Esercitazione 6

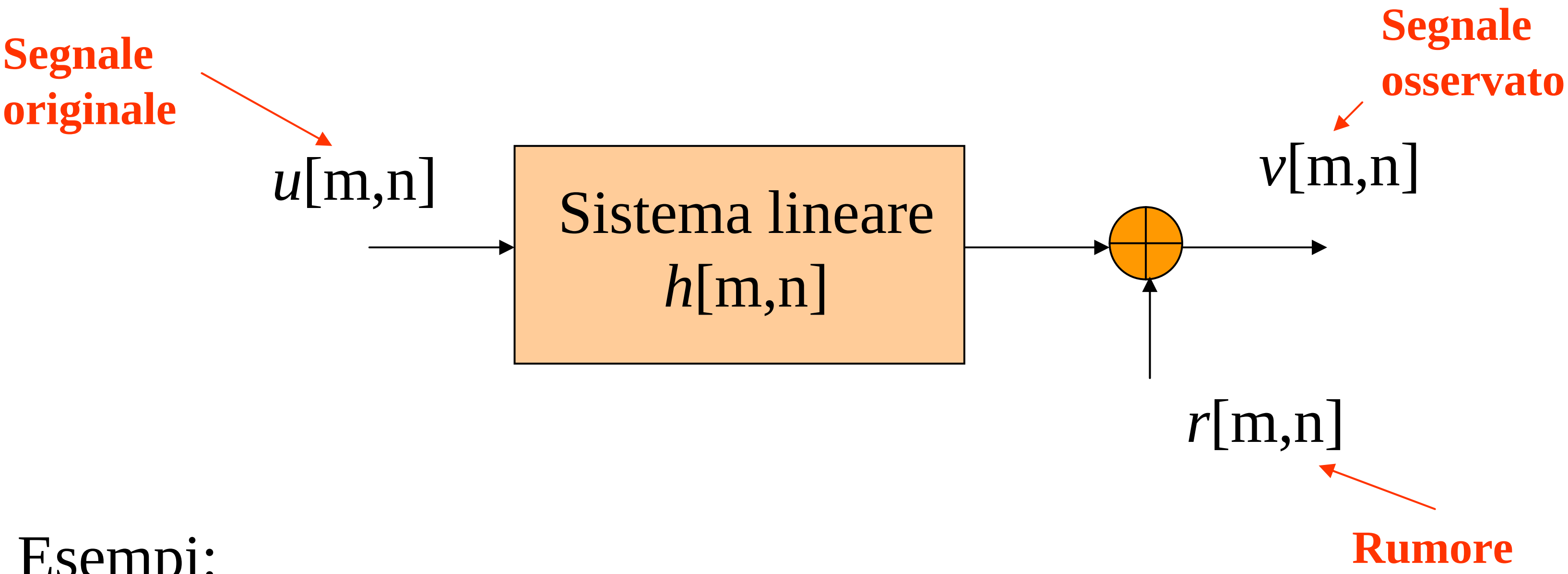
Corso di Elaborazione e Trasmissione delle Immagini

Pisa, 15 novembre 2006

Contenuto della presentazione

- **Distorsione di un’immagine e rumore**
- **Restauro di un’immagine**
  - ➢ **Filtro inverso;**
  - ➢ **Filtro pseudo inverso;**
  - ➢ **Filtro di Wiener.**
- **Descrittori di Fourier per una curva chiusa (contorno di un oggetto)**
- **Funzioni invarianti di Fourier**
  - ➢ **Invarianza alla traslazione;**
  - ➢ **Invarianza alla traslazione, alla rotazione ed al fattore di scala;**
  - ➢ **Invarianza alla traslazione, alla rotazione, al fattore di scala ed all’origine dell’ascissa curvilinea.**

Distorsione invariante alla traslazione + rumore



Esempi:

