

**CORSO DI  
COSTRUZIONI MECCANICHE II  
CLS ING. ELETTRICA**

**PARTE II  
REV.: 01 DEL 02 MAGGIO 2005**

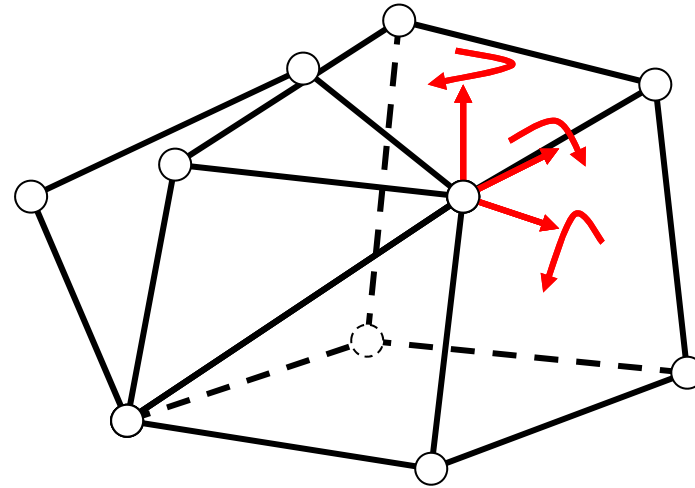
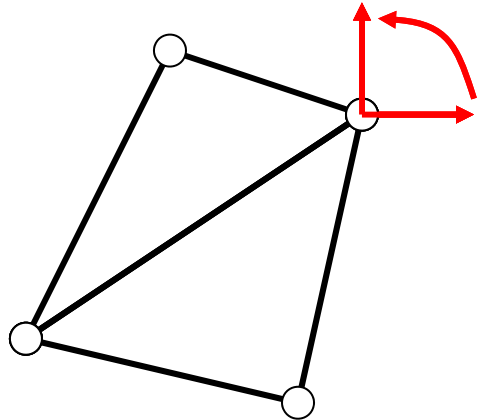
**PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO E LORO  
IMPIEGO**

# PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO

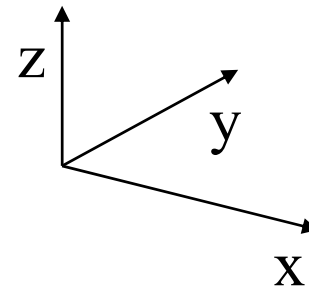
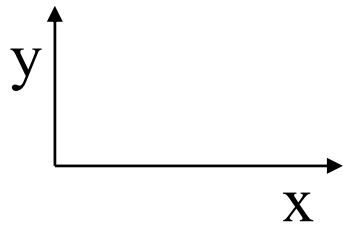
2D

3D

**ESERCIZIO**

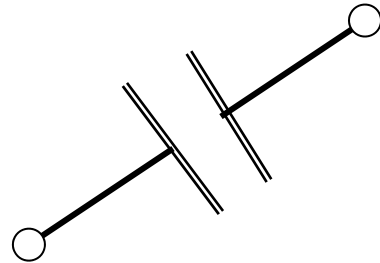


*Pb di Elasticità 2D* *Piastre/guscio 3D* *Pb di Elasticità 3D*  
*assialsimmetrico* *Tetico* *Triangolare* *Trinaturale* *Teletico*



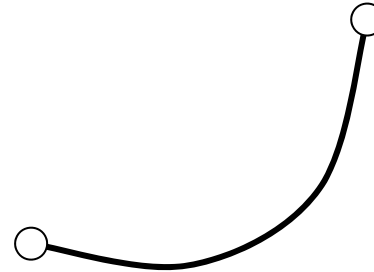
## ALTRI TIPI COMUNI DI ELEMENTO

“GAP”



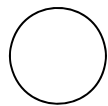
*Pb. contatto*

“PIPE”



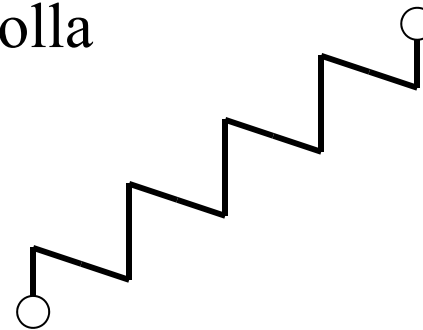
*Tubazioni*

Massa



*Masse concentrate*

Molla



*Elementi elastici*

# ELEMENTO ASTA/1

Figure 1.1 LINK1 Geometry

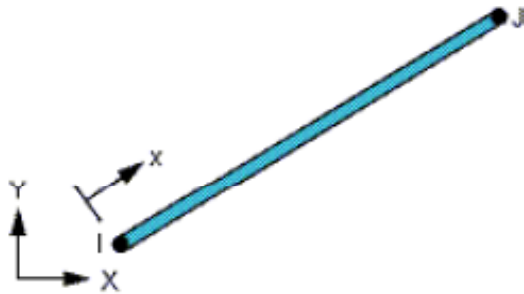
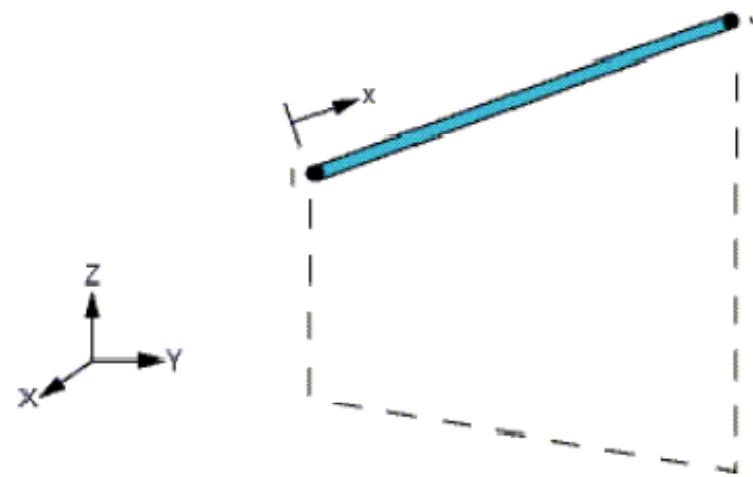


Figure 8.1 LINK8 Geometry



*Travature reticolari piane e spaziali*

- *solo sforzo normale*
- *2 nodi*
- *2 o 3 g.d.l /nodo*
- *carichi applicabili solo nei nodi*
- *Car. geometriche: A*

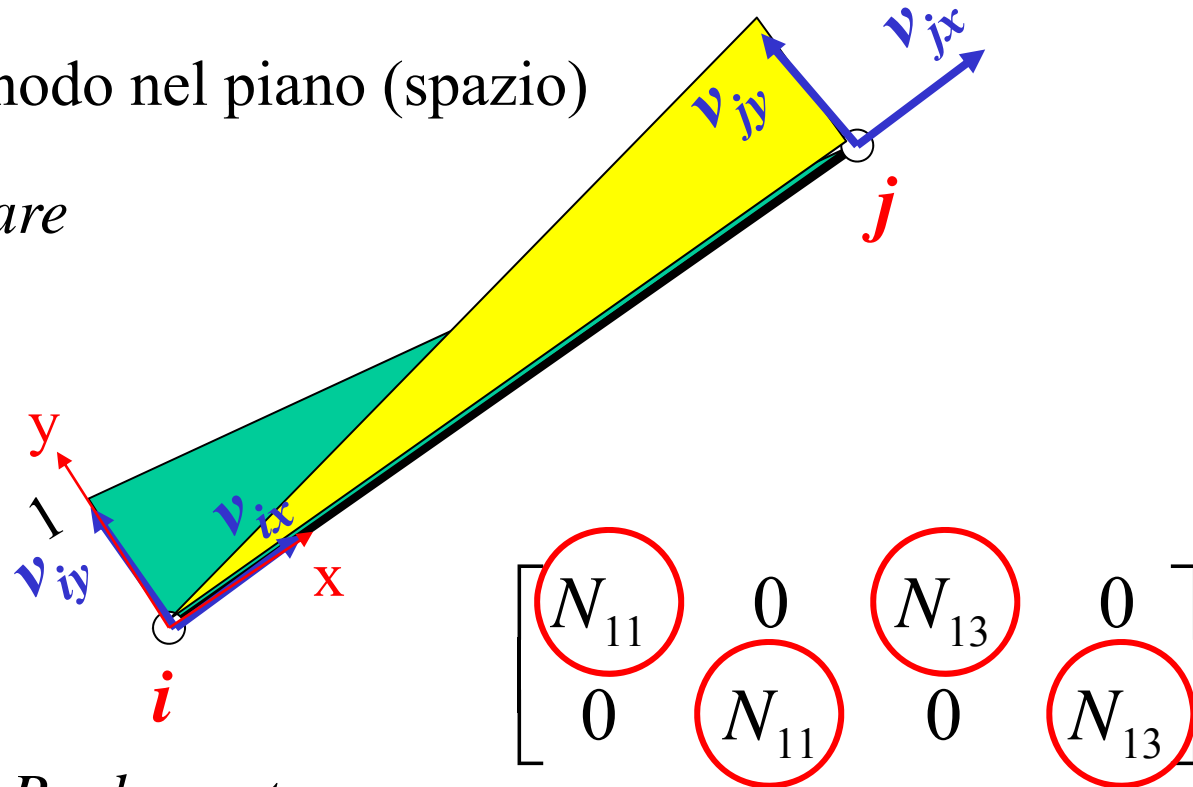
## ELEMENTO ASTA/2

N° 2 nodi

N° 2(3) g.d.l. per nodo nel piano (spazio)

*F.ne di forma lineare*

$$N_{II} = A_{II} + B_{II}x$$



*Espressione nel S.R. elemento:*

$$N_{11} = (L-x)/L$$

$$N_{13} = x/L$$

## ELEMENTO ASTA/3

OSSERVAZIONE: La soluzione ottenuta è **esatta**, nel senso che rappresenta senza errori lo stato di tensione/deformazione di un membro di una travatura reticolare.

Elemento asta

$$v_x(x) = v_{ix} \cdot \frac{(L-x)}{L} + v_{jx} \cdot \frac{x}{L}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x} \left( v_{ix} \cdot \frac{(L-x)}{L} + v_{jx} \cdot \frac{x}{L} \right) = \frac{v_{jx} - v_{ix}}{L} = \text{cost}$$

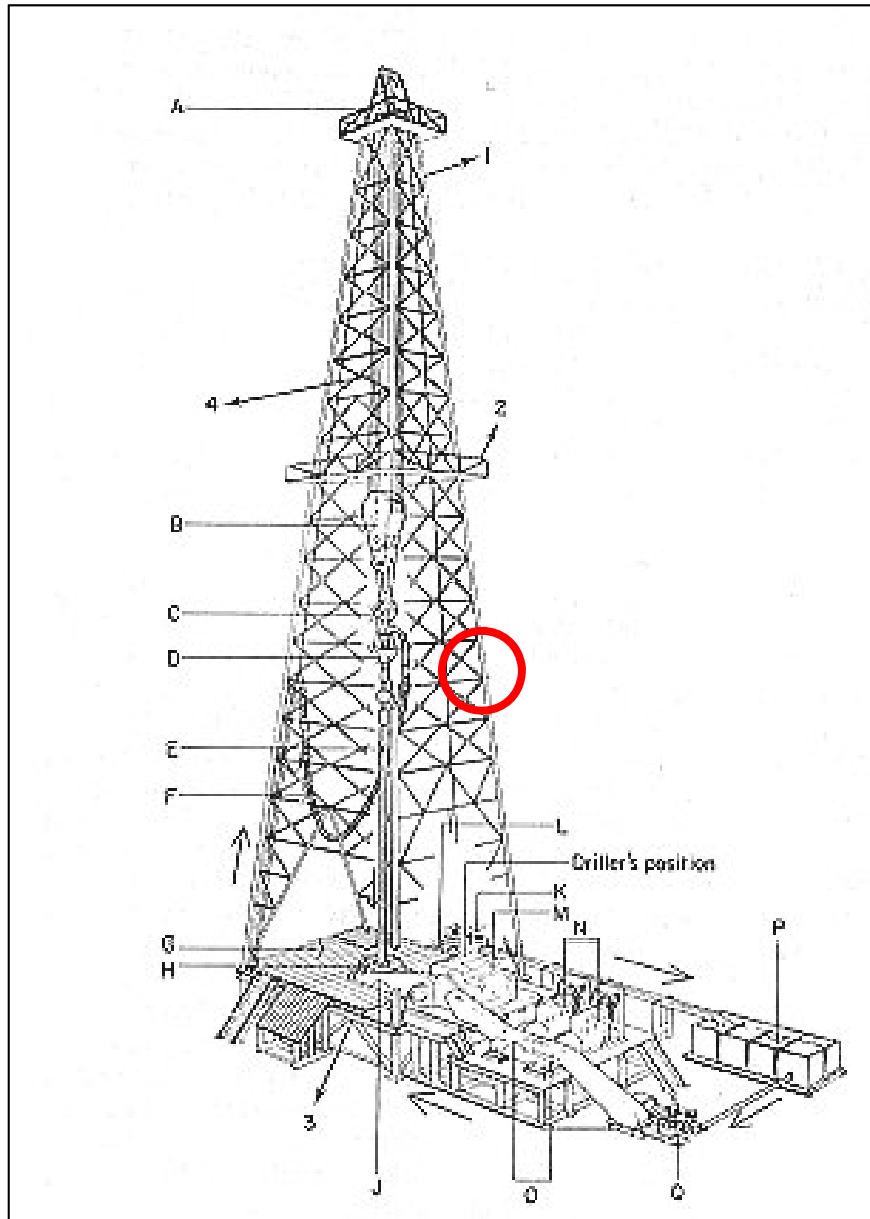
$$\varepsilon = \frac{N}{EA} = \text{cost}$$

