Esercitazione 5

Corso di Elaborazione e Trasmissione delle Immagini

Pisa, 8 novembre 2006

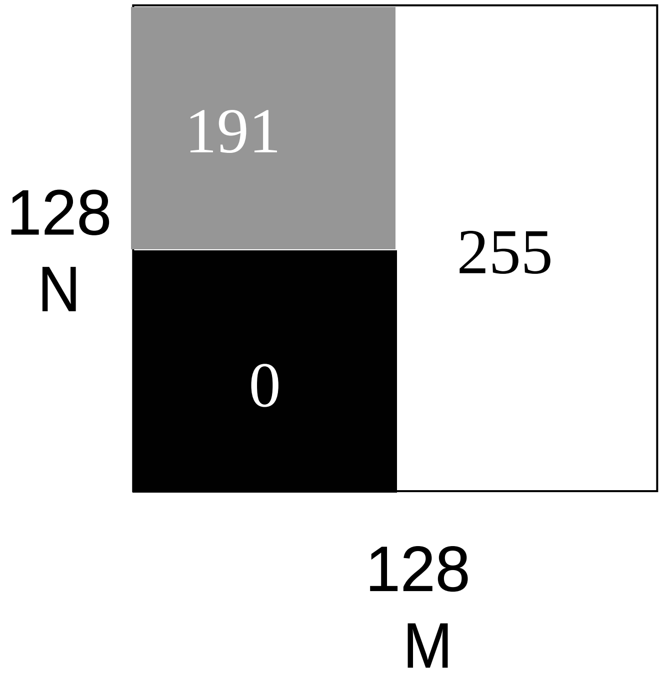
Contenuto della presentazione

- Istogramma di un’immagine
- Istogramma di un’immagine su Q livelli
- Definizione e calcolo del contrasto
- Equalizzazione dell’istogramma di un’immagine (modifica del contrasto)

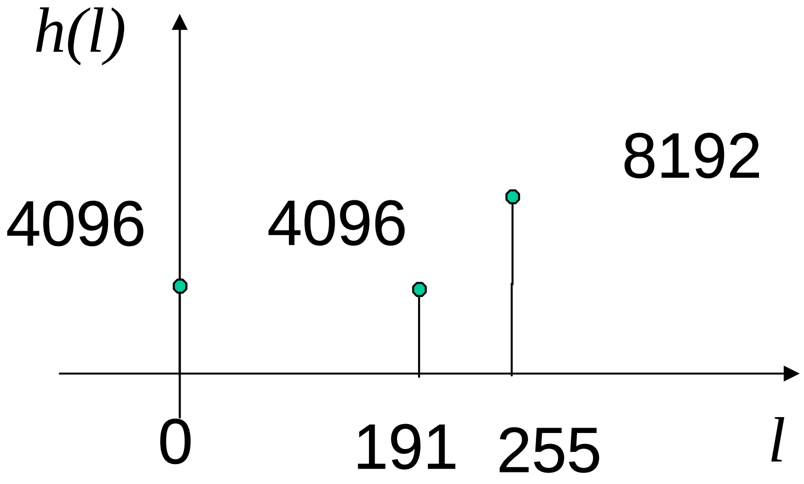
Individuazione dei contorni

- Estrazione dei contorni di un’immagine mediante operatore gradiente

Istogramma di una immagine



16384 pixel



$$h[l] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \delta\left[a[m,n] - l\right]$$

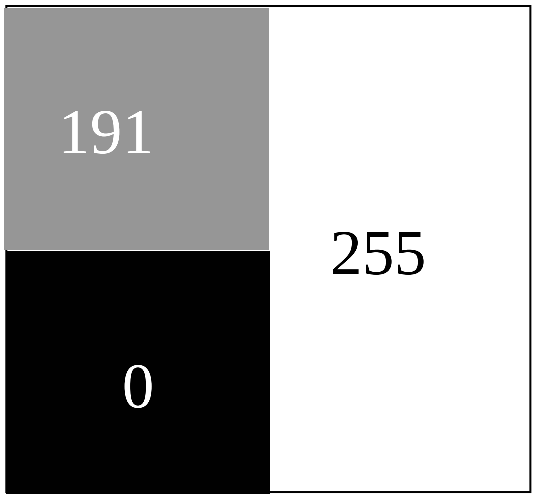
Istogramma normalizzato

Massa di probabilità
(frequenza relativa)

$$h_N[l] = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \delta\left[a[m,n] - l\right]$$

