincolo. I nodi, le sezioni di riferimento e le sezioni ausiliarie. Compatibilità meccanica, interna ed esterna. Condizioni di vincolo e condizioni di raccordo. La scrittura delle equazioni d'equilibrio attraverso il procedimento generale, semplificato e sintetico, il metodo delle equazioni ausiliarie ed i metodi di soluzione. Matrice statica ed efficacia dei vincoli. Il grado d'indeterminazione statica: sistemi staticamente incompatibili, determinati ed indeterminati. La risoluzione interna dei sistemi di travi. Equazioni indefinite d'equilibrio per l'elemento di trave ad asse rettilineo o curvilineo e le condizioni al contorno. Tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione: il metodo diretto, il metodo indiretto. Azioni concentrate in punti dell'asse: discontinuità nei diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.

2.6 Le travature reticolari

Terminologia tecnica. Travature reticolari piane e spaziali. Scrittura delle equazioni d'equilibrio dei nodi in forma vettoriale ed in forma scalare. Il metodo delle equazioni ausiliarie. I metodi sintetici: travature a nodi o a sezioni canoniche. Il metodo di Culmann e di Ritter.

2.7 Il principio dei lavori virtuali per i sistemi di travi rigide

Uso di campi di spostamenti congruenti: determinazione di reazioni vincolari e caratteristiche della sollecitazione nei sistemi staticamente determinati. Uso di sistemi di forze equilibrati: determinazione di campi di spostamenti congruenti. Relazioni fra componenti di spostamento, assolute e relative. La dualità statica-cinematica.

3 Analisi statica e cinematica di travi e sistemi di travi elastiche

3.1 Le travature elastiche

L'indeterminazione statica delle strutture: inadeguatezza del modello di comportamento rigido. Il ricorso all'esperienza. Il comportamento dei materiali metallici duttili durante una prova sperimentale: le grandezze desumibili da una prova di trazione monoassiale monotona. La fase elastica ed il limite di proporzionalità, lo snervamento e la fase plastica, l'incrudimento, la rottura. Lo scarico, il ricarico e l'inversione del carico in ciascuna delle tre fasi. Il modello elastico lineare, ipotesi e campo di validità. Brevi cenni alle esperienze ed alla formula segreta di Hooke.

3.2 La teoria tecnica delle travi elastiche

L'elemento di trave: il concio di lunghezza finita ed il concio elementare. Configurazione di riferimento e configurazione attuale. Misure locali di deformazione infinitesima: estensione, scorrimento angolare e curvatura flessionale. Le relazioni costitutive fra le misure locali di deformazione infinitesima e le caratteristiche della sollecitazione. La rigidità estensionale, tagliante e flessionale. L'energia di deformazione elastica per la trave. La compatibilità cinematica per la trave: descrizione approssimata del campo di spostamenti mediante le componenti di spostamento dei punti dell'asse e le rotazioni delle sezioni. L'ipotesi di conservazione delle sezioni piane (Bernoulli): conseguenze e campo di validità. L'ipotesi di perpendicolarità fra il piano della sezione e la tangente alla linea elastica: la trave di Eulero-Bernoulli. Inclusione del contributo



deformativo dovuto al taglio: la trave di Timoshenko. Espressioni esplicite delle relazioni fra le misure locali di deformazione e le componenti di spostamento dei punti dell'asse. Confronto fra i due modelli e campi di applicazione. Deformazioni non elastiche: legame costitutivo in presenza di variazioni termiche e difetti geometrici.

3.3 Il Principio dei lavori virtuali per i sistemi di travi elastiche

Spostamenti virtuali, deformazioni virtuali e lavoro virtuale. L'enunciato del Principio dei lavori virtuali. L'uso di sistemi di forze equilibrati: la tecnica dei carichi esplorativi per il calcolo di spostamenti, assoluti e relativi, in strutture elastiche staticamente determinate. Unicità e linearità della soluzione: il Principio della sovrapposizione degli effetti.

3.4 Sistemi di travi elastiche a basso grado d'indeterminazione statica

Risoluzione del problema iperstatico col metodo delle forze. Il metodo della struttura equivalente ed il metodo delle strutture ausiliarie. La struttura principale e le incognite iperstatiche. Le equazioni di Müller-Breslau. I coefficienti d'influenza: significato, proprietà e convenzione sui segni. I termini di carico. Criteri da adottare nella scelta del sistema principale. Il caso dei vincoli imperfetti: cedimenti elastici ed anelastici. Il problema delle coazioni: variazioni termiche, autotensioni, forzaggio e difetti di montaggio. Semplificazioni derivanti dalla simmetria strutturale.