$$v_{jx} = v_{ix} + \varepsilon \cdot L$$

$$\varepsilon = \frac{v_{jx} - v_{ix}}{L}$$

Membro travatura reticolare

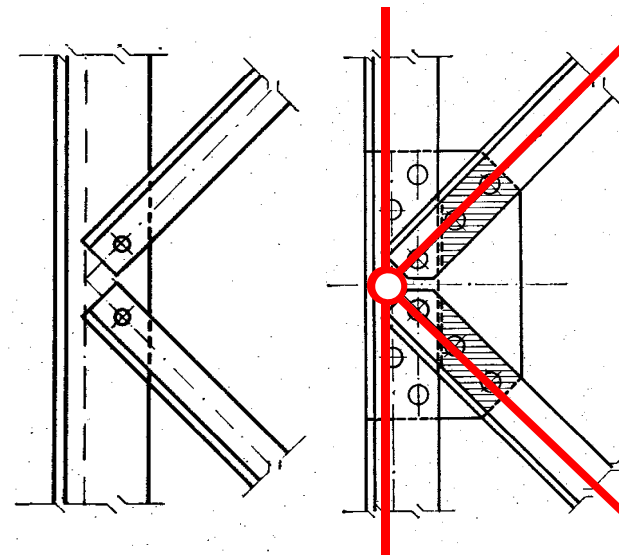
## ELEMENTO ASTA/4 - TRALICCIO



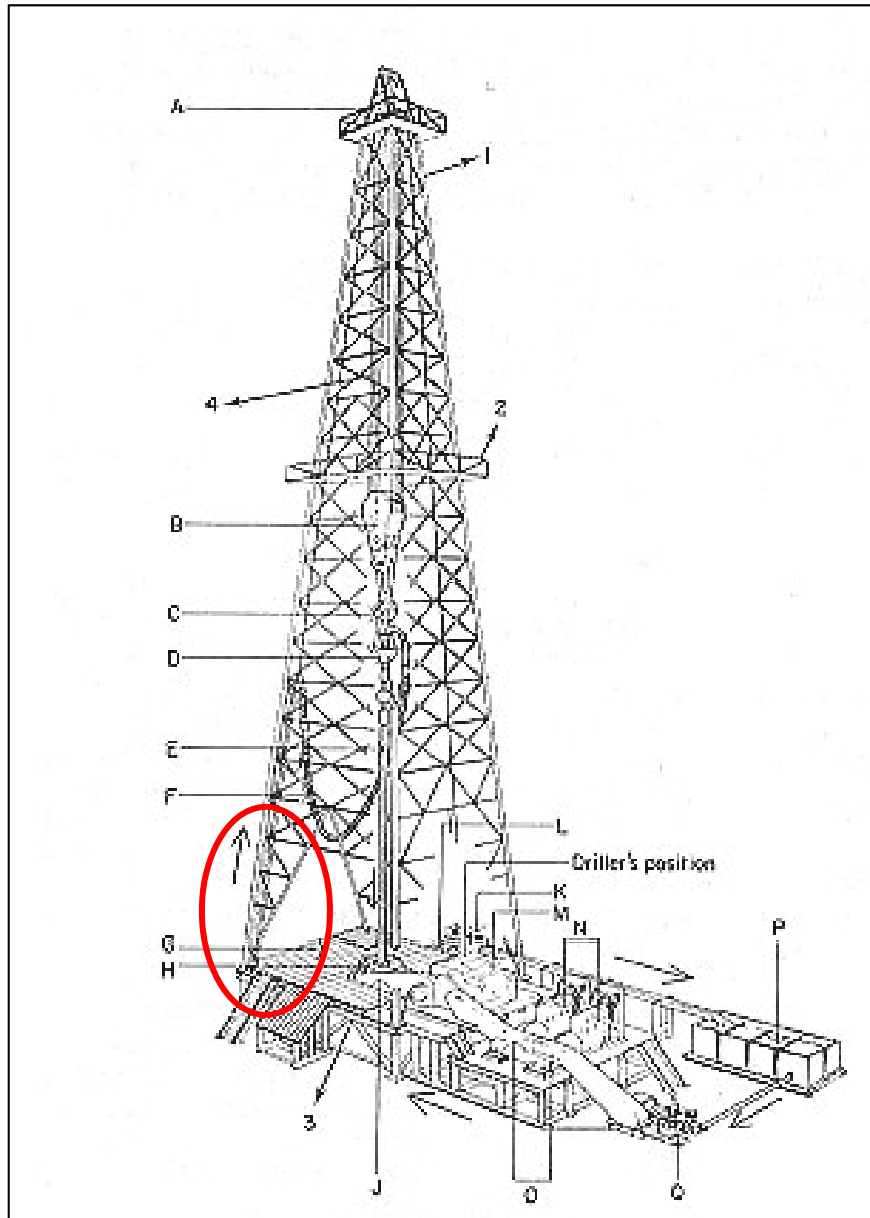
Traliccio di sostegno per batterie di perforazione petrolifera.

Il modello è giustificabile con:

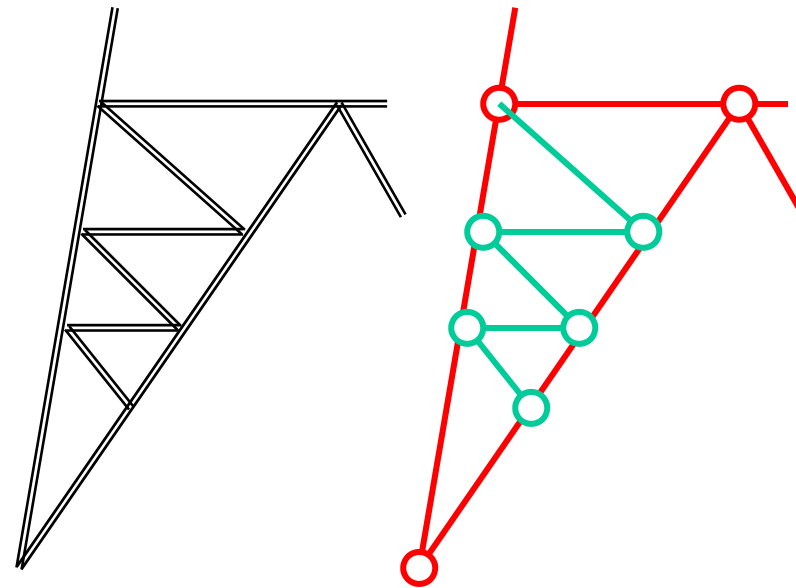
- bassa rigidezza flessionale delle aste
- giochi tra bulloni e fori



# ELEMENTO ASTA/5 - TRALICCIO



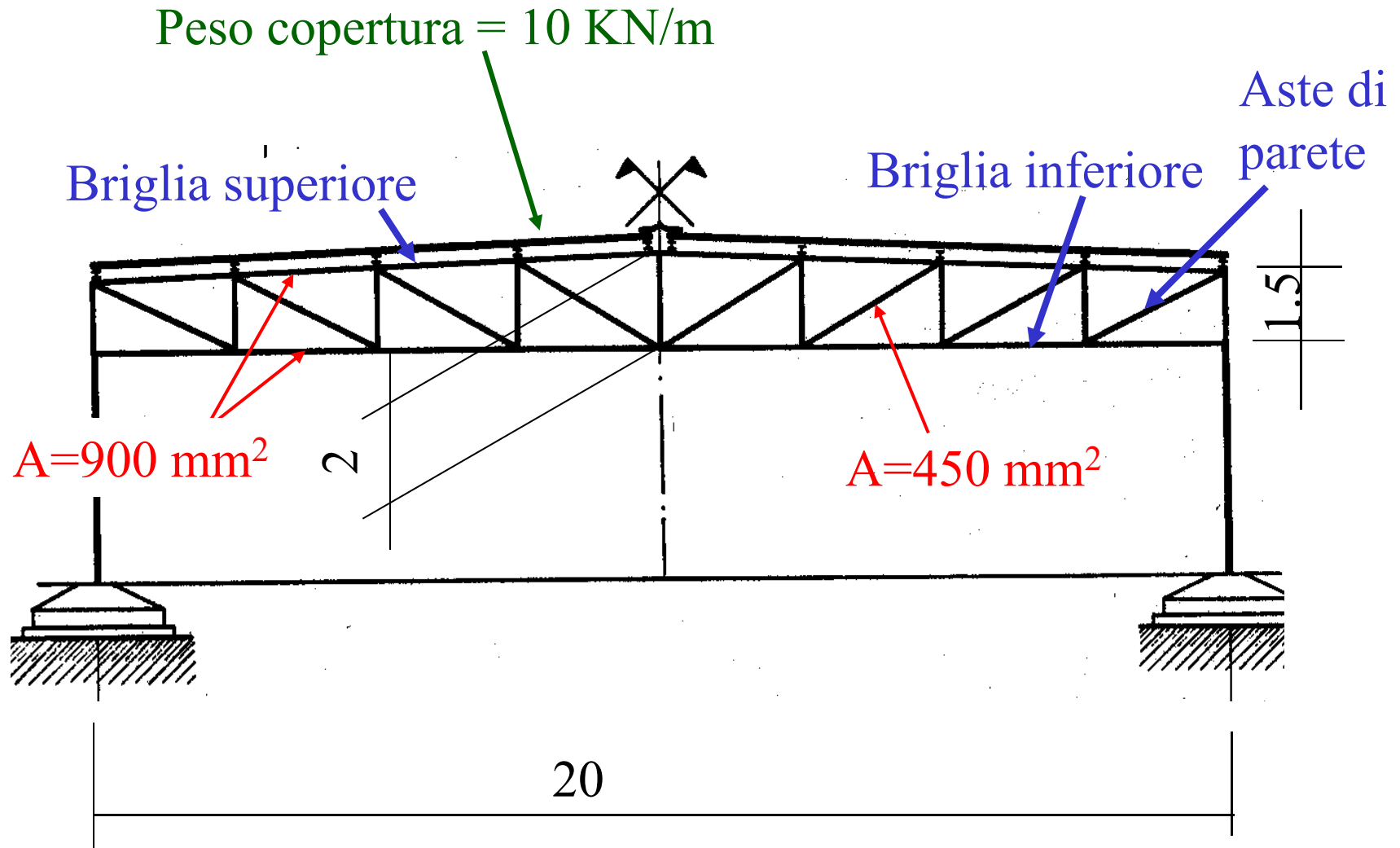
Nel fare il modello si escludono solitamente le aste che non hanno una funzione strutturale (rompitratte)



Modello di calcolo

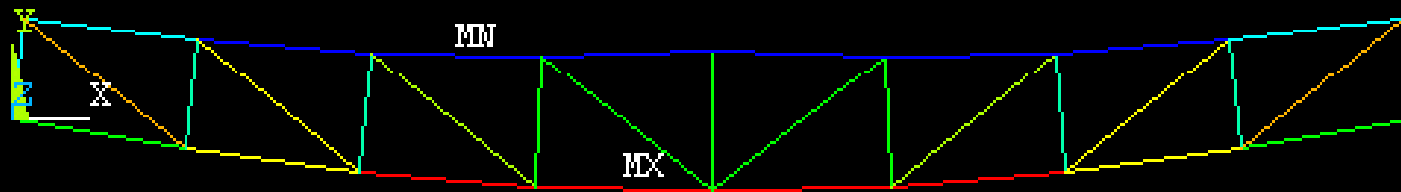


# ELEMENTO ASTA/6 – ALTRE STRUTTURE



# ELEMENTO ASTA/7

Sforzo normale



TIME=1

N (NOAV)

