COSTRUZIONE DI APPARECCHIATURE CHIMICHE
ESAME DEL 19/02/2014

Esercizio 1

E' dato l'intensificatore di pressione mostrato nella Fig. 1.1, Nel quale viene immesso a portata costante olio a pressione p_o, ottenendo in uscita dalla camera opposta acqua a pressione più elevata (ad esempio, utilizzabile per operazioni di taglio "water-jet"). Il ciclindro ad alta pressione è costituito da due cilindri forzati, di diamtro interno Φ_0 e Φ_1.

Calcolare:

1. il valore di interferenza minimo in grado di mantenere, nel cilindro di alta pressione, la tensione entro il limite di ammissibilità
2. il valore massimo di interferenza che può essere imposto senza superare, nel cilindro di alta pressione, il limite di ammissibilità sui valori di tensione

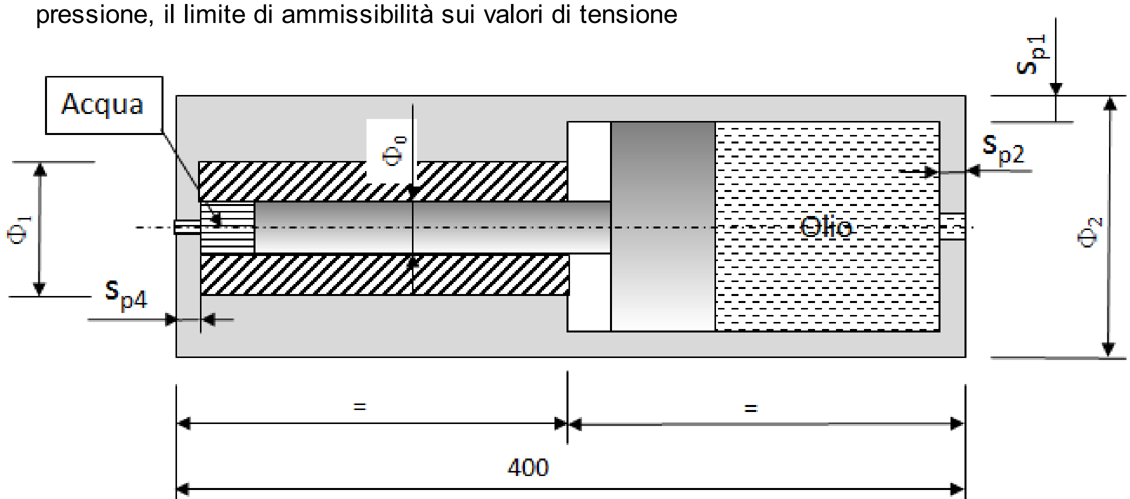


Fig. 1.1

$E := 210000 \cdot MPa$ $\quad \nu := 0.3$ $\quad \sigma_{amm} := 300 \cdot MPa$ $\quad p_o := 10 \cdot MPa$

$\Phi_0 := 22 \cdot mm$ $\quad \Phi_1 := 52 \cdot mm$ $\quad \Phi_2 := 120 \cdot mm$ $\quad s_{p1} := 10 \cdot mm$

Si ricordano, se ritenute utili, le espressioni generali dello spostamento radiale e delle tensioni per il cilindro di raggio interno R_i, raggio esterno R_e soggetto ad una pressione interna p_i ed esterna p_e.

$$u(r) := \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{p_i \cdot R_i^2 - p_e \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \cdot r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{R_i^2 \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \cdot \frac{(p_i - p_e)}{r}$$

$$\sigma_{rr} := \frac{p_i \cdot R_i^2 - p_e \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} - \frac{R_i^2 \cdot R_e^2}{r^2} \cdot \frac{(p_i - p_e)}{R_e^2 - R_i^2}$$

$$\sigma_{\theta\theta} := \frac{p_i \cdot R_i^2 - p_e \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} + \frac{R_i^2 \cdot R_e^2}{r^2} \cdot \frac{(p_i - p_e)}{R_e^2 - R_i^2}$$

Quesito 1

Calcolo pressione nella camera contenente acqua. Dato che la portata di immissione dell'olio è costante, altrettanto sarà la velocità di traslazione del pistone, che dovrà trovarsi in equilibrio tra le forze (pressione per area) agenti sulle sue due estremità. Si ottiene quindi:

$$p_a := p_o \cdot \left(\frac{\Phi_2 - 2 \cdot s_{p1}}{\Phi_0} \right)^2 = 206.612 \cdot \mathrm{MPa}$$