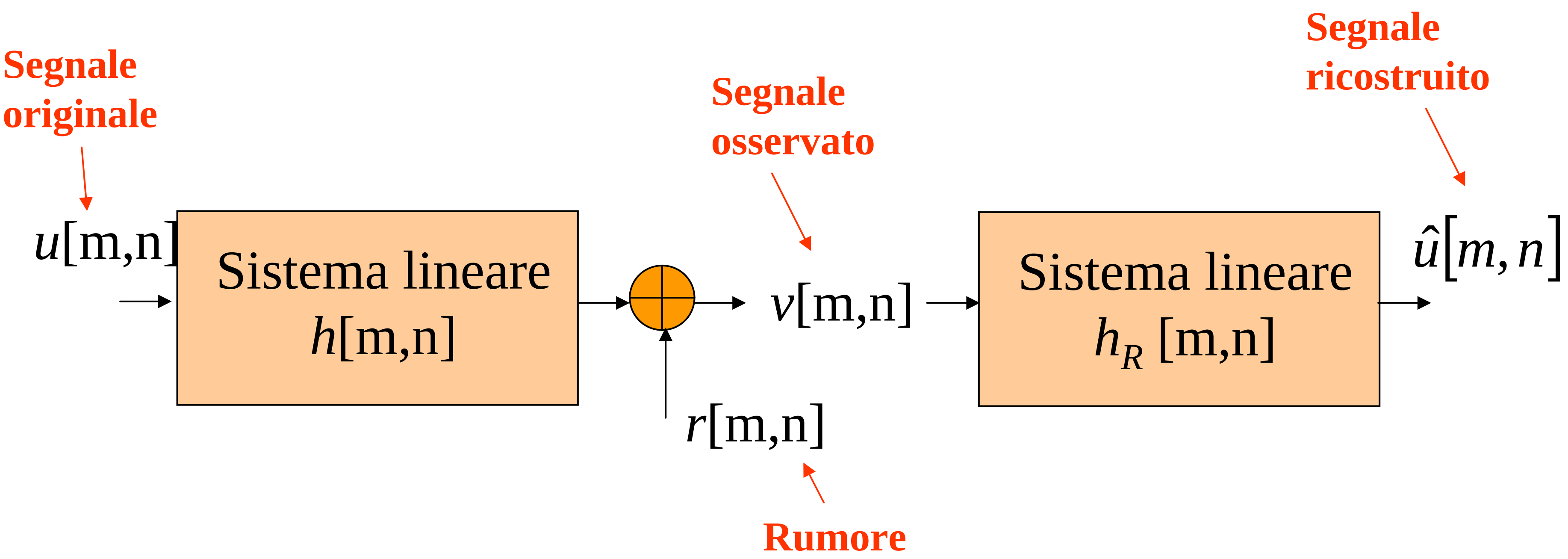
$$h[m,n] = \frac{1}{L} \cdot rect\left[\frac{n}{L}\right] \cdot \delta[m]$$