DMX =76.093

SMM =-250312

SMX =250000

-250312

-194722

-139132

-83542

-27951

27639

83229

138819

194410

250000

*File di comandi: capriata\_reticolare\_piana.txt*

## ELEMENTO ASTA/8

### Dati di input per l'elemento asta 3D (8) di ANSYS

Nodes

I, J

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ

Real Constants

AREA - Cross-sectional area

ISTRN - Initial strain

Material Properties

EX, ALPX (or CTEX *or* THSX), DENS, DAMP

# ELEMENTO ASTA/9

## Accesso ai risultati per l'elemento asta 3D – Comando ETABLE

Table 8.2 LINK8 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
SAXL	LS	1	-	-
EPELAXL	LEPEL	1	-	-
EPHAXL	LEPTH	1	-	-
EPSWAXL	LEPTH	2	-	-
EPINAXL	LEPTH	3	-	-
EPPLAXL	LEPPL	1	-	-
EPCRAXL	LEPCR	1	-	-
SEPL	NLIN	1	-	-
SRAT	NLIN	2	-	-
HPRES	NI.IN	3	-	-
EPEQ	NLIN	4	-	-
MFORX	SMISC	1	-	-
FLUEN	NMISC	-	1	2
TEMP	LBFE	-	1	2

ETABLE, N, SMISC, 1

! estrae la "forza normale" dal data base

ETABLE, Lab, Item, Comp

# ELEMENTO ASTA/10

## Accesso ai risultati per l'elemento asta 3D – Comando ETABLE

Table 8.2 LINK8 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
SAXL	LS	1	-	-
EPELAXL	LEPEL	1	-	-
EPHAXL	LEPTH	1	-	-
EPSWAXL	LEPTH	2	-	-
EPINAXL	LEPTH	3	-	-
EPPLAXL	LEPPL	1	-	-
EPCRAXL	LEPCR	1	-	-
SEPL	NLIN	1	-	-
SRAT	NLIN	2	-	-
HPRES	NI.IN	3	-	-
EPEQ	NLIN	4	-	-
MFORX	SMISC	1	-	-
FLUEN	NMISC	-	1	2
TEMP	LBFE	-	1	2

ETABLE, SN, LS, 1

! estrae il dato "tensione assiale" dal data base

**ETABLE**, *Lab, Item, Comp*

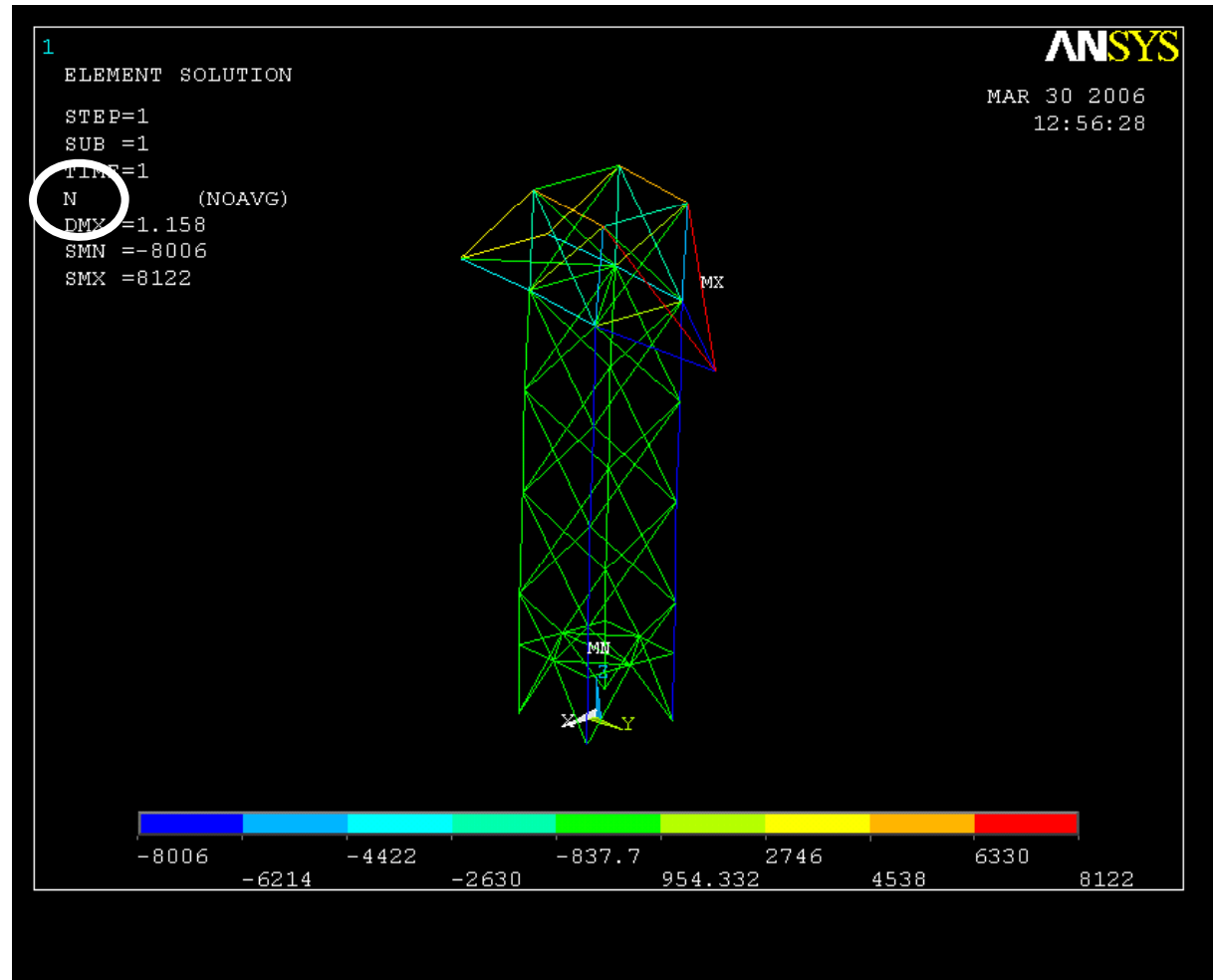
# ELEMENTO ASTA/11

Rappresentazione grafica risultati – Comando PLETAB

**PLETAB**, *Itlab*, *Avglab*

ETABLE,N,SMISC,1

PLETAB,N



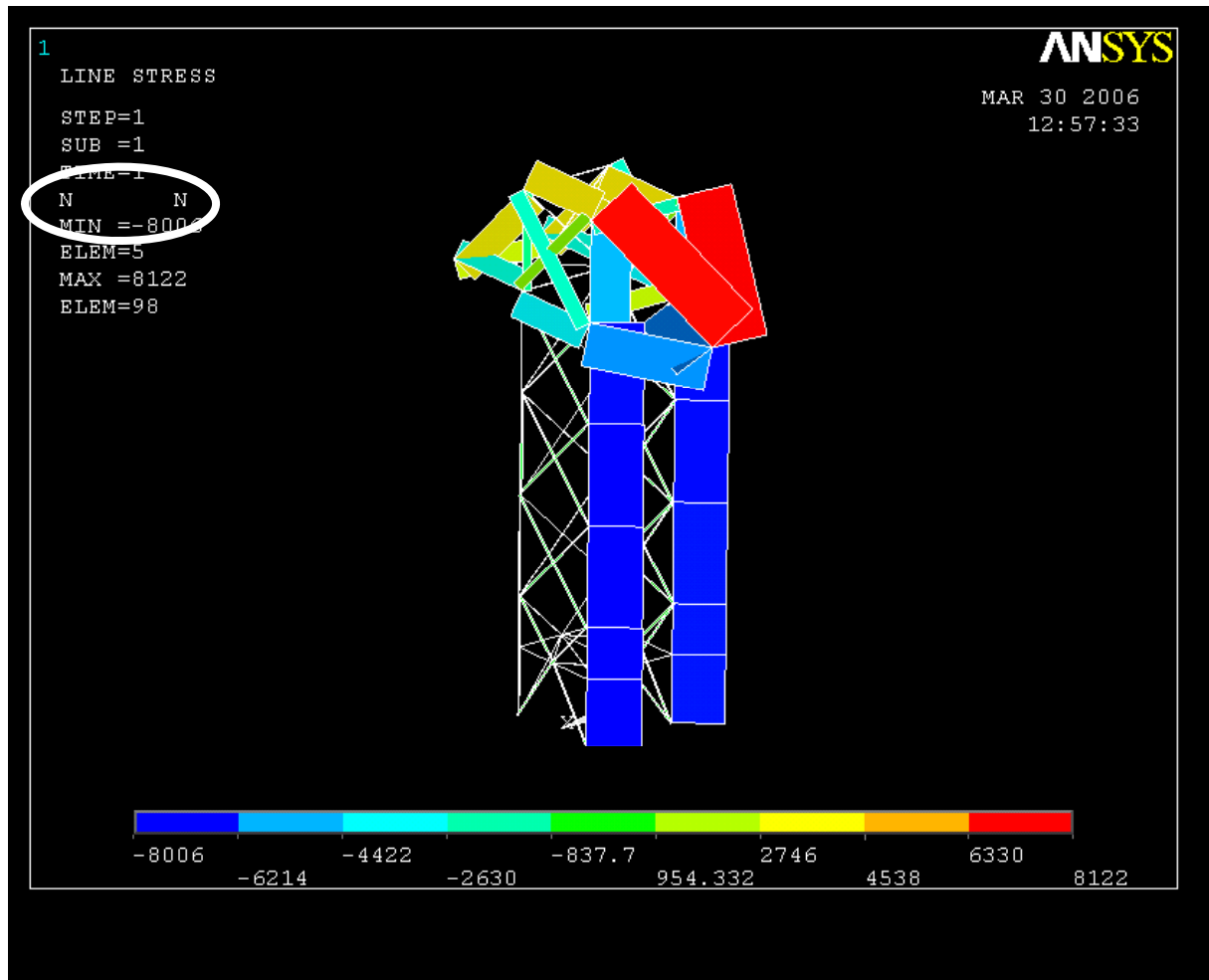
# ELEMENTO ASTA/12

Rappresentazione grafica risultati – Comando PLLS

PLLS, LabI, LabJ, Fact, KUND

ETABLE, N, SMISC, 1

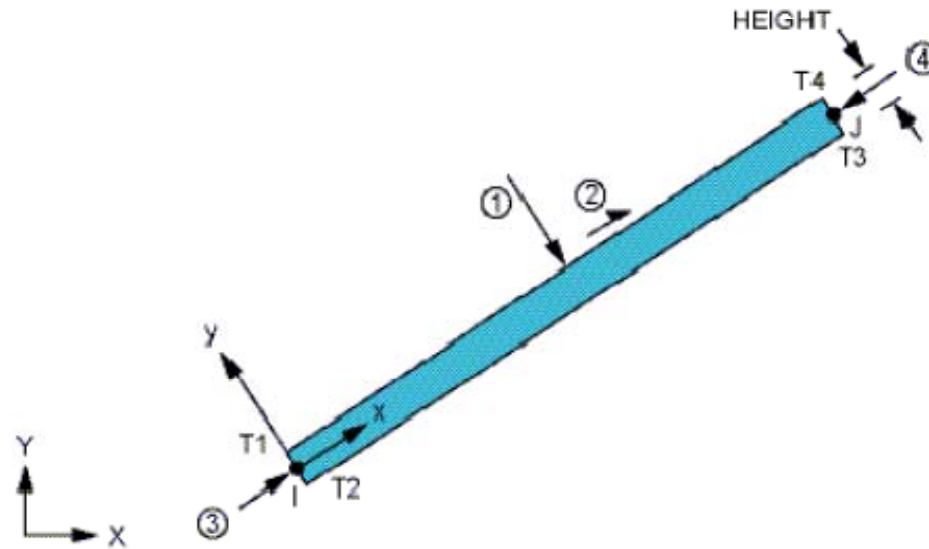
PLLS, N, N



# ELEMENTO TRAVE/1

Figure 3.1 BEAM3 Geometry

2D



*Telai piani*

- 2 nodi
- 3 g.d.l /nodo
- carichi concentrati e distribuiti
- Car. geometriche:  $A$ ,  $J_x$ , ...