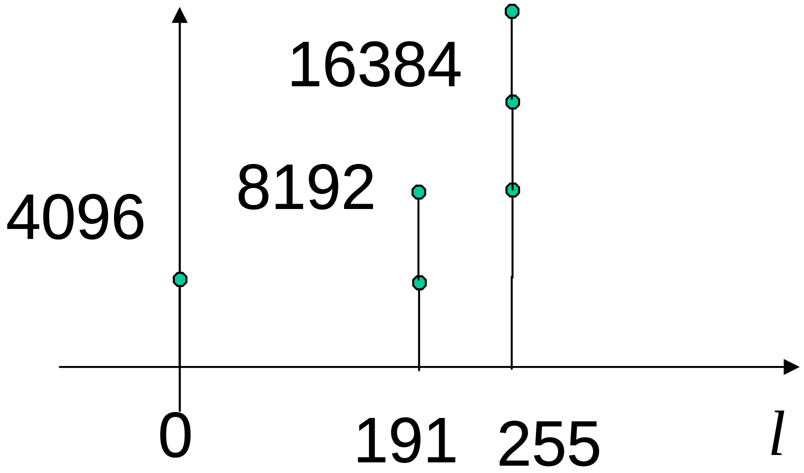
Istogramma cumulato

128
N



128
M

16384 pixel



$$H[l] = \sum_{k=0}^{l} h[k]$$

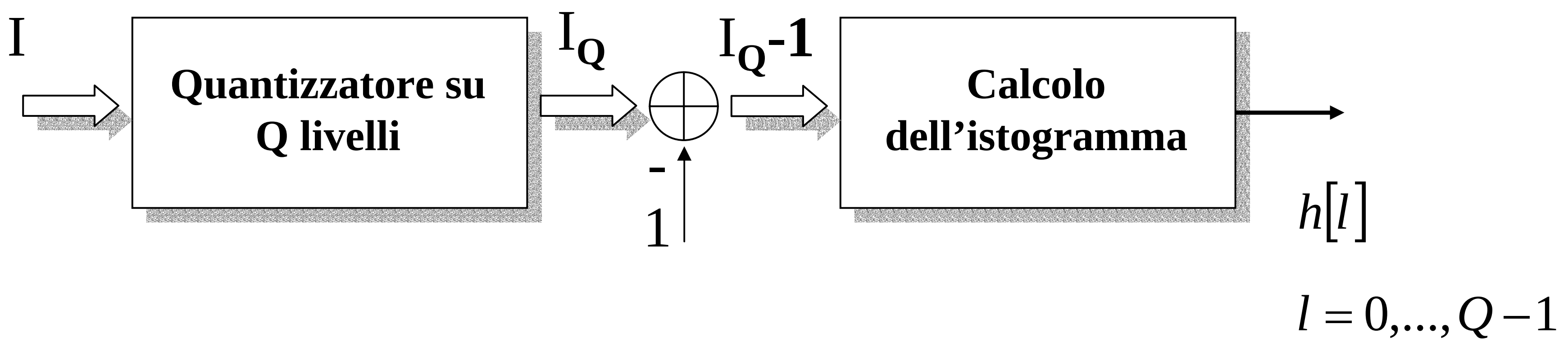
Istogramma cumulato normalizzato

Distribuzione di probabilità $\Longleftrightarrow$

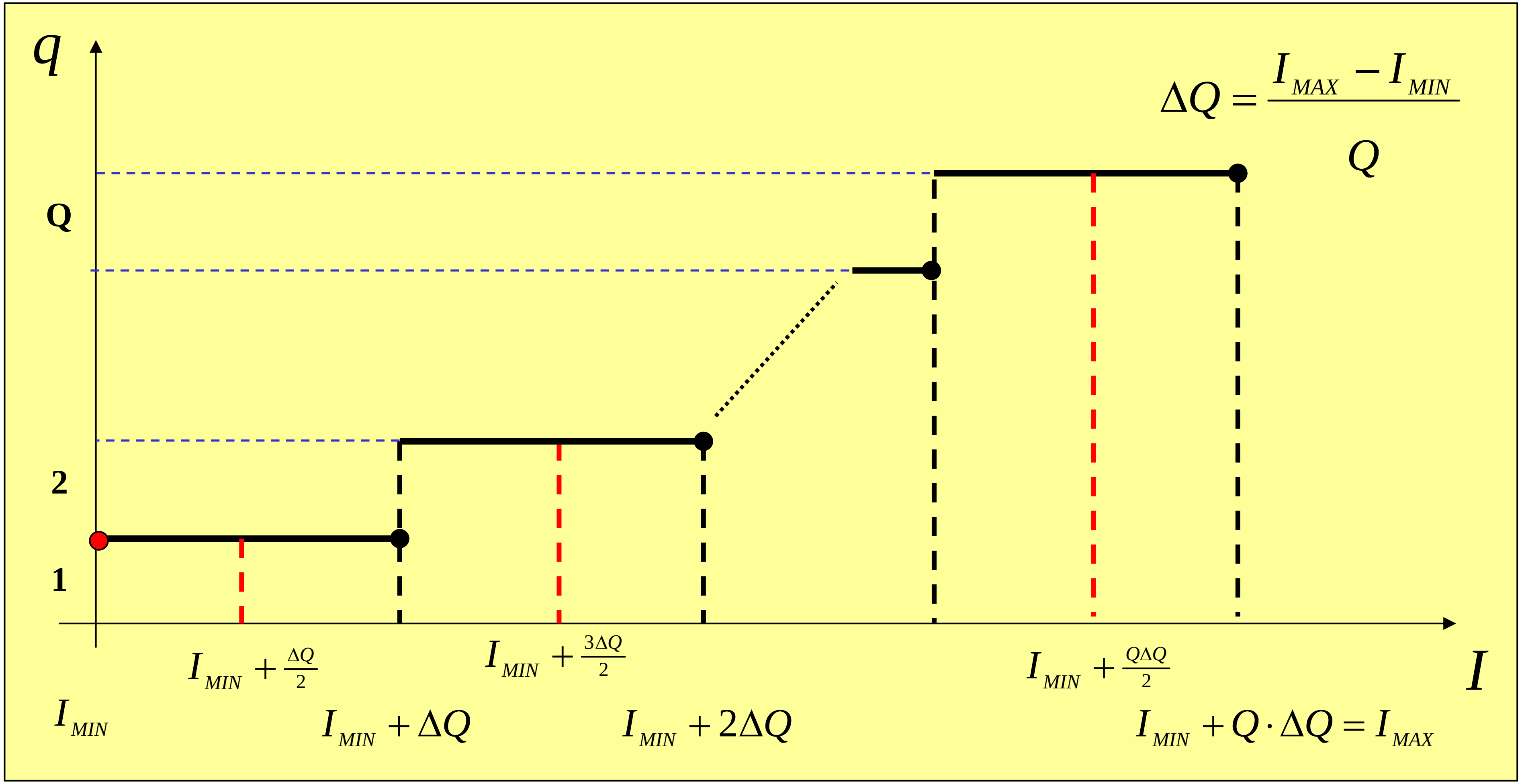
$$H_N[l] = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{l} h[k] = \sum_{k=0}^{l} h_N[k]$$