Moto verticale

$$h[m,n] = e^{-\pi \cdot a^2 \cdot \left(m^2 + n^2\right)}$$

Turbolenza atmosferica

Restauro



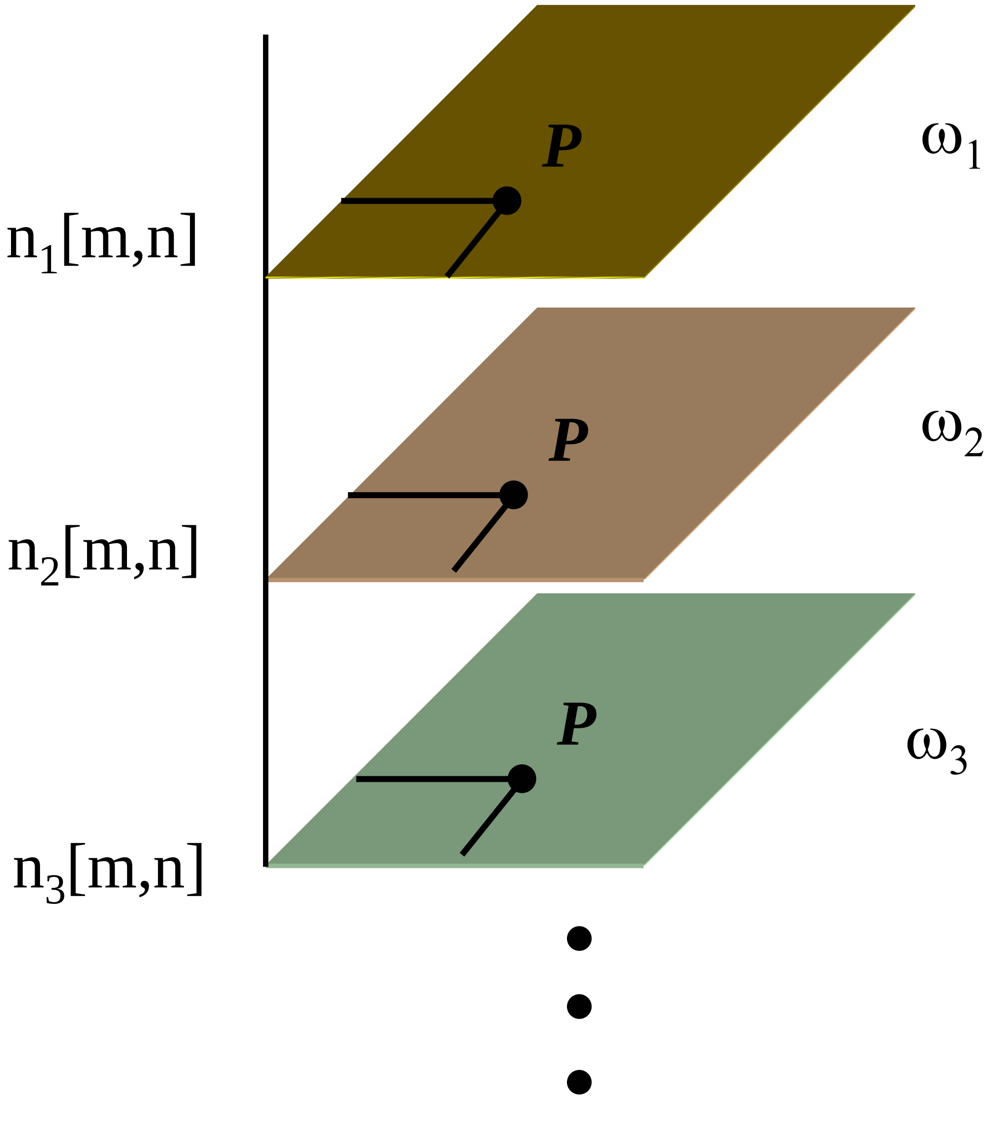
Filtro inverso

$$h[m,n] \otimes \otimes h_R[m,n] = \delta[m,n] \quad \Longleftrightarrow \quad H_R(X,Y) = \frac{1}{H(X,Y)}$$

Processi stocastici a due dimensioni

$\mathcal{N}(\mathrm{P})=\mathcal{N}[m,n]$

$\mathrm{P} = [m,n]$



Sistema di probabilità definito per l'esperimento casuale E

$S=[\Omega,F,Pr]$

Rumore

Processo stocastico bidimensionale è detto gaussiano o normale se fissato un numero N di punti e individuate N variabili aleatorie, queste formano un sistema di variabili aleatorie congiuntamente gaussiane qualunque sia N e comunque si scelgano i punti.

Matlab

Generazione di una realizzazione di un processo stocastico gaussiano bianco con densità spettrale di potenza σ^2 .

r = normrnd(mu,sigma,n_righe,n_colonne)

Deviazione standard

Valor medio

Filtro pseudo inverso

Segnale ricostruito nel dominio delle frequenze spaziali

$$\hat{U}(X,Y) = V(X,Y)\cdot H_R(X,Y) = \frac{U(X,Y)\cdot H(X,Y)}{H(X,Y)} + \frac{R(X,Y)}{H(X,Y)}$$

Esaltazione del rumore

Filtro pseudo-inverso $H_{RP}(X,Y)$

$$H_{RP}(X,Y) = \begin{cases} \dfrac{1}{H(X,Y)}, & |H| \geq \varepsilon \\ 0, & |H| < \varepsilon \end{cases}$$