Il piano x,y deve contenere:

- nodi
- carichi
- uno degli assi principali di inerzia delle sezioni



# ELEMENTO TRAVE/2

Telai spaziali

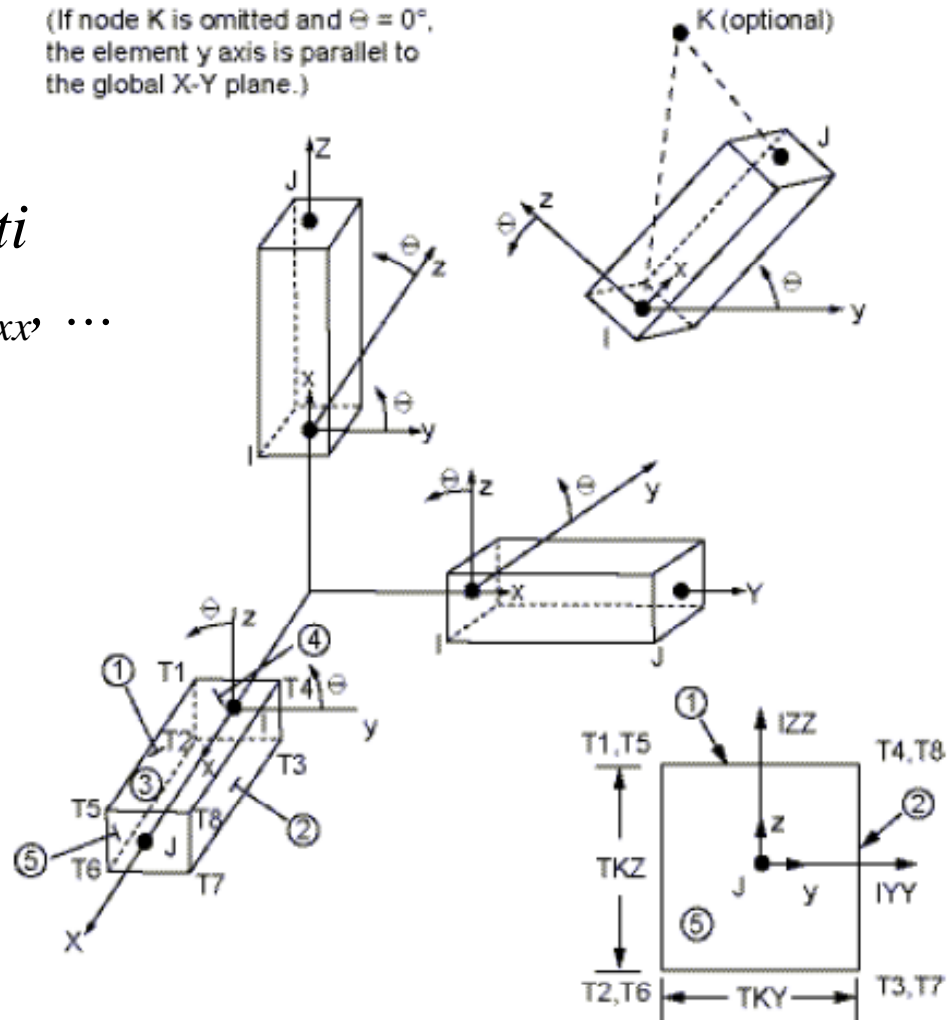
3D

- 2 (3) nodi
- 6 g.d.l /nodo
- carichi concentrati e distribuiti
- Car. geometriche:  $A$ ,  $J_{zz}$ ,  $J_{yy}$ ,  $J_{xx}$  ...

- Il SR di elemento è definito per convenzione o con il 3° nodo
- Gli assi “y” e “z” locali **devono** coincidere con gli assi principali di inerzia della sezione

Figure 4.1 BEAM4 Geometry

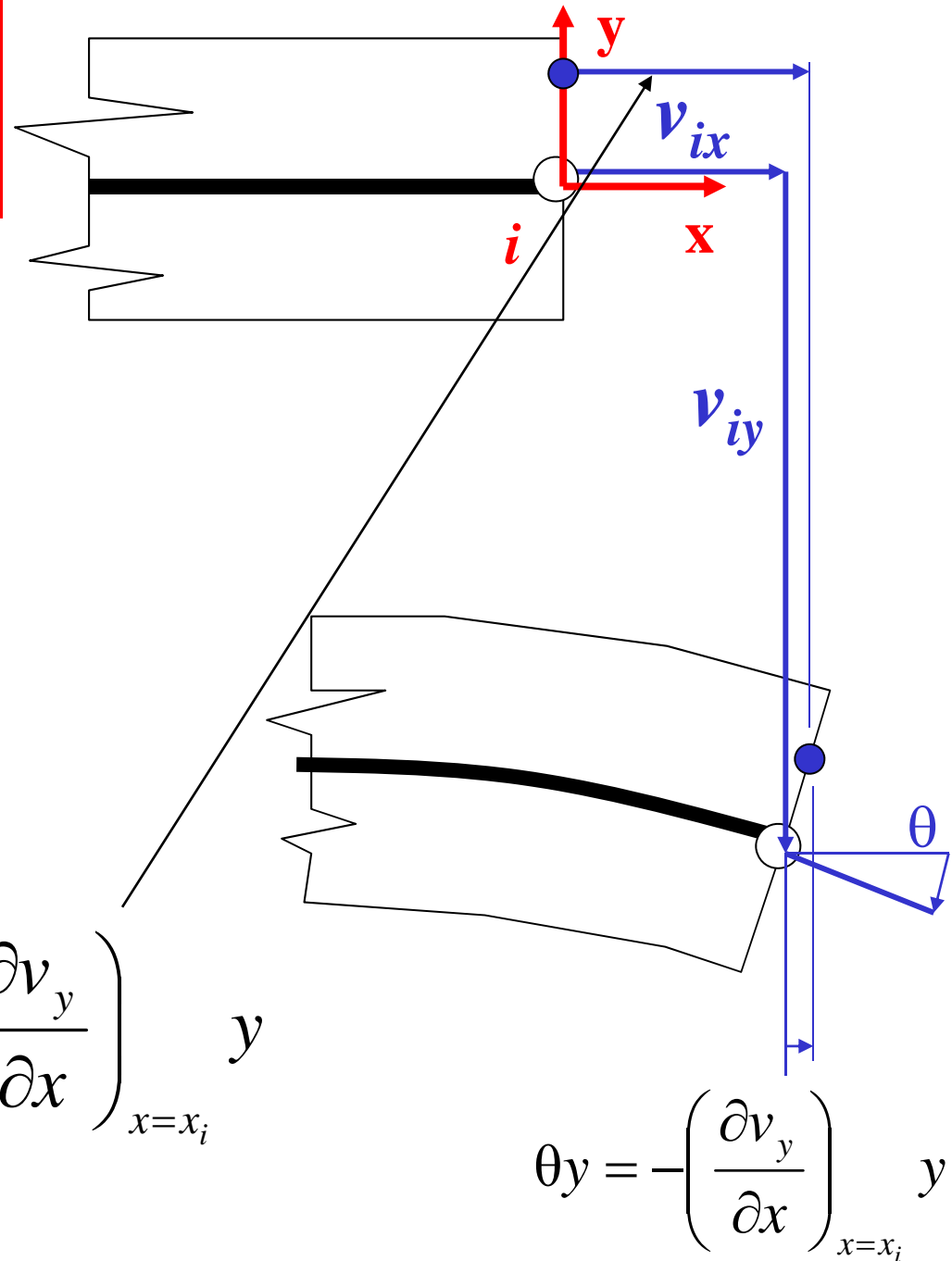
(If node K is omitted and  $\Theta = 0^\circ$ , the element y axis is parallel to the global X-Y plane.)



Trave: con il nodo si vuole rappresentare lo stato di spostamento dell'intera sezione

Ipotesi sezioni piane

3 g.d.l. per nodo



$$v_x(y) = v_{ix} + \theta y = v_{ix} - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

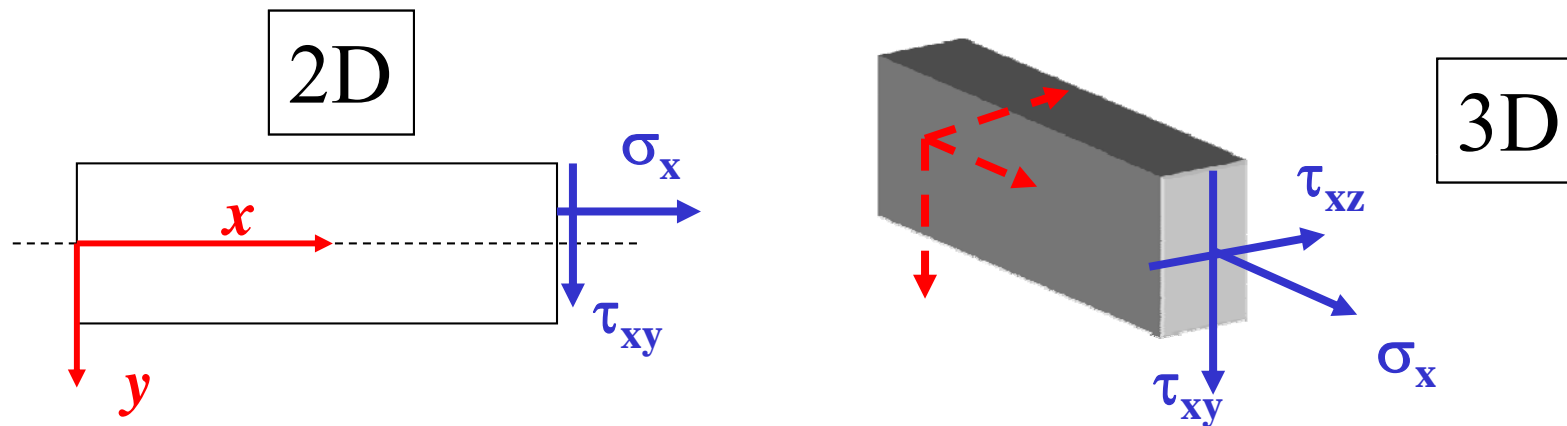
$$\theta y = - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

## ELEMENTO TRAVE/3

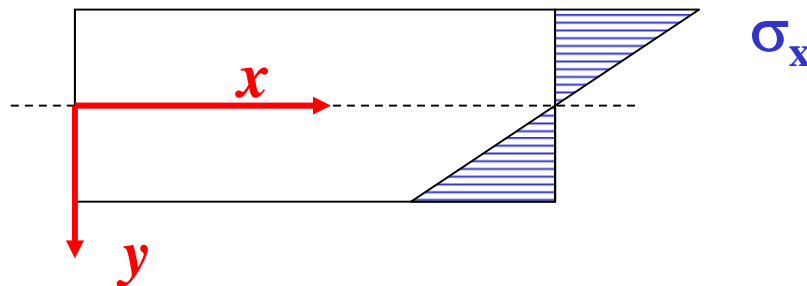
## ELEMENTO TRAVE/4

Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi trave:

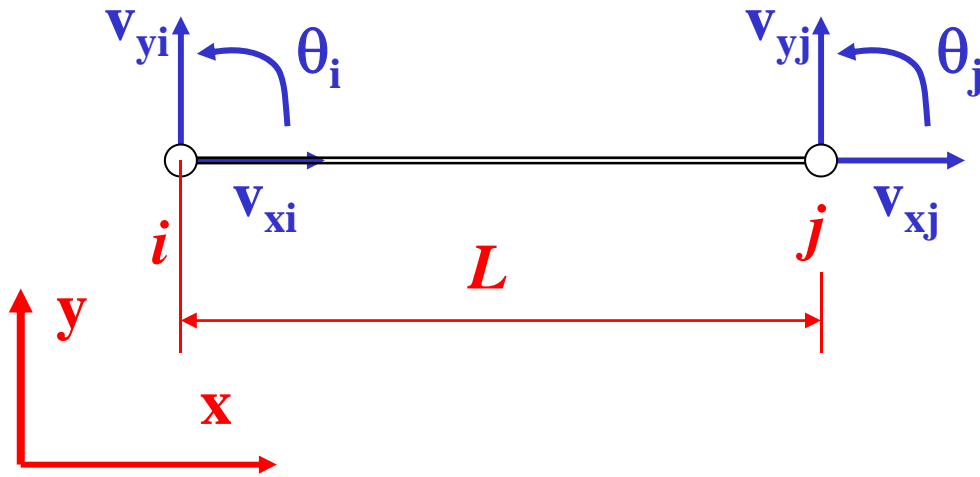
- le deformazioni dovute al taglio sono trascurate
- le uniche componenti di tensione non nulle sono:



- le  $\sigma_x$  hanno un andamento lineare nella sezione (formula di Navier)



## ELEMENTO TRAVE/5



Piccoli spostamenti/deformazioni

$$v_x(x) = f(v_{ix}, v_{jx})$$

2 condizioni per  $v_x(x)$

F.ni di forma lineari in "x"