Istogramma di un'immagine su Q livelli

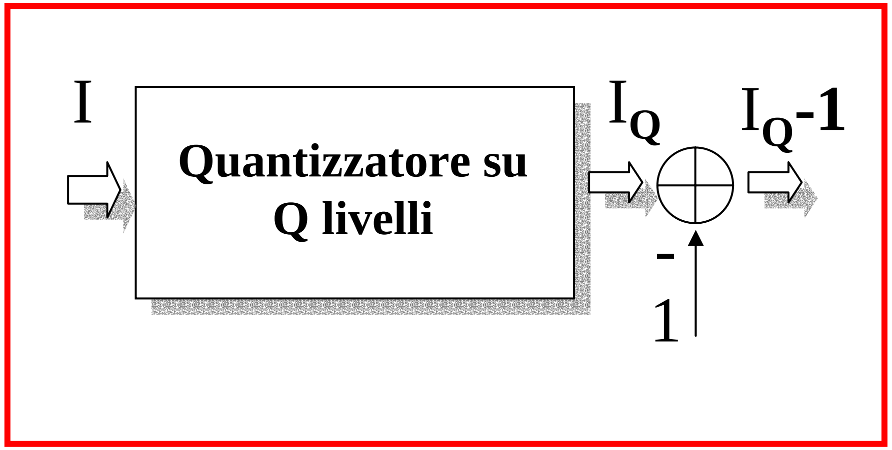
Istogramma dell'immagine ottenuta quantizzando quella originale su Q livelli distinti



Quantizzazione su Q livelli



Quantizzazione su Q livelli di un’immagine in Matlab



$$I_Q = ceil\left(Q * \left[\frac{I - I_{MIN}}{I_{MAX} - I_{MIN}} \right] \right)$$