Filtro di wiener

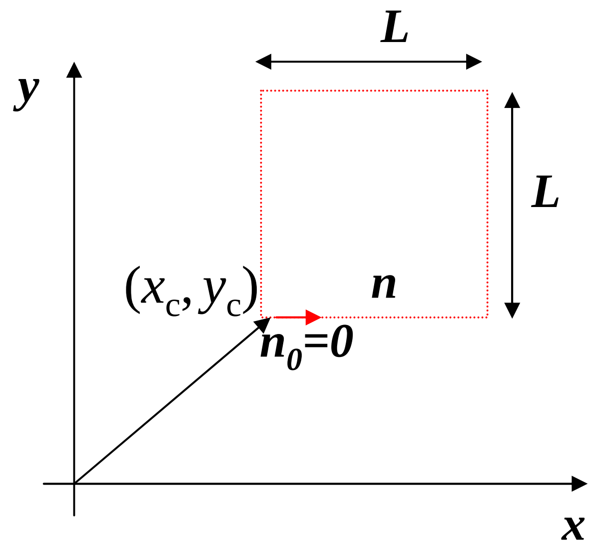
Complesso coniugato

Densità spettrale
di potenza del
rumore

$$H_W(X,Y) = \frac{H^*(X,Y)}{\left|H(X,Y)\right|^2 + \dfrac{S_R(X,Y)}{S_U(X,Y)}}$$

Densità spettrale
di potenza del
segnale utile

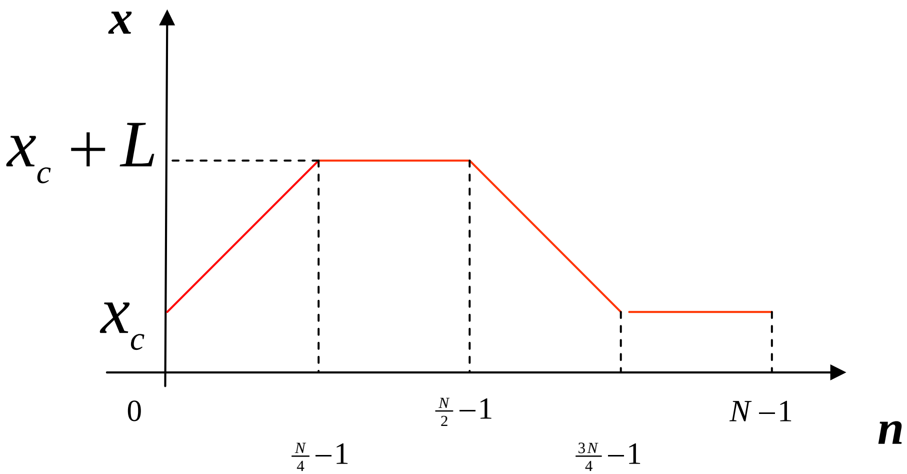
Rappresentazione parametrica di un contorno (mediante ascissa curvilinea)