Calcolo parametri geometrici aggiuntivi

$$R_c := \frac{\Phi_1}{2} \qquad R_e := \frac{\Phi_2}{2} \qquad R_i := \frac{\Phi_0}{2}$$

La tensione ideale che si avrebbe in un cilindro di alta pressione monolitico, con i valori dati del raggio interno ed esterno, è pari a:

$$\sigma_{id\_max} := \frac{2 \cdot p_a \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} = 427.595 \cdot \mathrm{MPa}$$

chiaramente non compatibile con le caratteristiche del materiale. In seguito al forzamento, si produce, all'interfaccia tra i due cilindri, una pressione di contatto p_c. Il corpo esterno (2) si comporta come un cilindro soggetto a pressione interna, di raggio interno R_c e raggio esterno R_e, le cui tensioni massime (al raggio interno) sono date da:

$$\sigma_{rr2f} := -p_c$$

$$\sigma_{\theta\theta 2f} := \frac{p_c \cdot R_c^2}{R_e^2 - R_c^2} \cdot \left(1 + \frac{R_e^2}{R_c^2} \right)$$

con tensione ideale massima dovuta al solo forzamento data da:

$$\sigma_{id2f}(p_c) := \left| \frac{p_c \cdot R_c^2}{R_e^2 - R_c^2} \cdot \left(1 + \frac{R_e^2}{R_c^2} \right) + p_c \right|$$

Il corpo interno (1) si comporta invece come un cilindro soggetto a pressione esterna, di raggio interno R_i e raggio esterno R_c, le cui tensione massime (al raggio interno) sono date da:

$$\sigma_{rr1f} := 0$$

-

$$\sigma_{\theta\theta 1f} := -\frac{2 \cdot p_c \cdot R_c^{\,2}}{R_c^{\,2} - R_i^{\,2}}$$

con tensione ideale massima dovuta al solo forzamento data da:

$$\sigma_{id1f}(p_c) := \frac{2 \cdot p_c \cdot R_c^{\,2}}{R_c^{\,2} - R_i^{\,2}}$$

In presenza della pressione interna p_a alle tensioni di cui sopra si sommano, al raggio interno dei due corpi, i seguenti valori:

$$\sigma_{rr1p} := -p_a = -206.612 \cdot MPa$$

$$\sigma_{\theta\theta 1p} := \frac{p_a \cdot R_i^{\,2}}{R_e^{\,2} - R_i^{\,2}} \cdot \left(1 + \frac{R_e^{\,2}}{R_i^{\,2}}\right) = 220.984 \cdot MPa$$

$$\sigma_{rr2p} := \frac{p_a \cdot R_i^{\,2}}{R_e^{\,2} - R_i^{\,2}} \cdot \left(1 - \frac{R_e^{\,2}}{R_c^{\,2}}\right) = -31.083 \cdot MPa$$

$$\sigma_{\theta\theta 2p} := \frac{p_a \cdot R_i^{\,2}}{R_e^{\,2} - R_i^{\,2}} \cdot \left(1 + \frac{R_e^{\,2}}{R_c^{\,2}}\right) = 45.454 \cdot MPa$$

La tensione ideale massima complessiva nel corpo 1 è quindi data da::

$$\sigma_{id1}(p_c) := \left| \sigma_{\theta\theta 1p} - \frac{2 \cdot p_c \cdot R_c^{\,2}}{R_c^{\,2} - R_i^{\,2}} - \sigma_{rr1p} \right|$$

mentre nel corpo 2:

$$\sigma_{id2}(p_c) := \left| \sigma_{\theta\theta 2p} + \frac{p_c \cdot R_c^{\,2}}{R_e^{\,2} - R_c^{\,2}} \cdot \left(1 + \frac{R_e^{\,2}}{R_c^{\,2}}\right) - \left(\sigma_{rr2p} - p_c\right) \right|$$