$$I_{Q-1} = I_Q - 1$$

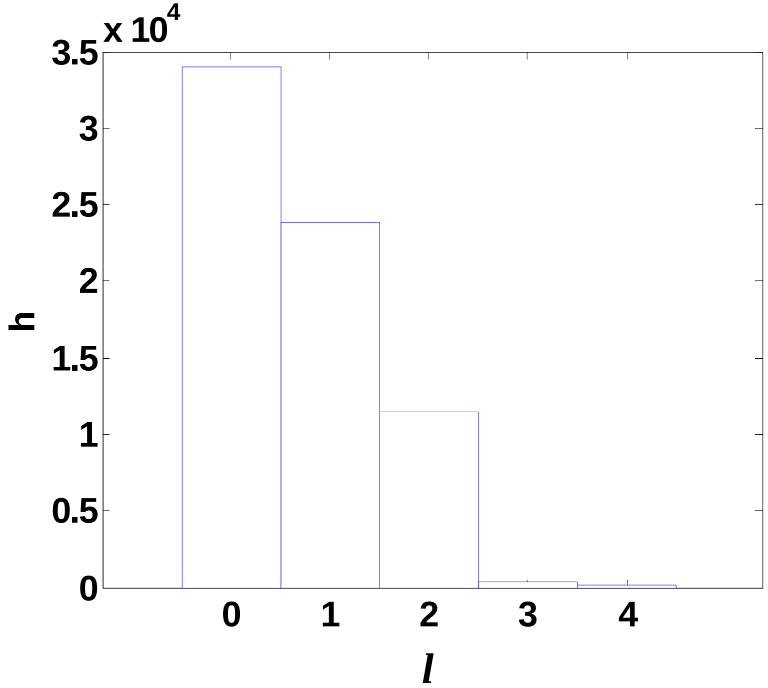
$$I_{Q-1} = I_{Q-1}.*\left(\mathrm{I} > \mathrm{I}_{\mathrm{MIN}}\right)$$

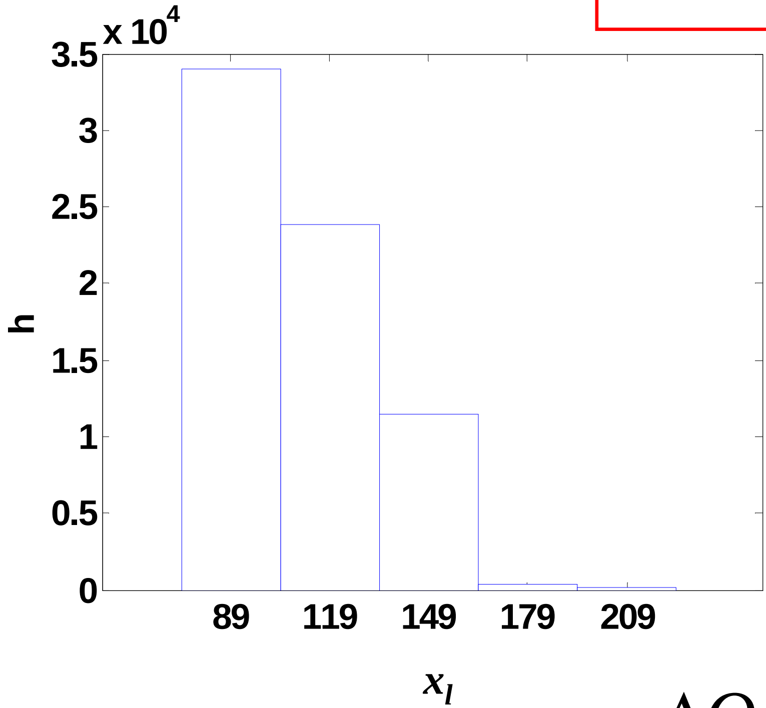
Parte intera di un numero reale (MATLAB)

- **floor**: approssima il numero reale con la sua parte intera
- **ceil**: approssima il numero reale con la sua parte intera più 1
- **round**: approssima il numero reale con la sua parte intera se la sua parte reale è < di 0.5 altrimenti aggiunge 1 alla parte intera.

Esempio

$\boxed{Q = 5}$





$$l = 0, \ldots, Q-1$$

$$x_l = I_{MIN} + l \cdot \Delta Q + \frac{\Delta Q}{2}$$

Istogramma normalizzato

$$h_N[l] = \frac{h[l]}{MN} \cong \Pr\left\{ I_{MIN} + l \cdot \Delta Q < I \leq I_{MIN} + (l+1) \cdot \Delta Q \right\}$$

Istogramma cumulato di un'immagine su Q livelli

$$H\left[l\right]=\sum_{k=0}^{l}h[k] \qquad\qquad l=0,\dots,Q-1$$

Istogramma cumulato normalizzato

$$H_N\left[l\right]=\frac{1}{MN}\sum_{k=0}^{l}h[k]=$$

$$=\sum_{k=0}^{l}h_N[k]\cong \Pr\left\{I_{MIN}<I\le I_{MIN}+\left(l+1\right)\cdot\Delta Q\right\}=F_I\left(I_{MIN}+\left(l+1\right)\cdot\Delta Q\right)$$

MATLAB

hist calcola l'istogramma di un insieme di dati considerando un numero Q di livelli di quantizzazione

mean2 calcola il valor medio di una funzione definita su un dominio 2-D discreto (matrice)

std2 calcola la deviazione standard di una funzione definita su un dominio 2-D discreto (matrice)