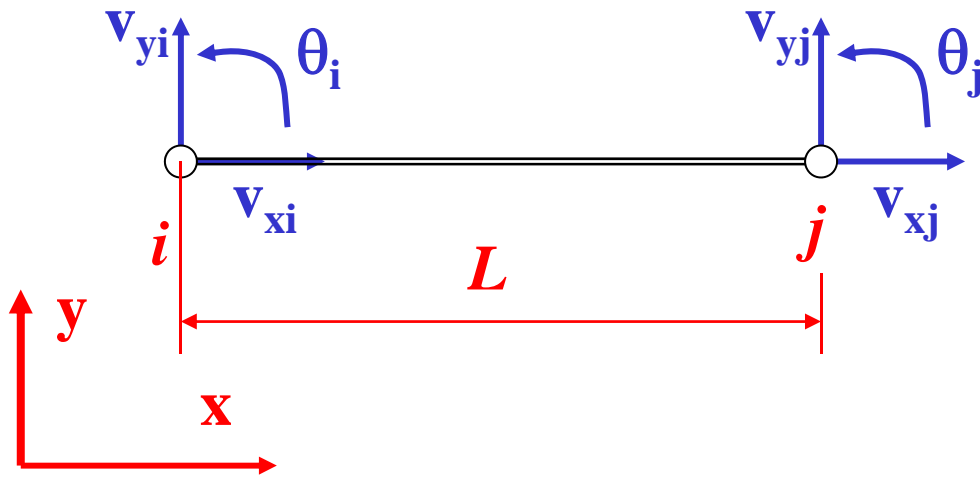
$$v_x(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) v_{ix} + \frac{x}{L} v_{jx} = N_{11} v_{ix} + N_{14} v_{jx}$$

$$\{v(x)\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \{U^e\} = \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

$$\{v(x)\} = [N(x)] \{U^e\}$$

3x1      3x6      6x1

$$N_{12} = N_{13} = N_{15} = N_{16} = 0$$



## ELEMENTO TRAVE/6

$$\{v(x)\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \{U^e\} = \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

$$\theta = \frac{d v_y}{dx}$$

4 condizioni per  $v_y(x)$

$v_y(x)$  di 3° grado in "x"

$$v_y(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$$

$$\theta = B + 2Cx + 3Dx^2$$

$$\begin{cases} v_y(0) = v_{iy} & \theta(0) = \theta_i \\ v_y(L) = v_{jy} & \theta(L) = \theta_j \end{cases}$$

**ELEM. TRAVE/7**

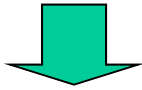
$$\begin{aligned}
 v_y &= v_{iy} \left( 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L\left(\frac{x}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \\
 &+ v_{jy} \left( 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \theta_j \left( -L\left(\frac{x}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) \\
 \theta &= v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6\left(\frac{x}{L}\right) + 6\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4\left(\frac{x}{L}\right) + 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \\
 &+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6\left(\frac{x}{L}\right) - 6\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \theta_j \left( -2\left(\frac{x}{L}\right) + 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

## ELEMENTO TRAVE/8

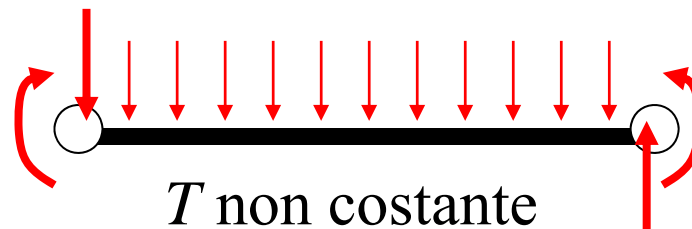
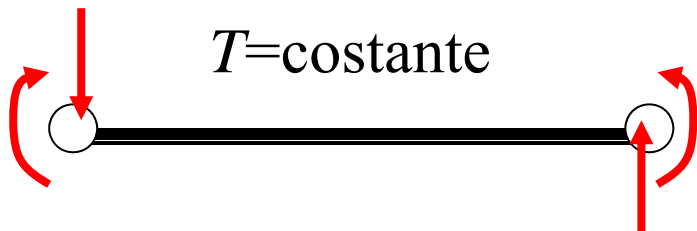
Oss.ne: la f.ne utilizzata per rappresentare lo spostamento della trave in direzione ortogonale al suo asse è una cubica.

$$v_y(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$$



$$T_y = \frac{d^3 v_y(x)}{dx^3} = \text{costante}$$

Le f.ni di forma rappresentano correttamente punto per punto la deformata del tratto di trave solo nel caso di taglio costante. Negli altri casi la rappresentazione di spostamenti, deformazioni e tensioni nei punti interni è approssimata, con errore che decresce al diminuire delle dimensioni dell'elemento

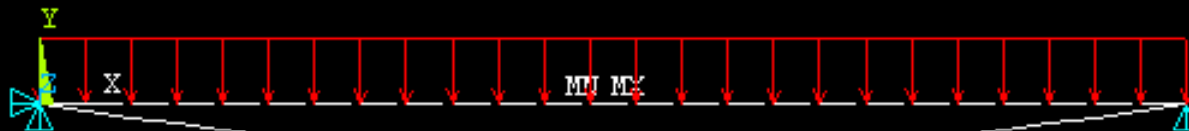


# ELEMENTO TRAVE/9

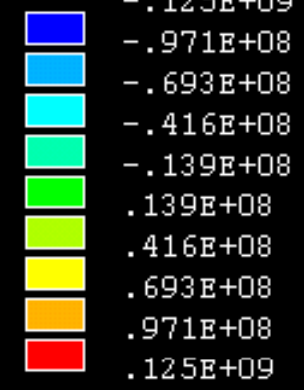
Esempio: trave appoggiata con carico uniformemente distribuito

$$M_{\max} = 1.25 \cdot 10^8$$

25 elementi



```
07.25.10
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
MZ
RSYS=0
DMX =61.885
SMN =-.125E+09
SMX =.125E+09
U
PRES-NORM
10
-.125E+09
-.971E+08
-.693E+08
-.416E+08
-.139E+08
.139E+08
.416E+08
.693E+08
.971E+08
.125E+09
```





# ELEMENTO TRAVE/10

## Esempio: trave appoggiata con carico concentrato

$$M_{\max} = 2.5 \cdot 10^4$$

2 elementi



ELEMENT SOLUTION

STEP=1

SUB =1

TIME=1

MZ

RSYS=0

DMX =.009921

SMN =-25000

SMX =25000

U

-25000

-19444

-13889

-8333

-2778

2778

8333

13889

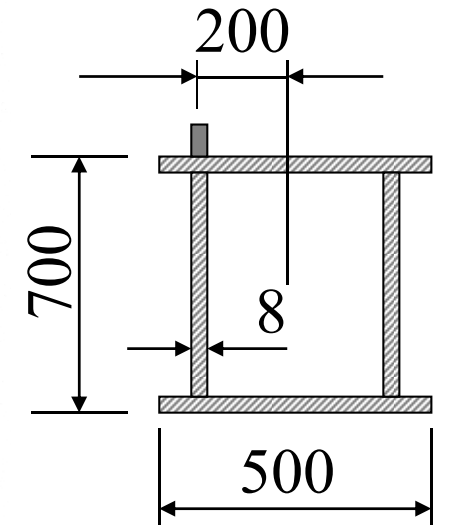
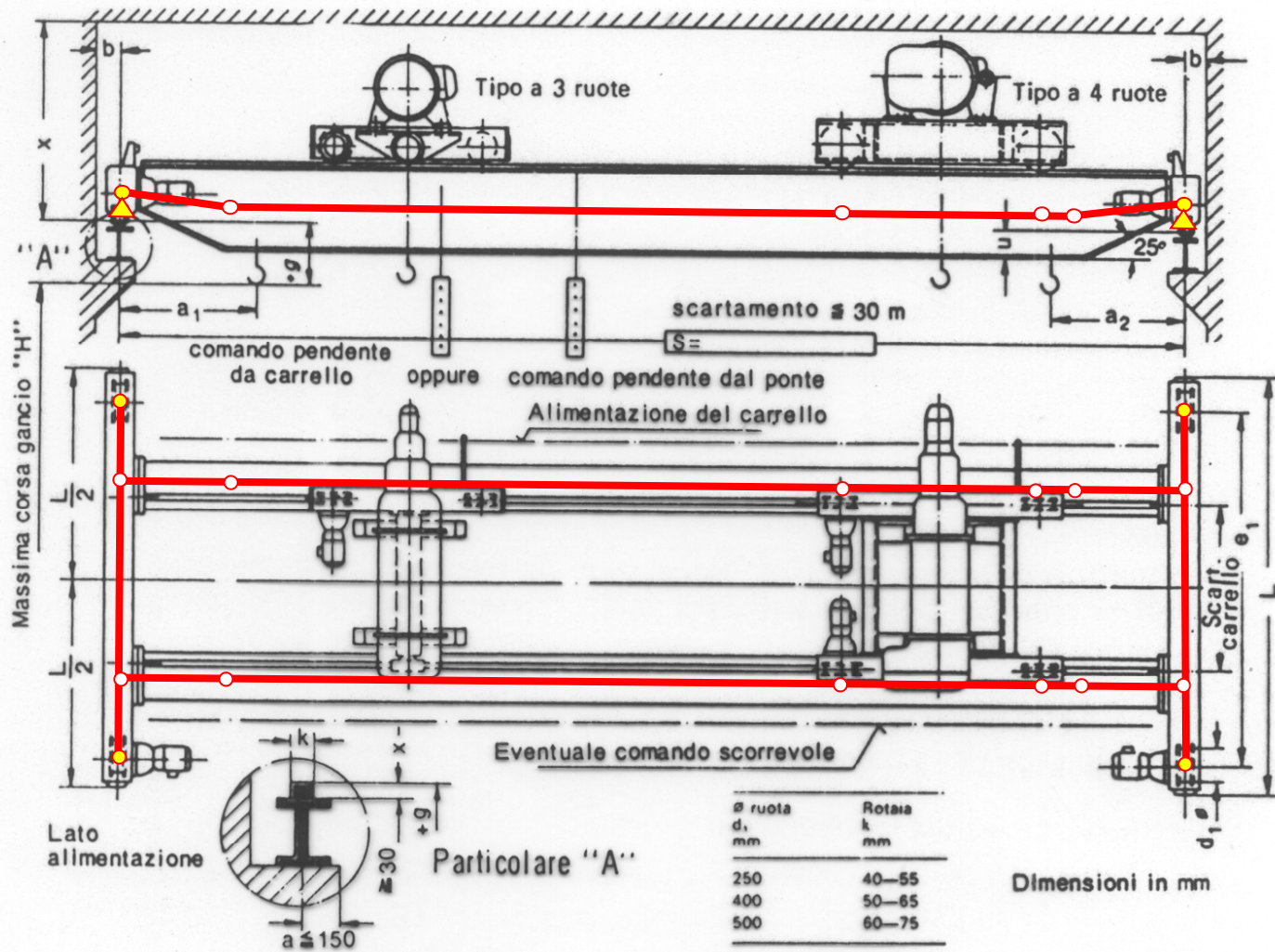
19444