Dato che, come è noto dagli andamenti genrali dello stato tensionale, la tensione ideale massima complessiva nel corpo 1 risulta decrescente con p_c, mentre gli altri valori di trensione ideale sono crescenti, il valore minimo di pressione di contatto richiesto per garantire una tensione ideale massima uguale a quella ammissibile si ottiene da:

$$\left|\sigma_{\theta\theta 1p} - \frac{2 \cdot p_c \cdot R_c^{\,2}}{R_c^{\,2} - R_i^{\,2}} - \sigma_{rr1p}\right| := \sigma_{amm}$$

$$p_{cmin} := -\left[\left(\sigma_{amm} - \sigma_{\theta\theta 1p} + \sigma_{rr1p}\right) \cdot \frac{\left(R_c^{\,2} - R_i^{\,2}\right)}{2 \cdot R_c^{\,2}}\right] = 52.378 \cdot \mathrm{MPa}$$

Verifica della correttezza complessiva:

$$\sigma_{id1}\left(p_{cmin}\right) = 300 \cdot \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{id2}\left(p_{cmin}\right) = 205.512 \cdot \mathrm{MPa}$$

$$\sigma_{id1f}\left(p_{cmin}\right) = 127.595 \cdot \mathrm{MPa}$$

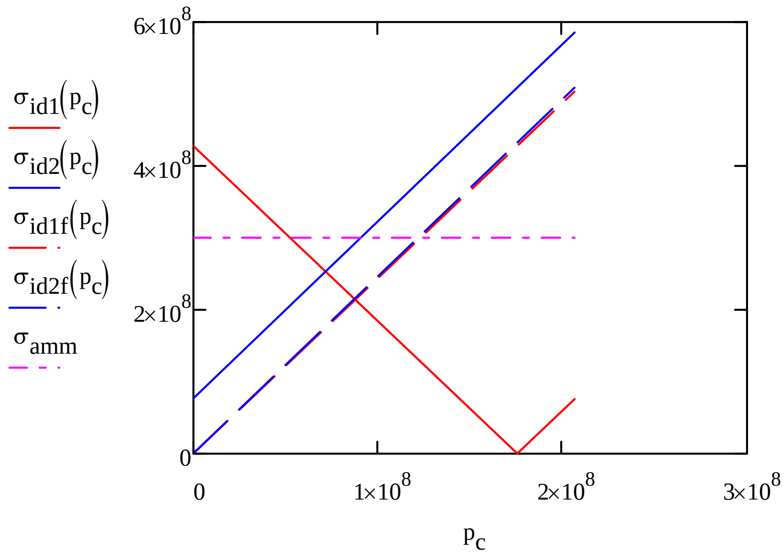
$$\sigma_{id2f}\left(p_{cmin}\right) = 128.975 \cdot \mathrm{MPa}$$

L'interferenza corrispondente è data da:

$$i_{min} := p_{cmin} \cdot \frac{\left[2 \cdot R_c^{\,3} \cdot \left(R_e^{\,2} - R_i^{\,2}\right)\right]}{\left[E \cdot \left(R_e^{\,2} - R_c^{\,2}\right) \cdot \left(R_c^{\,2} - R_i^{\,2}\right)\right]} = 0.019 \cdot \mathrm{mm}$$

L'andamento delle tensioni ideali in funzione di p_c è mostrato nella Figura seguente.

$$p_c := 0, \frac{p_a}{1000} .. p_a$$



Quesito 2

Il valore limite massimo di interferenza che può essere imposto è quello che produce una tensione ideale uguale al valore ammissibile nel :

Cilindro esterno, in presenza della pressione interna

$$p_{c1} := \left(\sigma_{amm} - \sigma_{\theta\theta 2p} + \sigma_{rr2p}\right)\cdot\frac{1}{1+\dfrac{R_c^{\,2}}{R_e^{\,2}-R_c^{\,2}}\cdot\left(1+\dfrac{R_e^{\,2}}{R_c^{\,2}}\right)} = 90.751\cdot\text{MPa}$$

Cilindro esterno in presenza del solo forzamento

$$p_{c2} := \frac{\sigma_{amm}}{\left[\dfrac{R_c^{\,2}}{R_e^{\,2}-R_c^{\,2}}\cdot\left(1+\dfrac{R_e^{\,2}}{R_c^{\,2}}\right)+1\right]} = 121.833\cdot\text{MPa}$$

Cilindro interno in presenza del solo forzamento

$$p_{c3} := \frac{\sigma_{amm}}{\dfrac{2\cdot R_c^{\,2}}{R_c^{\,2}-R_i^{\,2}}} = 123.151\cdot\text{MPa}$$