Contrasto

$$C_1 = I_{MAX} - I_{MIN} \qquad C_2 = \frac{I_{MAX} - I_{MIN}}{I_{MAX} + I_{MIN}}$$

$$C_3 = \frac{\sigma_I}{\eta_I}$$

σ_I = deviazione standard dell'immagine

η_I = valor medio dell'immagine

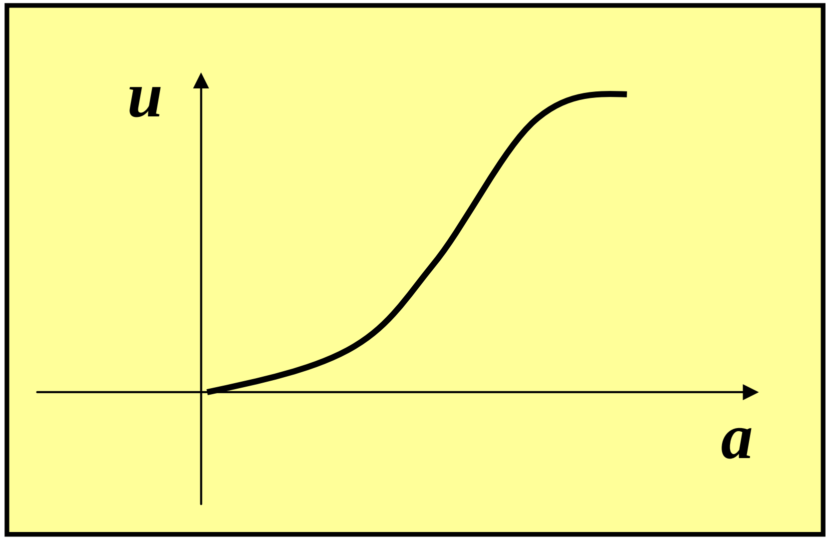
$$\sigma_I = \sqrt{\sum_{i=I_{MIN}}^{I_{MAX}} (i - \eta_I)^2 \, h_N[i]}$$

$$\eta_I = \sum_{i=I_{MIN}}^{I_{MAX}} i \, h_N[i]$$

Modifica del contrasto

$a[m,n]$ → **Sistema non lineare**
Invariante alla traslazione
Privo di memoria → $u[m,n]$

Trasformazioni puntuali



Caratteristica ingresso-uscita

Teorema fondamentale (trasformazioni monotone)