25000

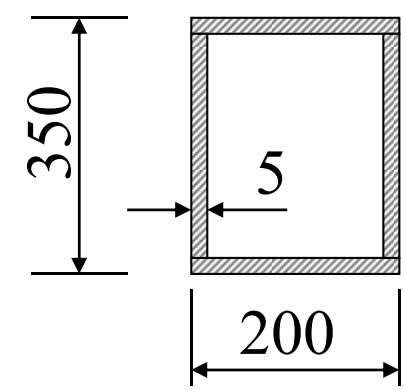


# ELEMENTO TRAVE/11 – GRU A PONTE

3D



*Trave principale*

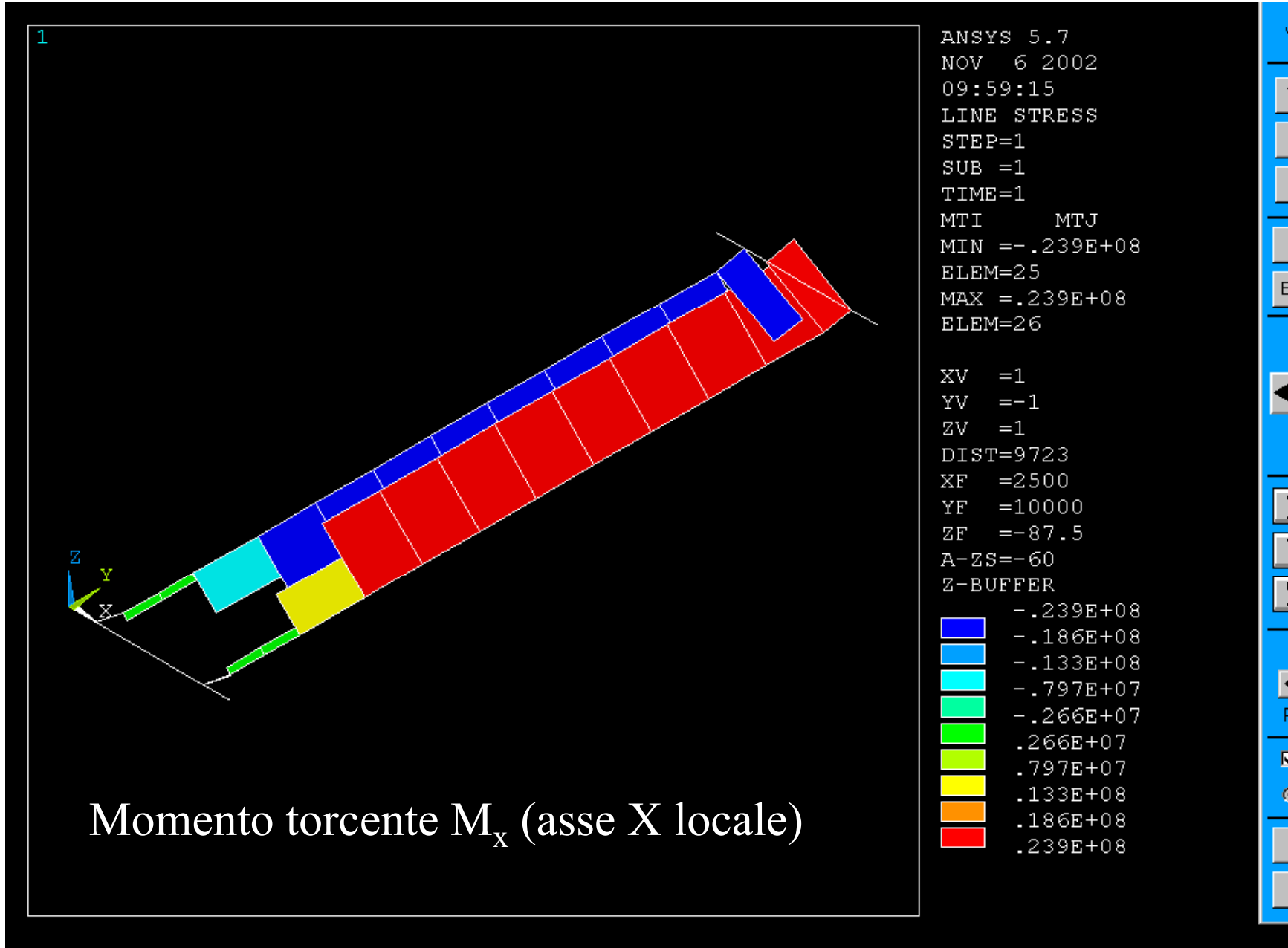


*Testata*

Interasse ruote testata ( $e_1$ ) =  $5\text{ m}$   
 Scartamento ( $S$ ) =  $20\text{ m}$   
 Scartamento carrello =  $2.5\text{ m}$

# ELEMENTO TRAVE/12 – GRU A PONTE

File di comandi : GRU\_A\_PONTE.txt



## ELEMENTO TRAVE/13

Dati di input per l'elemento trave 2D (BEAM3) di ANSYS

Nodes

I, J

Degrees of Freedom

UX, UY, ROTZ

Real Constants

AREA - Cross-sectional area

IZZ - Area moment of inertia

HEIGHT - Total beam height

SHEARZ - Shear deflection constant

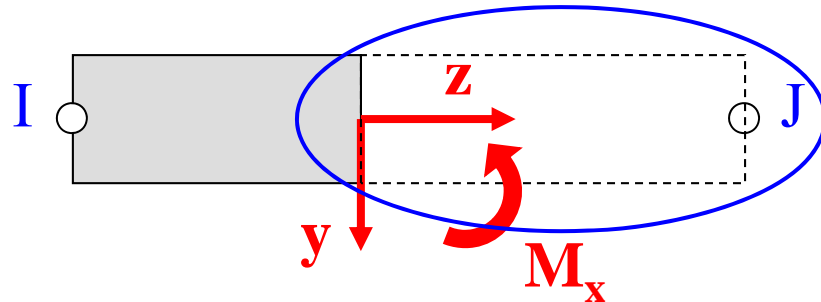
ISTRN - Initial strain

ADDMAS - Added mass per unit length

# ELEMENTO TRAVE/14

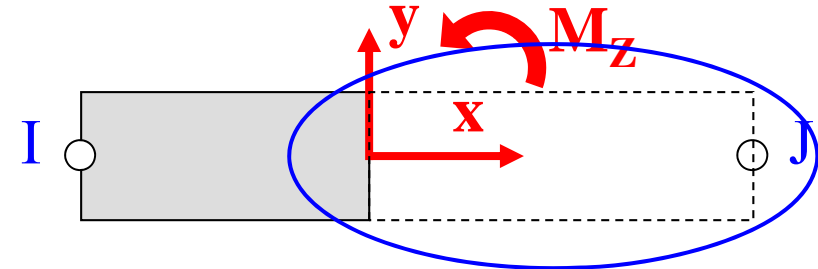
Caratteristiche di sollecitazione per l'elemento trave 2D di ANSYS

SR tradizionale per le  
caratteristiche di sollecitazione



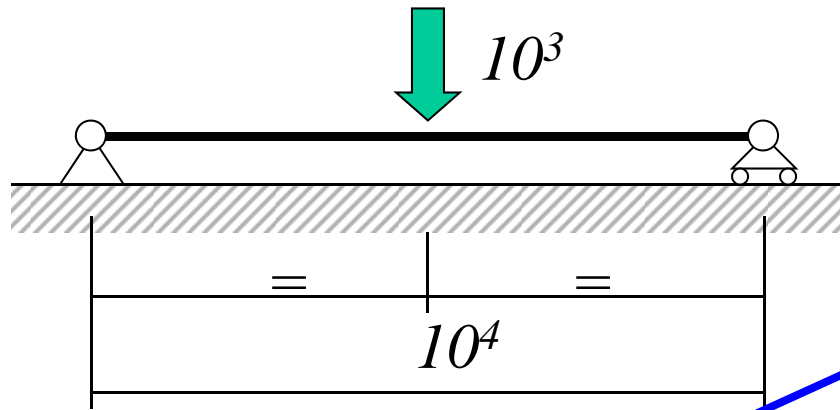
$$\begin{aligned} N &= \text{MFORX} \\ T_Y &= -\text{MFORY} \\ M_X &= \text{MMOMZ} \end{aligned}$$

SR usato da ANSYS per le  
caratteristiche di sollecitazione  
(Il SR è definito per ogni singolo  
elemento trave con senso di  
percorrenza dal nodo I al nodo J)

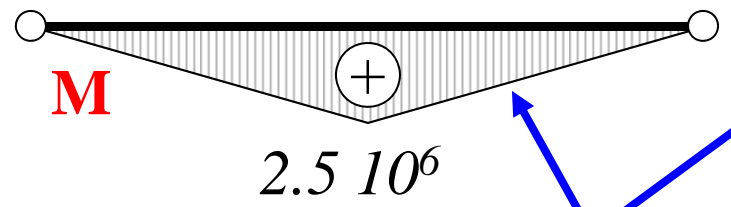
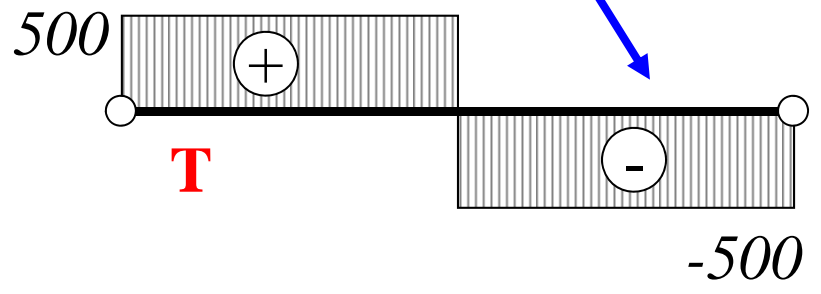


Risultanti di azioni  
agenti sul tratto di  
asta “a valle” della  
sezione

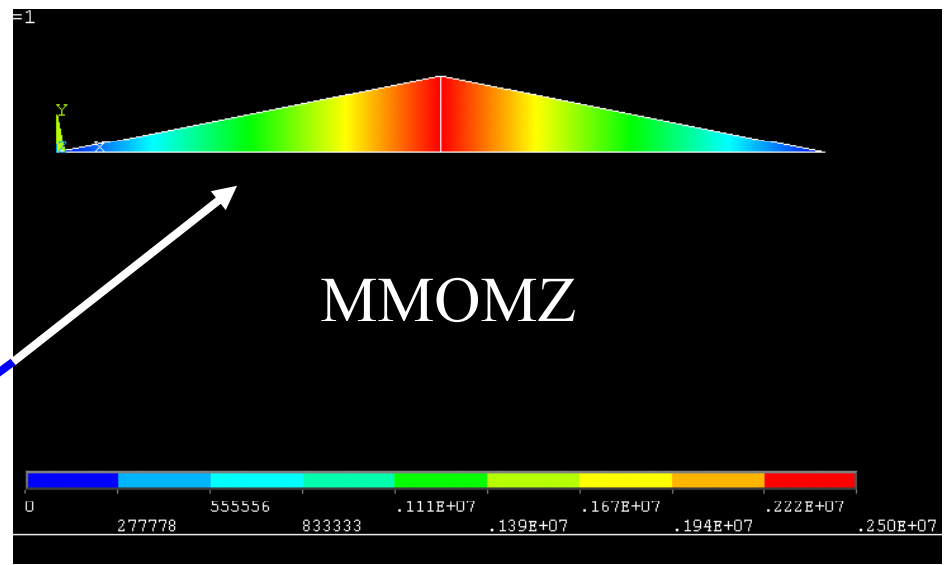
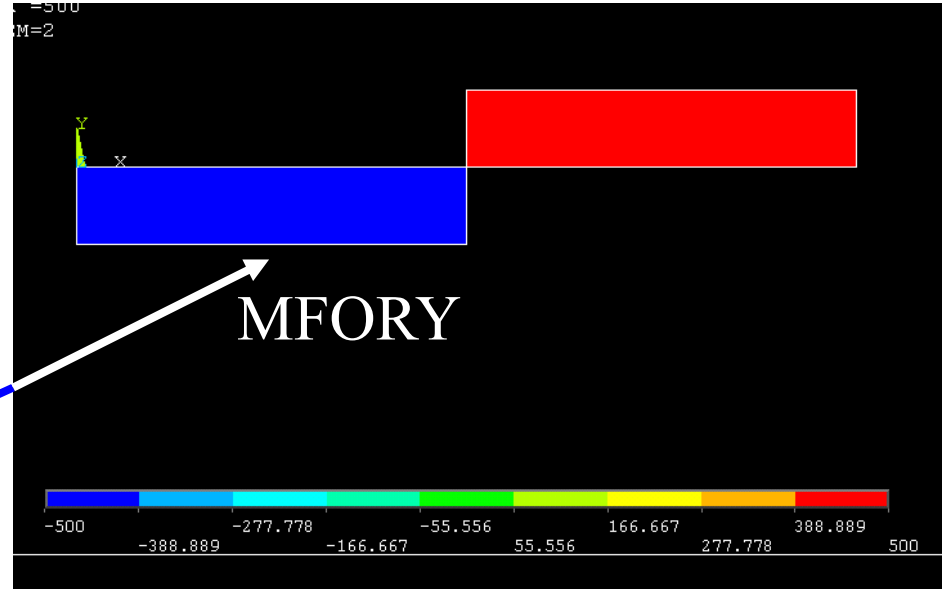
# ELEMENTO TRAVE/15



