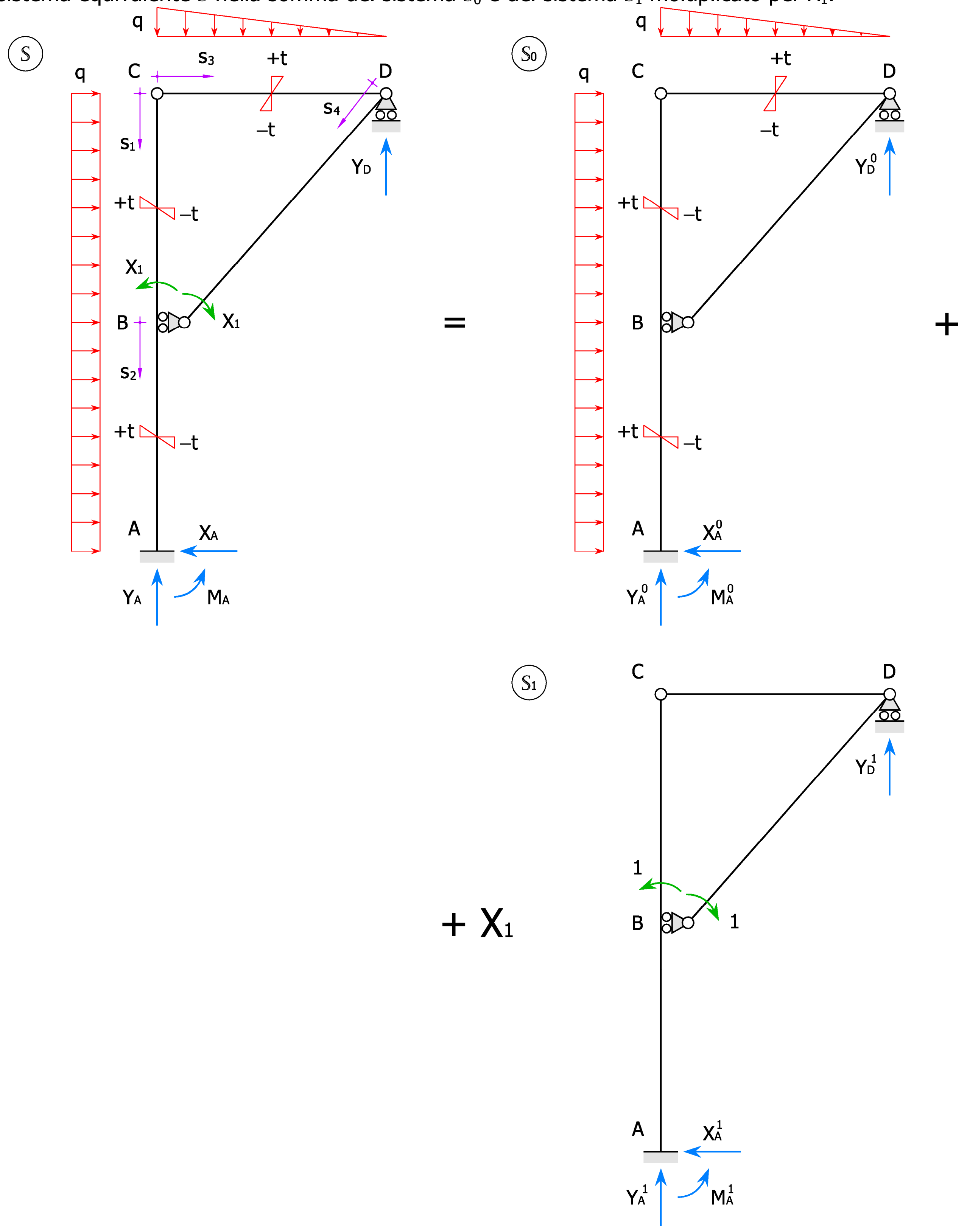
Prova scritta dell'11 settembre 2012 – Soluzione

Problema A

Assunta come incognita iperstatica X_1 la coppia trasmessa dal doppio pendolo in B, si decompone il sistema equivalente $\mathcal{S}$ nella somma del sistema $\mathcal{S}_0$ e del sistema $\mathcal{S}_1$ moltiplicato per X_1.