$U = g(A) \qquad g : \Re \to \Re$ monotona crescente

$$F_U(u) = \Pr\{U \le u\} = \Pr\{g(A) \le g(a)\}\Big|_{a=g^{-1}(u)}$$

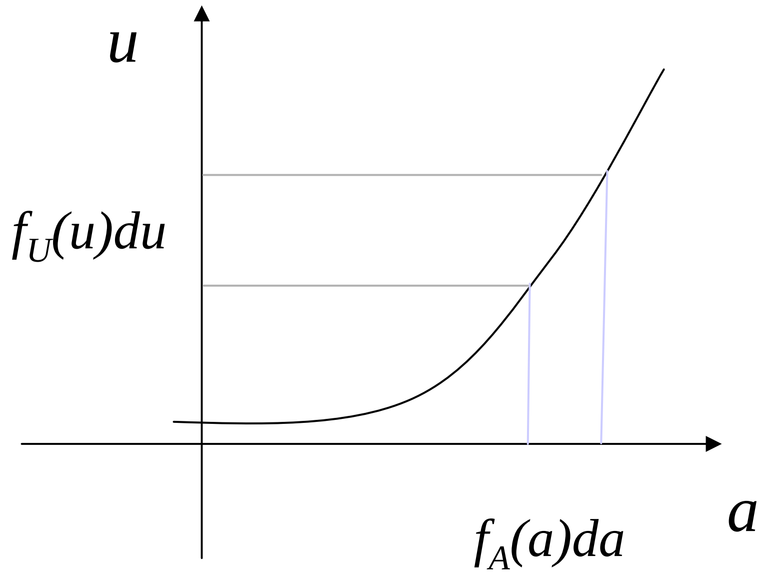
g monotona crescente $\Downarrow$

$$\Pr\{A \le a\}\Big|_{a=g^{-1}(u)} = F_A(a)\Big|_{a=g^{-1}(u)}$$

$$\Downarrow$$

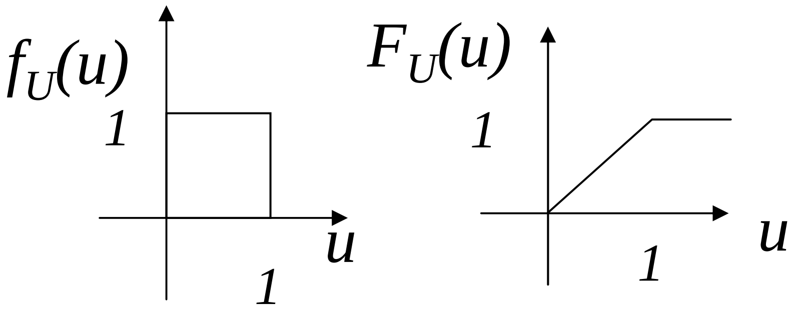
$$F_U(u) = F_A(a)\Big|_{a=g^{-1}(u)}$$

$$u = F_U^{-1}\left(F_A(a)\right)$$

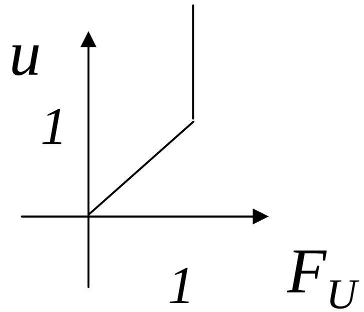


Equalizzazione dell'istogramma

Se vogliamo che U sia uniformemente distribuita nell'intervallo (0,1)

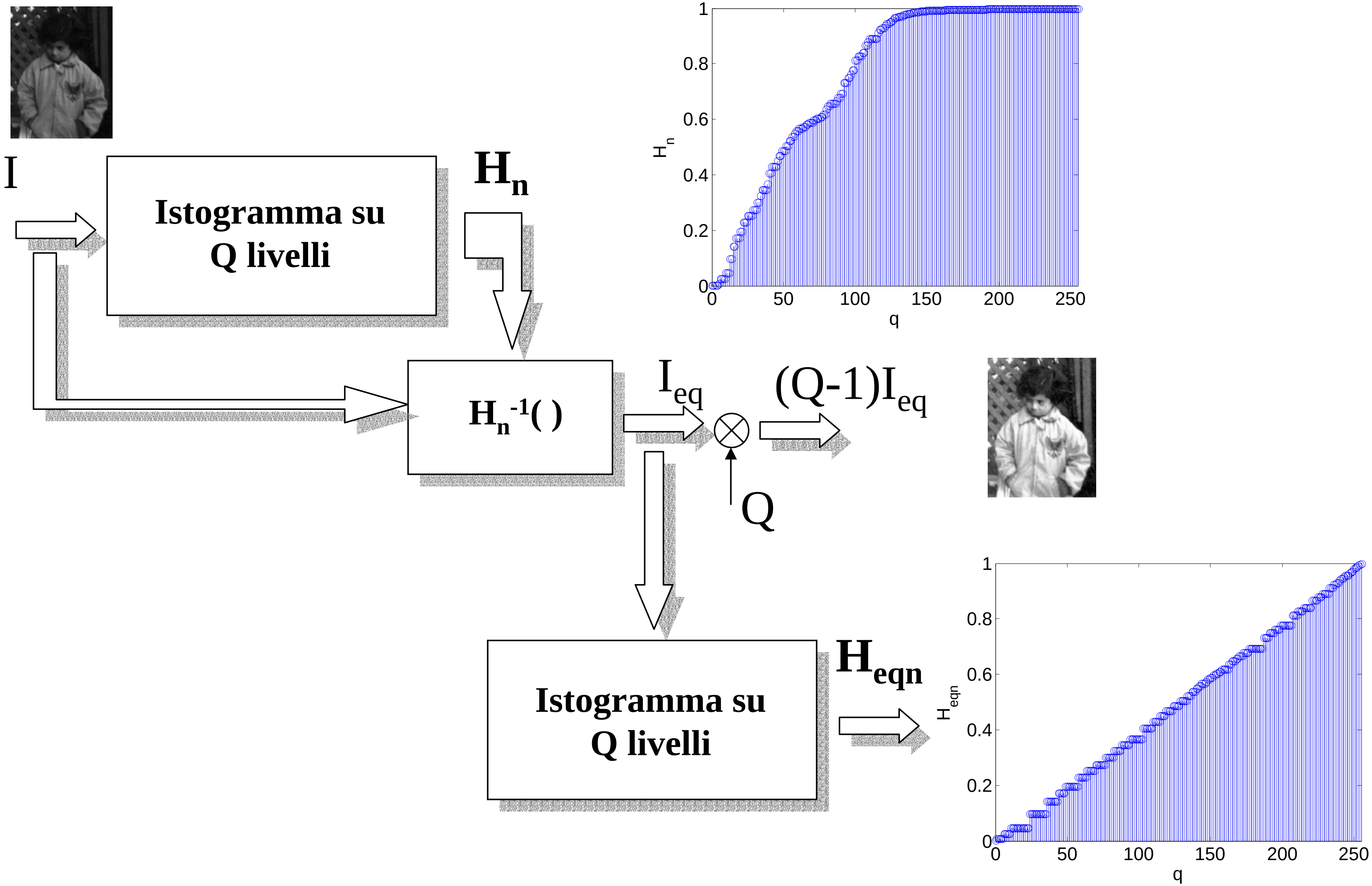


la trasformazione è



$$u = F_U^{-1}\left(F_A(a)\right) = F_A(a)$$

Equalizzazione dell’istogramma



Estrazione dei contorni di un’immagine

Gradiente di una funzione

$$\Delta f(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} \underline{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \underline{j}$$

Campo vettoriale: il modulo individua la massima pendenza nel punto P(x,y), la direzione è quella associata alla massima pendenza.
Ortogonale alla direzione della tangente alla curva di livello nel punto P.