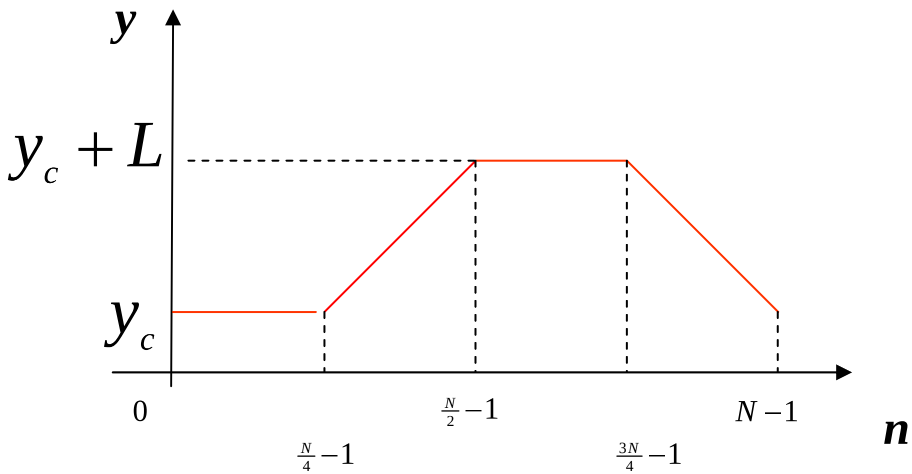


$$s[n] = x[n] + i \cdot y[n]$$

$$n = 0, \ldots, N - 1$$

Funzione periodica di periodo N





Descrittori di Fourier

Serie discreta Fourier

$$S[k] = \sum_{n=0}^{N-1} s[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad \Leftrightarrow \quad s[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S[k] \cdot e^{j\frac{2\pi nk}{N}}$$

Descrittori di Fourier

Trasformazione	Contorno	Descrittori di Fourier
	$s[n]$	$S[k]$
Rotazione	$s_R[n] = s[n] \cdot e^{i\vartheta}$	$S_R[k] = S[k] \cdot e^{i\vartheta}$
Traslazione	$s_T[n] = s[n] + \Delta_{xy}$	$S_T[k] = S[k] + \Delta_{xy}\delta[k]$
Scala	$s_S[n] = \alpha \cdot s[n]$	$S_S[k] = \alpha \cdot S[k]$
Punto di partenza	$s_P[n] = s[n - n_0]$	$S_P[k] = S[k] \cdot e^{-\frac{i2\pi n_0 k}{N}}$

Invarianti di Fourier

Invarianza alla traslazione

$$S[k] = \sum_{n=0}^{N-1} s[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} A_1[r] = S[r+1] \\ r = 0, \dots, N-2 \end{array}$$

$$s_T[n] = s[n] + \Delta_{xy} \Rightarrow S_T[k] = S[k] + \Delta_{xy}\delta[k] \Rightarrow \begin{array}{l} A_{1T}[r] = S_T[r+1] = S[r+1] \\ r = 0, \dots, N-2 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\begin{array}{l} A_{1T}[r] = A_1[r] \\ r = 0, \dots, N-2 \end{array}}$$

Invarianti di Fourier

Invarianza a traslazione, rotazione, fattore di scala

$$S[k]=\sum_{n=0}^{N-1} s[n]\cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad \Rightarrow \quad A_2[r]=\frac{S[r+2]}{S[1]}$$

Diverso da zero

$$r=0,\ldots,N-3$$

Rotazione

$$s_R[n]=s[n]\cdot e^{i\vartheta} \Rightarrow S_R[k]=S[k]\cdot e^{i\vartheta} \Rightarrow A_{2R}[r]=\frac{S_R[r+2]}{S_R[1]}=\frac{S[r+2]\cdot e^{i\vartheta}}{S[1]\cdot e^{i\vartheta}}=A_2[r]$$