Sistema $\mathbb{S}_0$

Mediante le equazioni di equilibrio statico, si determinano le reazioni vincolari e le caratteristiche della sollecitazione nel sistema $\mathbb{S}_0$. Le reazioni vincolari risultano

$$X_A^0 = 2qL, \quad Y_A^0 = \frac{1}{3}qL, \quad M_A^0 = 2qL^2, \quad Y_D^0 = \frac{1}{6}qL.$$

Le caratteristiche della sollecitazione hanno le espressioni riportate nella tabella seguente.

Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^0	Forza di taglio T_{IJ}^0	Momento flettente M_{IJ}^0
1	CB	$0 \le s_1 \le L$	$-\frac{1}{3}qL$	qs_1	$\frac{1}{2}qs_1^2$
2	BA	$0 \le s_2 \le L$	$-\frac{1}{3}qL$	$qL + qs_2$	$\frac{1}{2}qL^2 + qLs_2 + \frac{1}{2}qs_2^2$
3	CD	$0 \le s_3 \le L$	0	$\frac{1}{3}qL - qs_3 + \frac{1}{2}q\frac{s_3^2}{L}$	$\frac{1}{3}qLs_3 - \frac{1}{2}qs_3^2 + \frac{1}{6}q\frac{s_3^3}{L}$
4	DB	$0 \le s_4 \le \sqrt{2}\,L$	0	0	0

Sistema $\mathbb{S}_1$

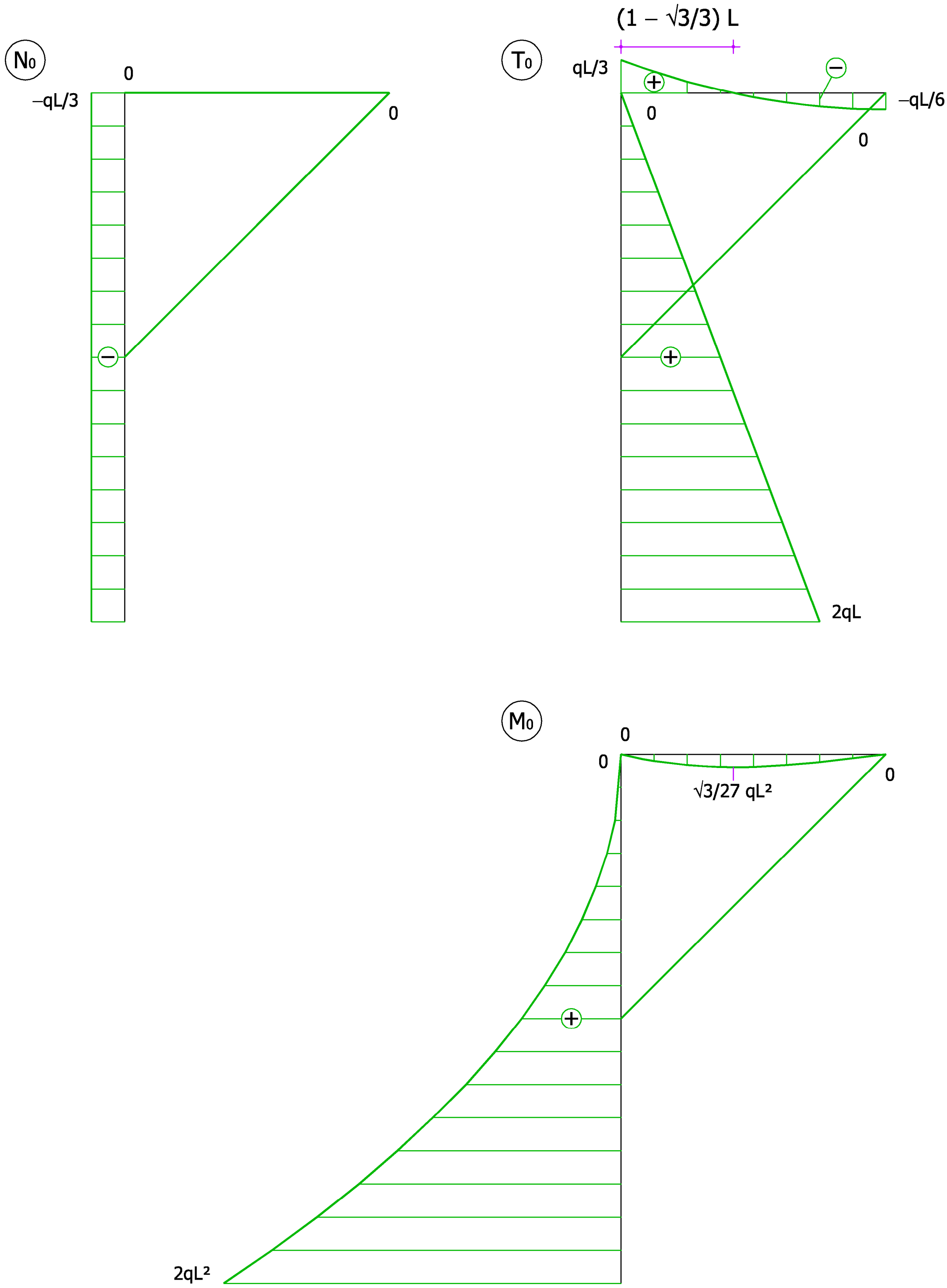
Analogamente, imponendo l'equilibrio statico nel sistema $\mathbb{S}_1$, si trovano le reazioni vincolari