Derivata direzionale

$$\frac{df}{d\vec{n}} = \lim_{h \to 0} \frac{f(\vec{x} + h\vec{n}) - f(\vec{x})}{h} = \Delta f \cdot \vec{n}$$

La derivata è massima nella direzione del gradiente

Derivate parziali: approssimazione con rapporto incrementale

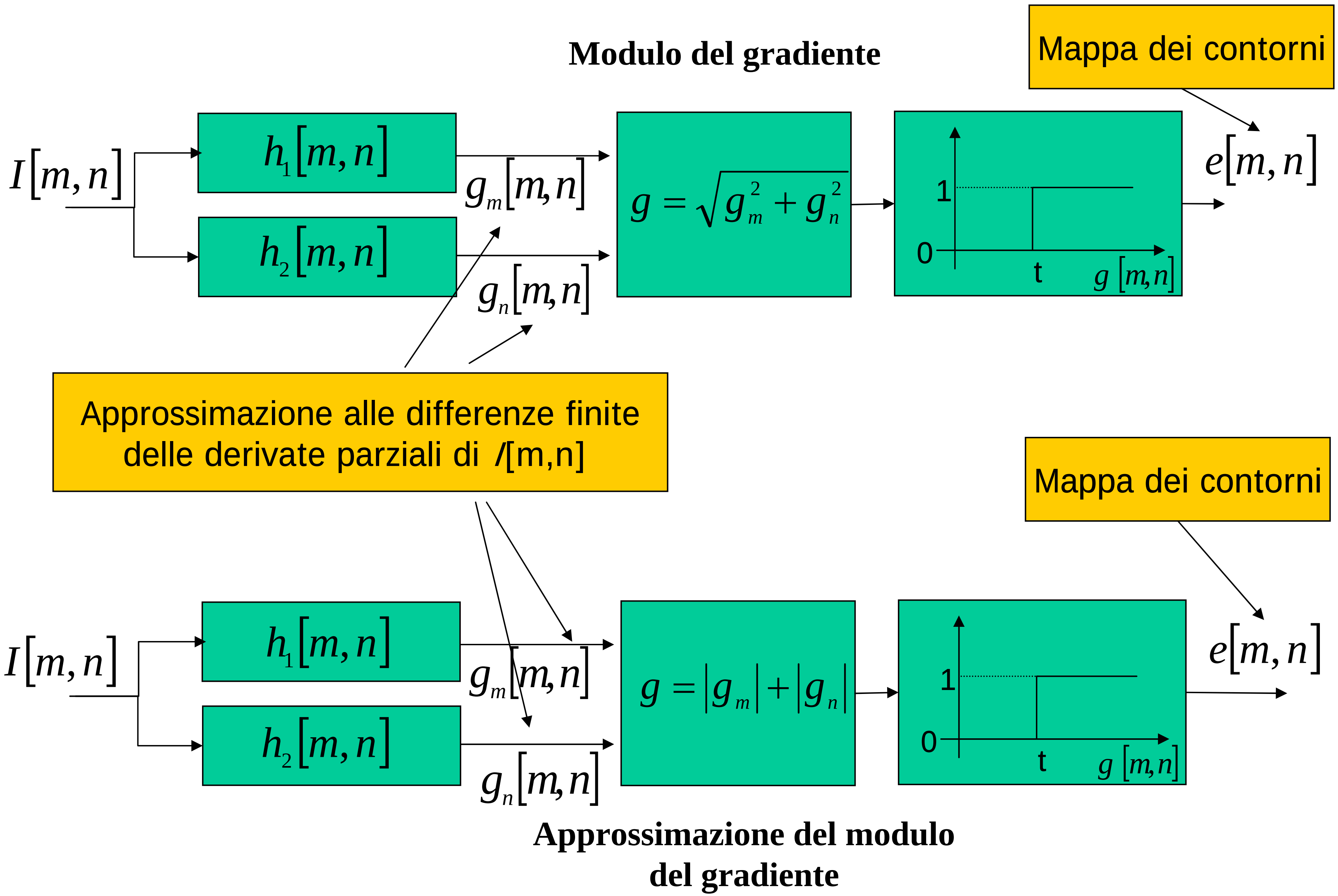
$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \approx \frac{f(x+\Delta,y)}{\Delta} \qquad \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \approx \frac{f(x,y+\Delta)}{\Delta}$$