Il massimo valore ammissibile di p_c è chiaramente il puù piccolo tra i tre valori calcolati, pari a:

$$p_{cmax} := \min\left(p_{c1}, p_{c2}, p_{c3}\right) = 90.751 \cdot \mathrm{MPa}$$

Ad esso corrisponde il valore massimo ammissibile di interferenza:

$$i_{max} := p_{cmax} \cdot \frac{\left[2 \cdot R_c^{\,3} \cdot \left(R_e^{\,2} - R_i^{\,2}\right)\right]}{\left[E \cdot \left(R_e^{\,2} - R_c^{\,2}\right) \cdot \left(R_c^{\,2} - R_i^{\,2}\right)\right]} = 0.033 \cdot \mathrm{mm}$$

Esercizio 2

La struttura mostrata in Fig. 2.1 è utilizzata per sollevare periodicamente la massa M_0. Il tirante verticale, di sezione rettangolare e spessore s_p, contiene una frattura passante di dimensione iniziale a_0. Approssimando il comportamento del materiale come elastico-perfettamente plastico calcolare il numero di cicli di sollevamento necessario per produrre la rottura del tirante.

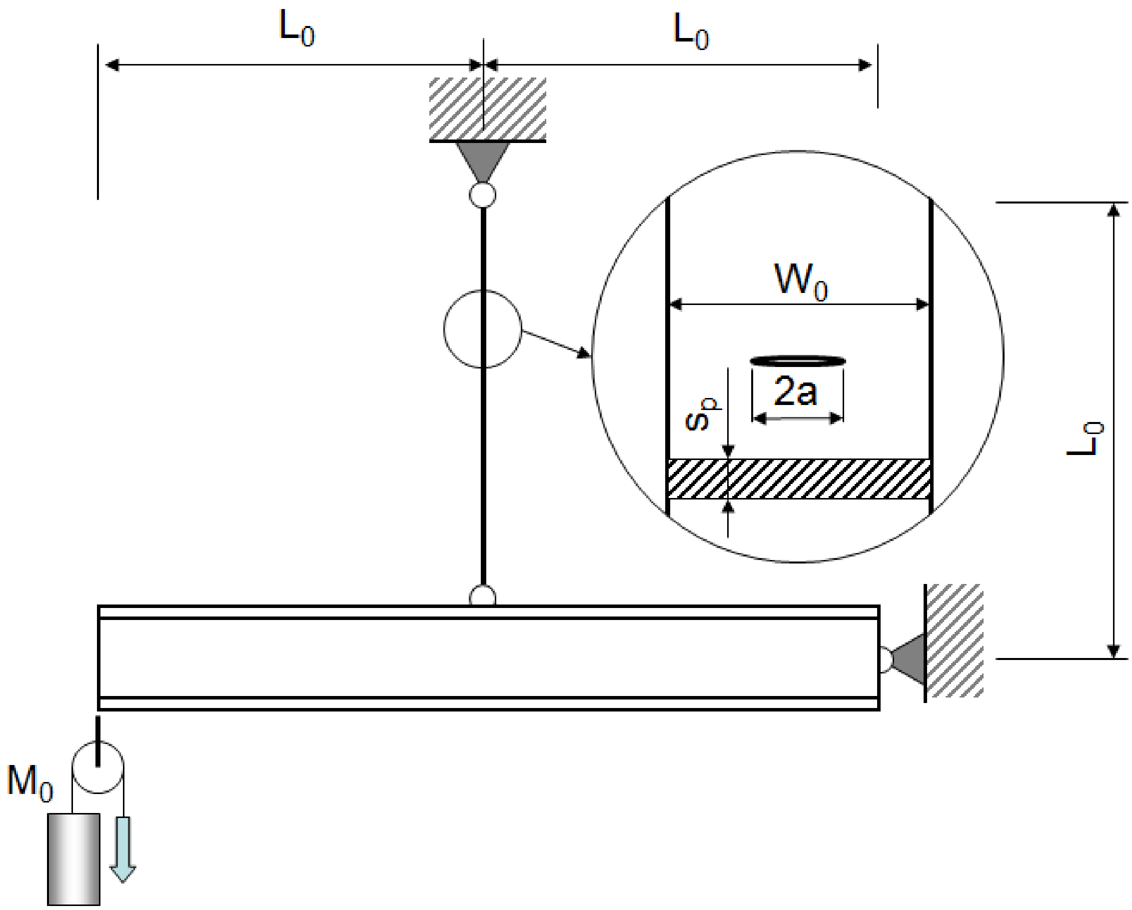


Fig. 2.1

$K_{IC} := 75 \cdot MPa \cdot \sqrt{m}$ Tenacità a frattura $s_{p0} := 10 \cdot mm$