Segno del Taglio

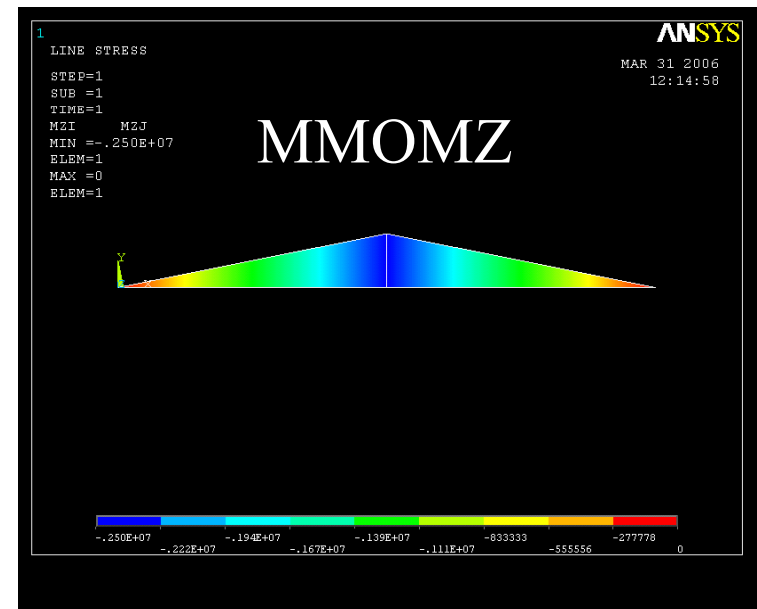
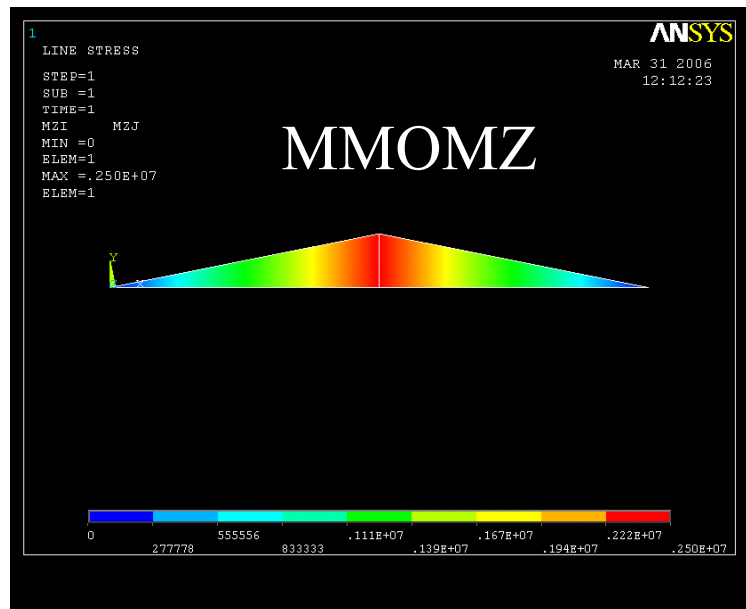
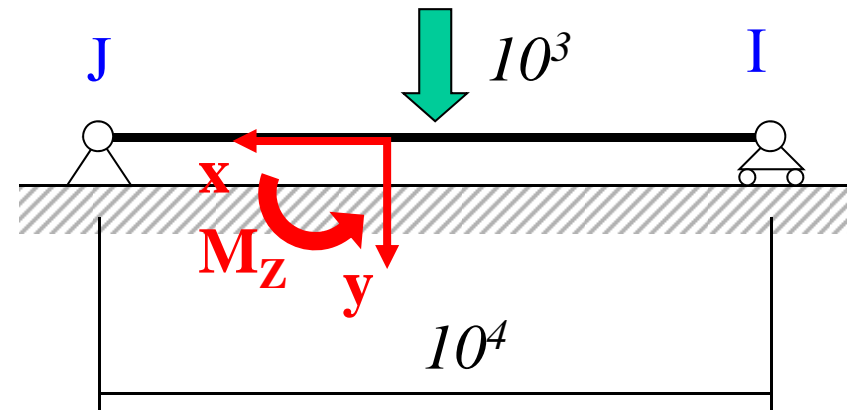
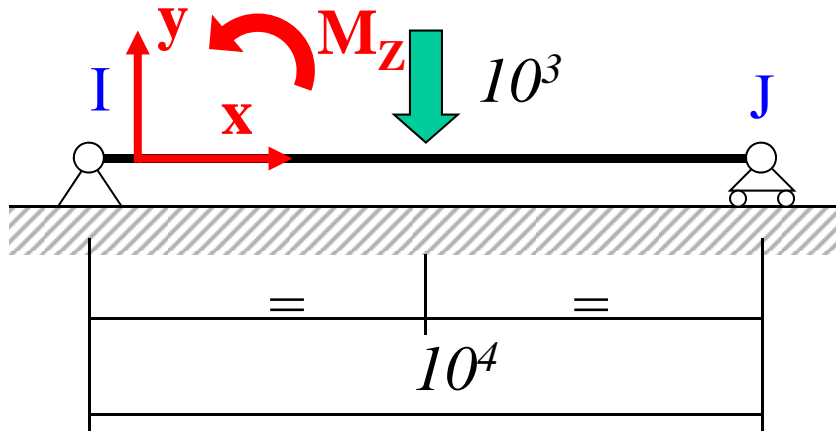


Posizione diagramma



# ELEMENTO TRAVE/16

Effetto del senso di percorrenza dell'elemento



## ELEMENTO TRAVE/17

### Dati di input per l'elemento trave 3D (BEAM4) di ANSYS

Nodes

I, J, K (K orientation node is optional)

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

Real Constants

AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA  
ISTRN, IXX, SHEARZ, SHEARY, SPIN, ADDMAS

See Table 4.1: "BEAM4 Real Constants" for a description of the real constants.

Material Properties

EX, ALPX (or CTEX or THSX), DENS, GXY, DAMP

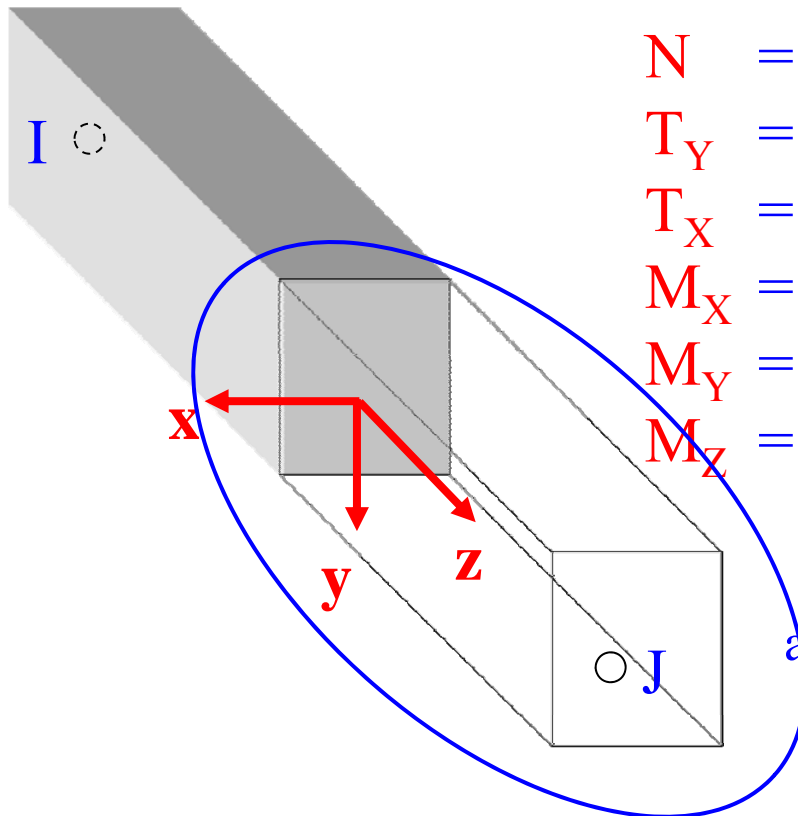


# ELEMENTO TRAVE/18

## Car. sollecitazione trave 3D

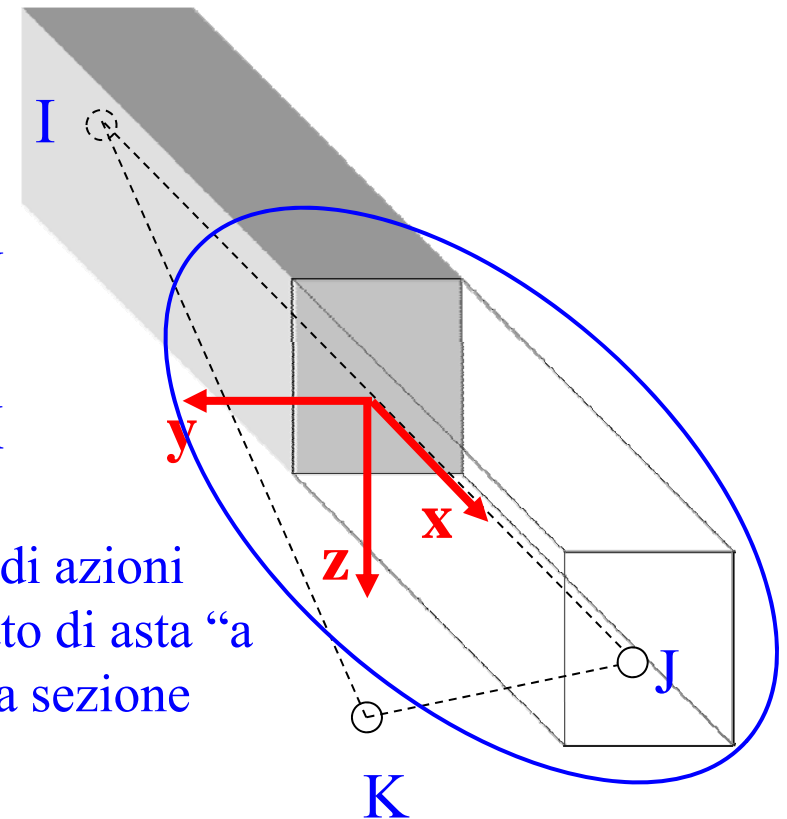
SR tradizionale per le caratteristiche di sollecitazione

SR usato da ANSYS per le caratteristiche di sollecitazione  
(Il SR è definito per ogni singolo elemento trave con senso di percorrenza dal nodo I al nodo J)