Differenze finite

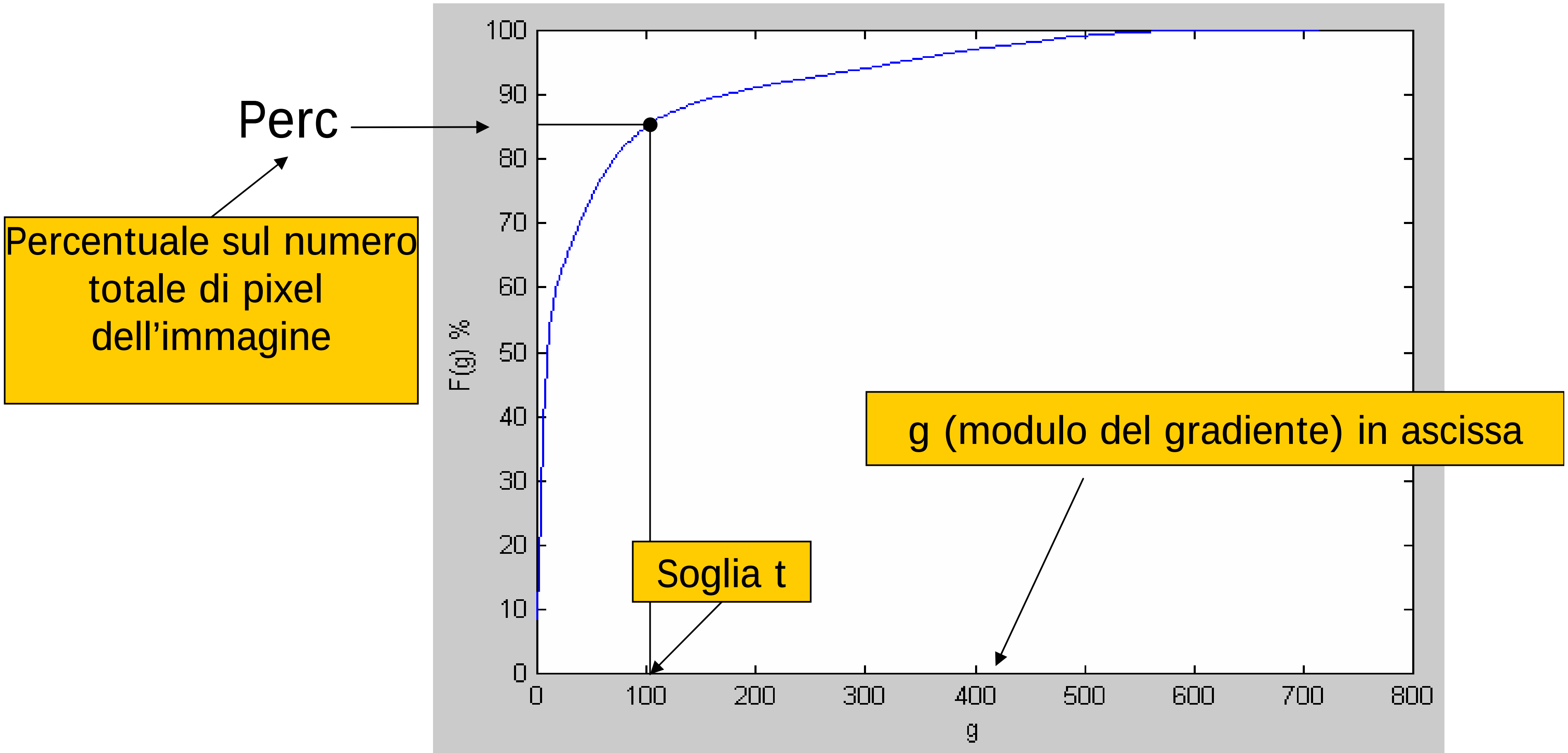
$$\Delta_m[m,n] = f[m+1,n] - f[m,n] = f[m,n] \otimes\otimes [\delta[m+1,n] - \delta[m,n]]$$

$$\Delta_n[m,n] = f[m,n+1] - f[m,n] = f[m,n] \otimes\otimes [\delta[m,n+1] - \delta[m,n]]$$

Estrazione di contorni tramite operatore gradiente



Scelta della soglia t
(con l’istogramma cumulativo del modulo del gradiente)



La soglia t viene scelta attribuendo la qualifica di “contorno” ad una percentuale fissata di punti ordinati per modulo del gradiente sulla base dell’istogramma cumulativo del modulo del gradiente.

Esempi di maschere per il calcolo del gradiente

Origine assi

	Roberts	Smoothed	Sobel	Isotropic
$h_1[m,n]$	$\begin{bmatrix} \boxed{0} & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & \boxed{0} & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & \boxed{0} & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & \boxed{0} & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$h_2[m,n]$	$\begin{bmatrix} \boxed{1} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & \boxed{0} & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}$

Estrazione di contorni tramite *compass operators*