$\sigma_y := 400 \cdot MPa$ Tensione di snervamento/rottura materiale (elastico perfettamente plastico)

$L_0 := 2 \cdot m$ $M_0 := 2 \cdot 10^4 \cdot kg$ $a_0 := 5 \cdot mm$ $W_0 := 300 \cdot mm$

$m_0 := 2$

$\frac{d}{dN} a := C_0 \cdot \Delta K^{m_0}$ Legge di Paris (ΔK in MPa*m$^{0.5}$, da/dN in m/ciclo)

$C_0 := 4 \cdot 10^{-10}$

$\beta := 1$ Fattore correttivo per calcolo K_{IC}

Forza agente nel tirante (da equilibrio struttura):

$$F_0 := 4 \cdot M_0 \cdot g$$

Tensioni nominali

$$\sigma_{nom} := \frac{F_0}{W_0 \cdot s_{p0}} = 261.511 \cdot MPa$$

Dimensione critica difetto

$$a_{finK} := \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_{IC}}{\beta \cdot \sigma_{nom}} \right)^2 = 26.181 \cdot mm$$

$$a_{finp} := \frac{1}{2} \cdot \left(W_0 - \frac{F_0}{\sigma_y \cdot s_{p0}} \right) = 51.933 \cdot mm$$

$$a_{fin} := \min\left(a_{finK}, a_{finp}\right) = 26.181 \cdot mm$$

Calcolo numero di cicli a rottura

$$\Delta K_I(a) := \beta \cdot \sigma_{nom} \cdot \sqrt{\pi\, a \cdot m}$$

$$N_R := \int_{\frac{a_0}{m}}^{\frac{a_{fin}}{m}} \frac{1}{4 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta K_I(a)^2} \, da := \int_{a_0}^{a_{fin}} \frac{1}{4 \cdot 10^{-5} \cdot \beta^2 \cdot \left(\sigma_{nom}\right)^2 \cdot \pi \cdot a} \, da$$

$$N_R := \frac{1}{C_0 \cdot \beta^2 \cdot (261.5)^2 \cdot \pi} \ln\left(\frac{a_{fin}}{a_0} \right) = 1.927 \times 10^4$$

Esercizio 3

E' dato l'agitatore ad elica mostrato nella Figura 3.1. La rotazione dell'elica assorbe una coppia costante M_{Z3}, mentre il recipiente è soggetto ad una pressione interna p_3. E' inoltre nota la massa M_{m3} del motore.

Calcolare il valore minimo necessario della tensione ammissibile del materiale del bullone ai fini della trasmissione dei carichi per attrito e sapendo che, per mantenere la tenuta del fluido interno, si richiede che la pressione media di contatto prodotta da ciascun bullone sulla porzione di flangia ad esso attribuibile, in condizioni operative, sia almeno pari a $2p_3$.

Coefficiente di sicurezza richiesto φ.