$$X_A^1 = 0, \quad Y_A^0 = 0, \quad M_A^0 = 0, \quad Y_D^0 = 0.$$

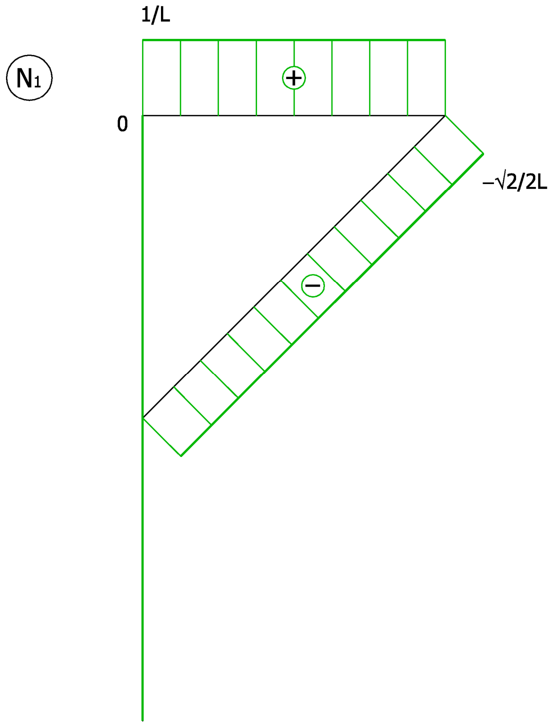
Le caratteristiche della sollecitazione hanno le espressioni riportate nella tabella seguente.

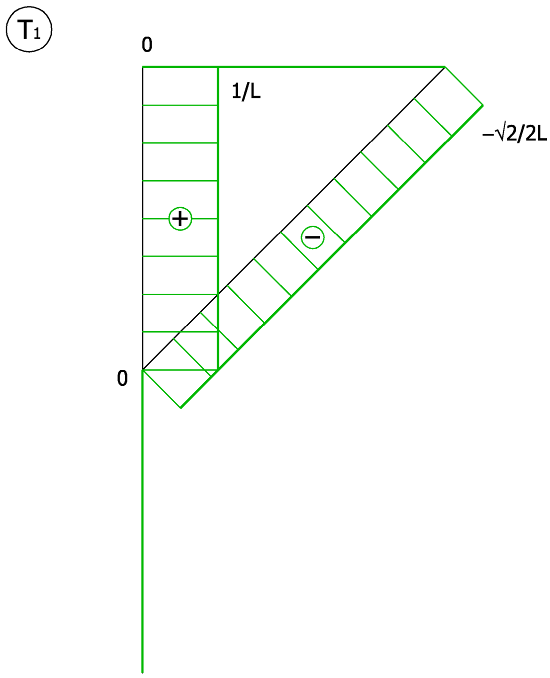
Trave n.	Estremi IJ	Ascissa	Forza normale N_{IJ}^0	Forza di taglio T_{IJ}^0	Momento flettente M_{IJ}^0
1	CB	$0 \le s_1 \le L$	0	$\frac{1}{L}$	$\frac{s_1}{L}$
2	BA	$0 \le s_2 \le L$	0	0	0
3	CD	$0 \le s_3 \le L$	$\frac{1}{L}$	0	0
4	DB	$0 \le s_4 \le \sqrt{2}\,L$	$-\frac{\sqrt{2}}{2L}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2L}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{s_4}{L}$