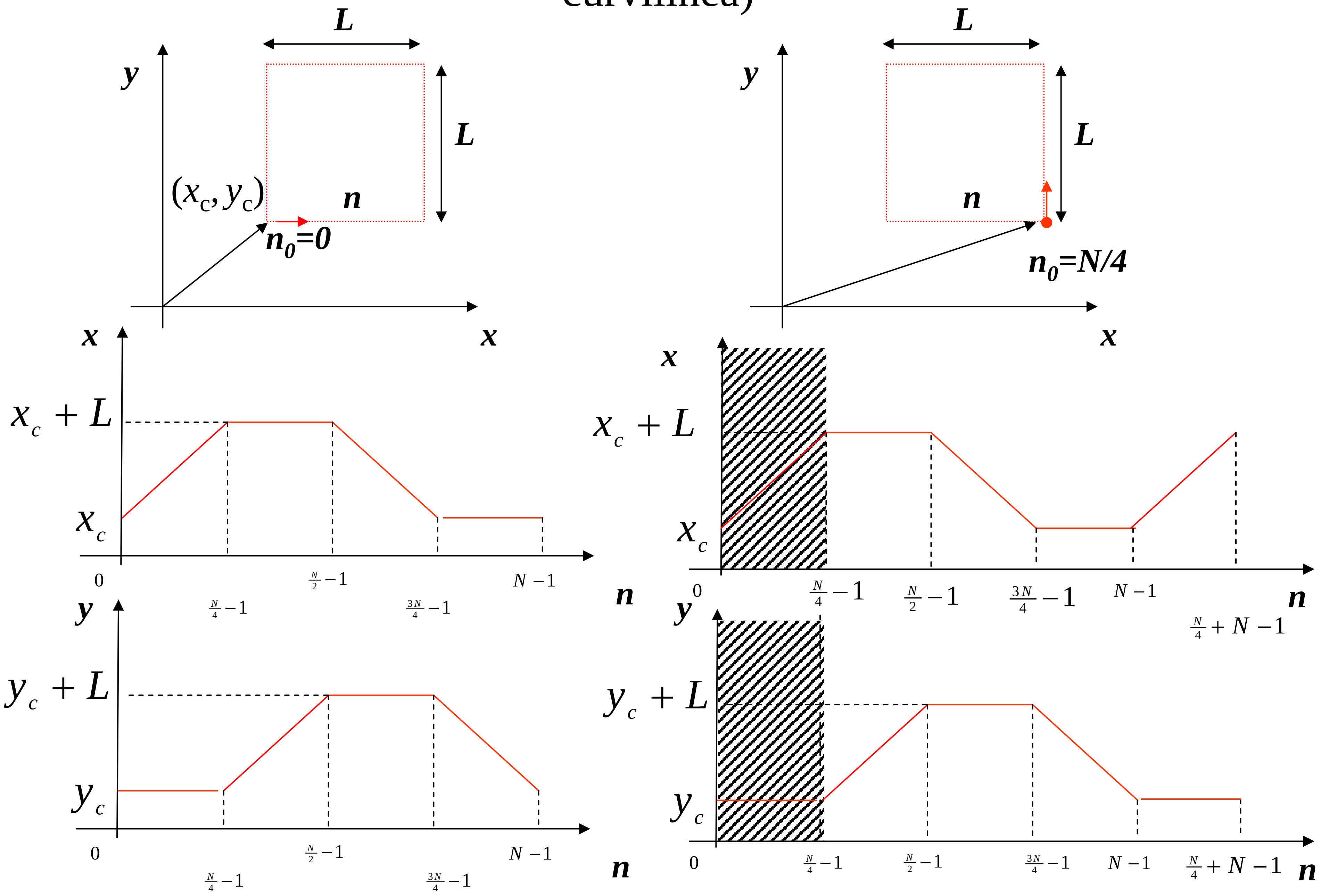
$$r=0,\ldots,N-3$$

Fattore di scala

$$s_S[n]=a\cdot s[n] \Rightarrow S_S[k]=a\cdot S[k] \Rightarrow A_{2S}[r]=\frac{S_S[r+2]}{S_S[1]}=\frac{a\cdot S[r+2]}{a\cdot S[1]}=A_2[r]$$

$$r=0,\ldots,N-3$$

Rappresentazione parametrica di un contorno (mediante ascissa curvilinea)



Invarianti di Fourier

Invarianza a traslazione, rotazione, fattore di scala e punto di partenza

$$S[k] = \sum_{n=0}^{N-1} s[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi nk}{N}} \quad \Rightarrow \quad A_3[r] = \left| \frac{S[r+2]}{S[1]} \right|$$

$$r = 0, \ldots, N-3$$

Punto di partenza

$$s_P[n] = s[n - n_0] \Rightarrow S_P[k] = S[k] \cdot e^{-\frac{i 2\pi n_0 k}{N}}$$

$$\Downarrow$$

$$A_{3P}[r] = \left| \frac{S_P[r+2]}{S_P[1]} \right| = \left| \frac{S[r+2] \cdot e^{-i\frac{2\pi n_0 (r+2)}{N}}}{S[1] \cdot e^{-i\frac{2\pi n_0}{N}}} \right| = A_3[r]$$

$$r = 0, \ldots, N-3$$