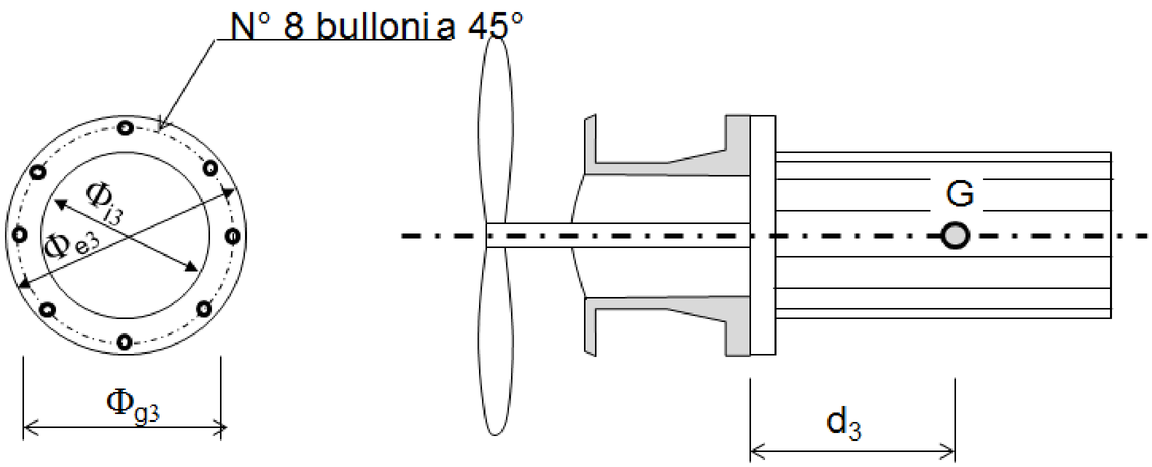


Fig. 3.1

Nota: per porzione di flangia attribuibile ad un bullone si intende il rapporto tra l'area totale della superficie di contatto delle flange ed il numero di bulloni.

Dati:

$d_3 := 300 \cdot mm$ $\quad \Phi_{i3} := 350 \cdot mm$ $\quad \Phi_{e3} := 400 \cdot mm$ $\quad \Phi_{g3} := \dfrac{\Phi_{i3} + \Phi_{e3}}{2} = 375 \cdot mm$

$W_{m3} := 800 \cdot N$ Peso motore

$p_3 := 0.15 \cdot MPa$ $\quad M_{z3} := 150 \cdot N \cdot m$ $\quad n_b := 8$ $\quad f := 0.3$

$\phi_{3b} := 4 \cdot mm$ $\quad \varphi := 4$

Carichi agenti

$F_z := p_3 \cdot \pi \cdot \frac{\Phi_{i3}^2}{4} = 14.432 \cdot kN$ Forza assiale dovuta alla pressione interna

$F_y := W_{m3}$ Forza di taglio verticale

$M_{z3} = 150 \cdot N \cdot m$ Azione torcente

$M_{y3} := W_{m3} \cdot d_3 = 240 \cdot N \cdot m$ Momento flettente dovuto al peso a sbalzo del motore

Parametri geometrici

$A_f := \pi \cdot \frac{\left(\Phi_{e3}^2 - \Phi_{i3}^2\right)}{4} = 2.945 \times 10^4 \cdot mm^2$ Area totale contatto flange

$A_{fb} := \frac{A_f}{n_b} = 3.682 \times 10^3 \cdot mm^2$ Area contatto singolo bullone

Azioni agenti sui bulloni

$N_{zb} := \frac{M_{y3}}{2 \cdot \left(\frac{\Phi_{g3}}{2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{\Phi_{g3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \cdot \frac{\Phi_{g3}}{2} = 320\,N$ azione normale massima da My

$N_{Nb} := \frac{F_z}{n_b} = 1.804 \cdot kN$ azione normale da pressione interna

$T_{by} := \frac{F_y}{n_b} = 100\,N$ azione di taglio da peso motore

$T_{bz} := \frac{M_{z3}}{8 \cdot \frac{\Phi_{g3}}{2}} = 100\,N$ azione di taglio da momento z

$N_b := N_{zb} + N_{Nb} = 2.124 \times 10^3\,N$ Azione normale totale

$T_b := T_{by} + T_{bz} = 200\,N$ Azione di taglio totale

Calcolo N0 richiesta

$$N_{0min1} := \frac{T_b}{f} + N_b = 2.791 \times 10^3\,N$$

Trasmissione taglio per attrito

$$N_{0min2} := \frac{N_b}{0.8} = 2.655 \times 10^3\,N$$

Limite su azione normale

$$N_{0min3} := 2 \cdot p_3 \cdot A_{fb} + N_b = 3.228 \times 10^3\,N$$

Limite per tenuta

$$N_{0min} := \max\left(N_{0min1}, N_{0min2}, N_{0min3}\right) = 3.228 \times 10^3\,N$$

Valore minimo richiesto per N0

$$\sigma_{amin} := \frac{N_{0min} \cdot \varphi}{\left(\frac{\pi \cdot \phi_{3b}^{\,2}}{4}\right)} = 1.028 \times 10^3 \cdot MPa$$