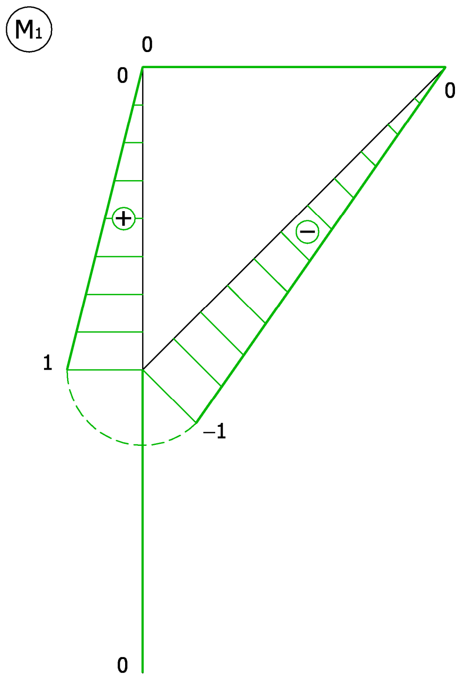
Diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione nel sistema S_0



Diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione nel sistema S_1







Determinazione dell'incognita iperstatica

Per il sistema in esame, l'equazione di Müller-Breslau risulta

$$\eta_1 = \eta_{10} + X_1\eta_{11},$$

dove

$$\eta_1 = 0.$$

Applicando il Teorema dei lavori virtuali,

$$\mathcal{L}_e^{1\to0} = 1\cdot\eta_{10} = \mathcal{L}_i^{1\to0} = \int_\Omega M_{IJ}^1\,\kappa_{IJ}^0\,ds = \int_0^L M_{CB}^1(s_1)\,[\frac{M_{CB}^0(s_1)}{EJ} + \frac{2\alpha t}{H}]\,ds_1,$$

$$\mathcal{L}_e^{1\to1} = 1\cdot\eta_{11} = \mathcal{L}_i^{1\to1} = \int_\Omega M_{IJ}^1\,\kappa_{IJ}^1\,ds = \int_0^L \frac{[M_{CB}^1(s_1)]^2}{EJ}\,ds_1 + \int_0^{\sqrt{2}L} \frac{[M_{DB}^1(s_4)]^2}{EJ}\,ds_4;$$

si calcolano i valori dei coefficienti,

$$\eta_{10} = \frac{qL^3}{8EJ} + \frac{\alpha tL}{H};$$

$$\eta_{11} = \frac{1}{3}(1+\sqrt{2})\frac{L}{EJ}.$$

Infine, si determina il valore dell'incognita iperstatica

$$X_1 = -\frac{3}{1+\sqrt{2}}(\frac{qL^2}{8} + \frac{\alpha t}{H}EJ).$$

Problema B

La tabella seguente riporta i valori delle tensioni sulle quattro corde considerate.

Corda n.	Tensione normale σ_z	Tensione tangenziale τ_{zy}	Tensione ideale σ_{id}
1	0	$\frac{9}{40}\frac{Q}{at}$	$\frac{9}{20}\frac{Q}{at} \cong 0.450\frac{Q}{at}$
2	$\frac{1}{10}\frac{Q}{at}$	$\frac{7}{40}\frac{Q}{at}$	$\frac{\sqrt{53}}{20}\frac{Q}{at} \cong 0.364\frac{Q}{at}$
3	$\frac{1}{10}\frac{Q}{at}$	$\frac{6}{40}\frac{Q}{at}$	$\frac{\sqrt{10}}{10}\frac{Q}{at} \cong 0.316\frac{Q}{at}$
4	$\frac{2}{10}\frac{Q}{at}$	0	$\frac{2}{10}\frac{Q}{at} = 0.200\frac{Q}{at}$