3.5 La teoria delle travi elastiche snelle inflesse

Casi in cui il contributo deformativo della forza normale e/o di taglio è rigorosamente nullo o può essere trascurato. Il ruolo della snellezza. L'equazione differenziale della linea elastica: analisi delle condizioni al contorno ed illustrazione dei metodi per l'integrazione. Il trattamento delle discontinuità della linea elastica: analisi delle condizioni di raccordo ed illustrazione di metodi che ne semplificano l'integrazione. Studio di travi continue e strutture iperstatiche semplici soggette a condizioni generiche di carico e di vincolo.

4 Meccanica dei continui e Teoria dell'elasticità

4.1 Preliminari matematici

Grandezze scalari, vettoriali e tensoriali (del secondo ordine o di ordine superiore); spazi euclidei e spazi vettoriali; principali operazioni tra vettori e tensori e loro proprietà; sistemi di riferimento, componenti scalari di vettori e tensori rispetto a una base ortonormale.

4.2 Statica dei corpi continui

Corpo continuo secondo Cauchy. Forze esterne (carichi nel volume e sulla frontiera del corpo), equazioni di equilibrio globale. Forze interne: sezioni di Eulero, vettore tensione. Principio di azione e reazione per il vettore tensione. Teorema del tetraedro di Cauchy. Definizione del tensore degli sforzi. Simmetria del tensore degli sforzi. Componenti normale e tangenziale del vettore tensione. Componenti speciali di tensione. Variazione delle componenti di tensione al variare del sistema di riferimento. Direzioni principali di tensione e tensioni principali. Invarianti di tensione. Classificazione degli stati di tensione: stati di tensione triassiali, biassiali e uni assiali; stati di tensione idrostatici e deviatorici. Rappresentazione dello stato di tensione sul piano di Mohr e nello spazio delle tensioni principali di Haig-Westergaard. Equazioni indefinite di equilibrio, equazioni di equilibrio sulla frontiera.

4.3 Cinematica dei corpi continui

Configurazioni e trasformazioni. Tensore gradiente di trasformazione. Analisi locale dello stato di



deformazione: variazioni di lunghezza, angolo, area e volume. Vettore spostamento, tensore gradiente di spostamento. Tensore di deformazione di Green-Lagrange. Ipotesi di piccole deformazioni: scomposizione del gradiente di spostamento nelle quote simmetrica ed antisimmetrica. Tensore delle piccole rotazioni. Tensore delle piccole deformazioni. Dilatazioni lineari, scorrimenti angolari e coefficiente di dilatazione volumica nell'ipotesi di piccole deformazioni. Direzioni principali di deformazione e deformazioni principali. Invarianti di deformazione. Equazioni di compatibilità cinematica. Condizioni al contorno per gli spostamenti.

4.4 Teorema dei lavori virtuali per i corpi continui

Teorema dei lavori virtuali per i corpi continui. Teoremi degli spostamenti virtuali e delle forze virtuali.

4.5 Meccanica dei materiali

Caratterizzazione meccanica dei materiali: la prova di trazione uniassiale, comportamento elastico lineare e non lineare, comportamento plastico, rottura duttile e fragile. Il legame elastico lineare: il tensore di elasticità, simmetrie minori, notazione di Voigt. Materiali iperelastici: potenziale elastico, simmetria maggiore del tensore di elasticità. Cenno ai materiali anisotropi ed ortotropi. Materiali isotropi: equazioni costitutive di Lamé, costanti elastiche ingegneristiche, relazioni inverse, modulo di elasticità volumetrico. La crisi del comportamento elastico: grandezza indice del pericolo, dominio elastico nello spazio delle tensioni principali, criteri di crisi (criteri di Galilei-Rankine, Tresca e von Mises; cenno ai criteri di Grashof-De Saint Venant, Coulomb e Beltrami).

4.6 Problema dell'equilibrio elastico

Problema di equilibrio elastico per i corpi continui: incognite ed equazioni del problema. Proprietà della soluzione: esistenza, principio di sovrapposizione degli effetti, teorema di Clapeyron sull'energia di deformazione elastica, teorema di Kirchhoff sull'unicità della soluzione. Altre proprietà della soluzione del problema di equilibrio elastico: teorema di Betti sul lavoro mutuo, teorema di Maxwell sugli spostamenti reciproci, teorema di stazionarietà dell'energia potenziale totale.

4.7 Problema di de Saint-Venant

Problema di de Saint Venant: formulazione, ipotesi, postulato di de Saint Venant, casi di sollecitazione semplice e composta. Soluzione per la tensione normale: i casi della forza normale N e del momento flettente M_x ed M_y ; i casi della flessione deviata e della tenso/presso-flessione. Soluzione per le tensioni tangenziali: trattazione approssimata del caso del taglio secondo Jourawski; il caso del momento torcente per la sezione circolare, per le sezioni cave secondo Bredt e per le sezioni rettangolari sottili secondo Prandtl.

Pisa, 5 giugno 2012.

Il Docente
Dott. Ing. Paolo S. VALVO