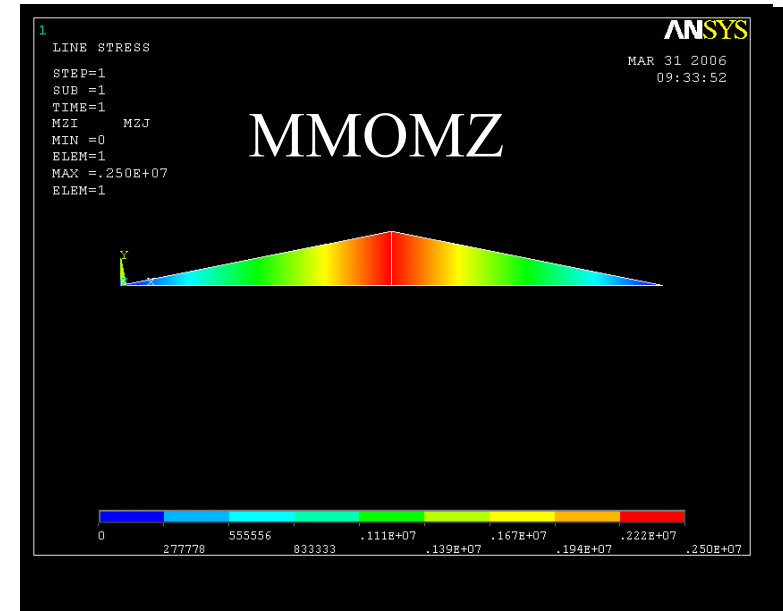
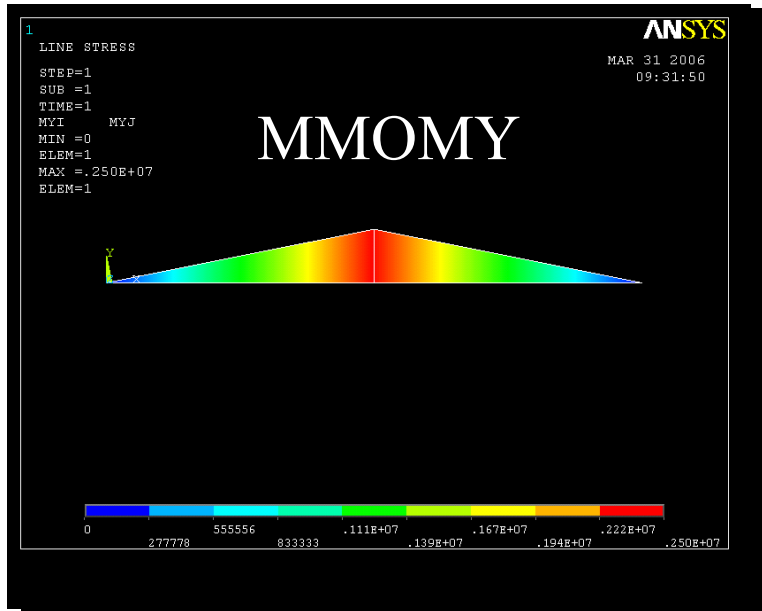
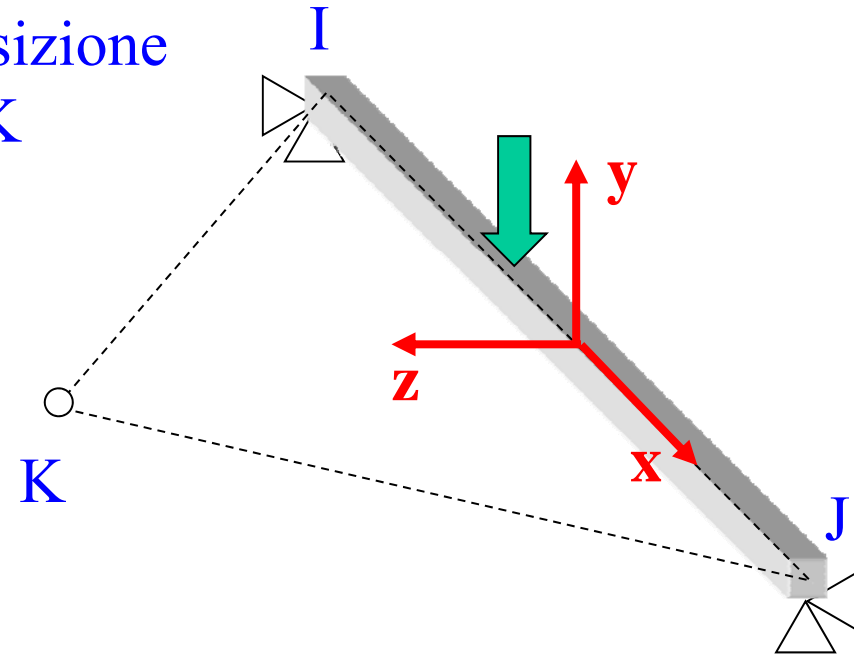
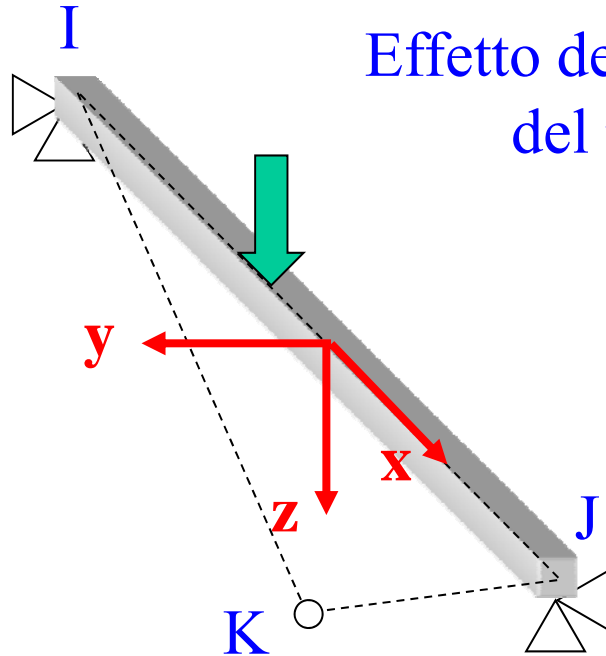
- N = MFORX
- T<sub>Y</sub> = MFORZ
- T<sub>X</sub> = MFORY
- M<sub>X</sub> = MMOMY
- M<sub>Y</sub> = MMOMZ
- M<sub>Z</sub> = MMOMX

Risultanti di azioni agenti sul tratto di asta "a valle" della sezione



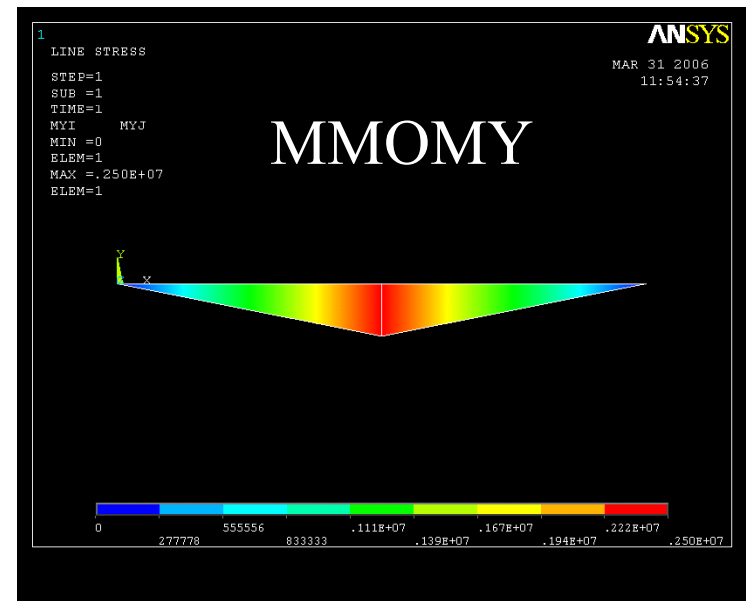
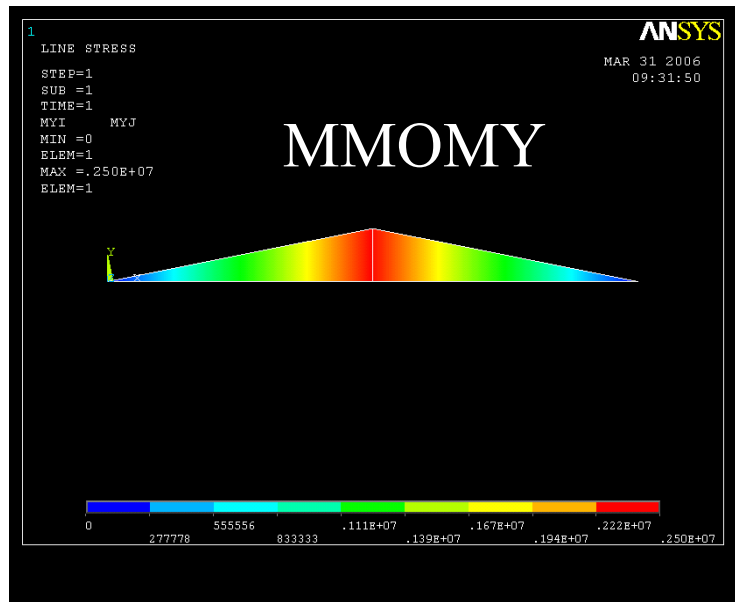
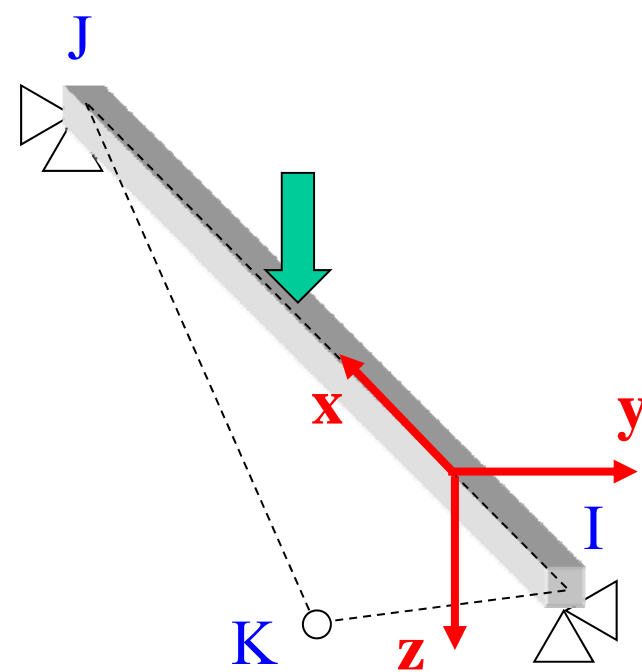
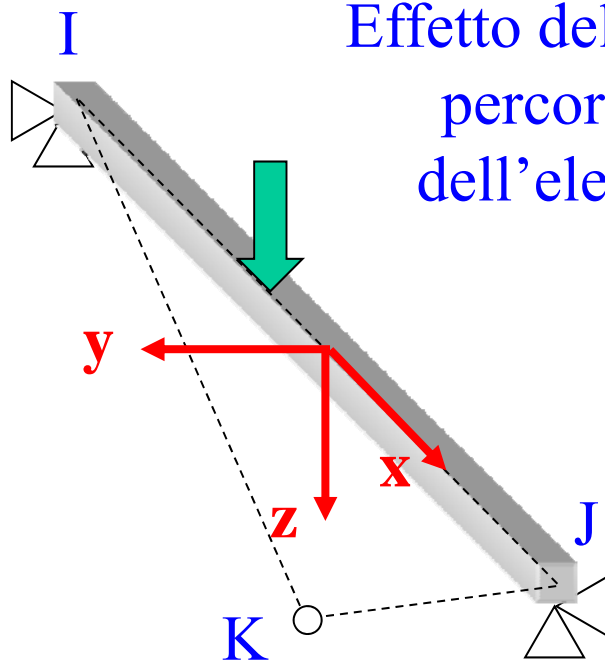
# ELEMENTO TRAVE/19

Effetto della posizione  
del nodo K



# ELEMENTO TRAVE/20

Effetto del senso di percorrenza dell'elemento



# ELEMENTO TRAVE/21

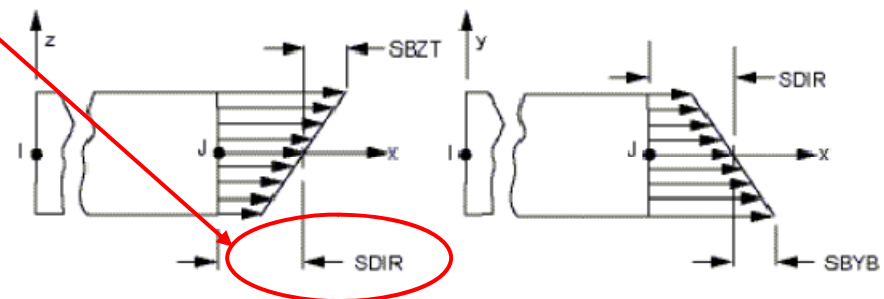
## Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

Table 4.3 BEAM4 Item and Sequence Numbers (KEYOPT(9) = 0)

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
SDIR	LS	-	1	6
SBYT	LS	-	2	7
SBYB	LS	-	3	8
SBZT	LS	-	4	9
SBZB	LS	-	5	10
EDEFI DDP	I EDEFI	-	1	6
EPELBZB	LEPEL	-	5	10
SMAX	NMISC	-	1	3
SMIN	NMISC	-	2	4
EDTUDDD	I EDTU	-	1	6

Tensione fibra baricentrica  
 ETABLE,NI,LS,1 ! Nodo I  
 ETABLE,NJ,LS,6 ! Nodo J

Figure 4.2 BEAM4 Stress Output

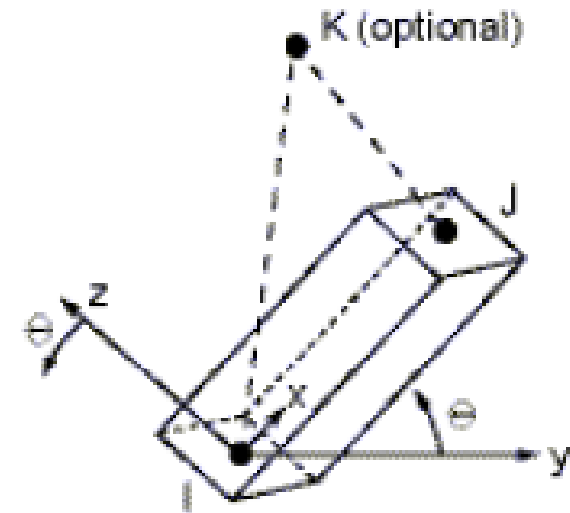


# ELEMENTO TRAVE/22

## Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

Table 4.3 BEAM4 Item and Sequence Numbers (KEYOPT(9) = 0)

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
MFORX	SMISC	-	1	7
MFORY	SMISC	-	2	8
MFORZ	SMISC	-	3	9
MMOMX	SMISC	-	4	10
MMOMY	SMISC	-	5	11
MMOMZ	SMISC	-	6	12



Torsione

ETABLE, MZI, SMISC, 4 ! Nodo I

ETABLE, MZJ, SMISC, 10 ! Nodo J

MFORX = Forza normale

MFORY = Taglio "y"

MFORZ = Taglio "z"

MMOMX = Torsione

MMOMY = Flessione "y"

MMOMZ = Flessione "z"

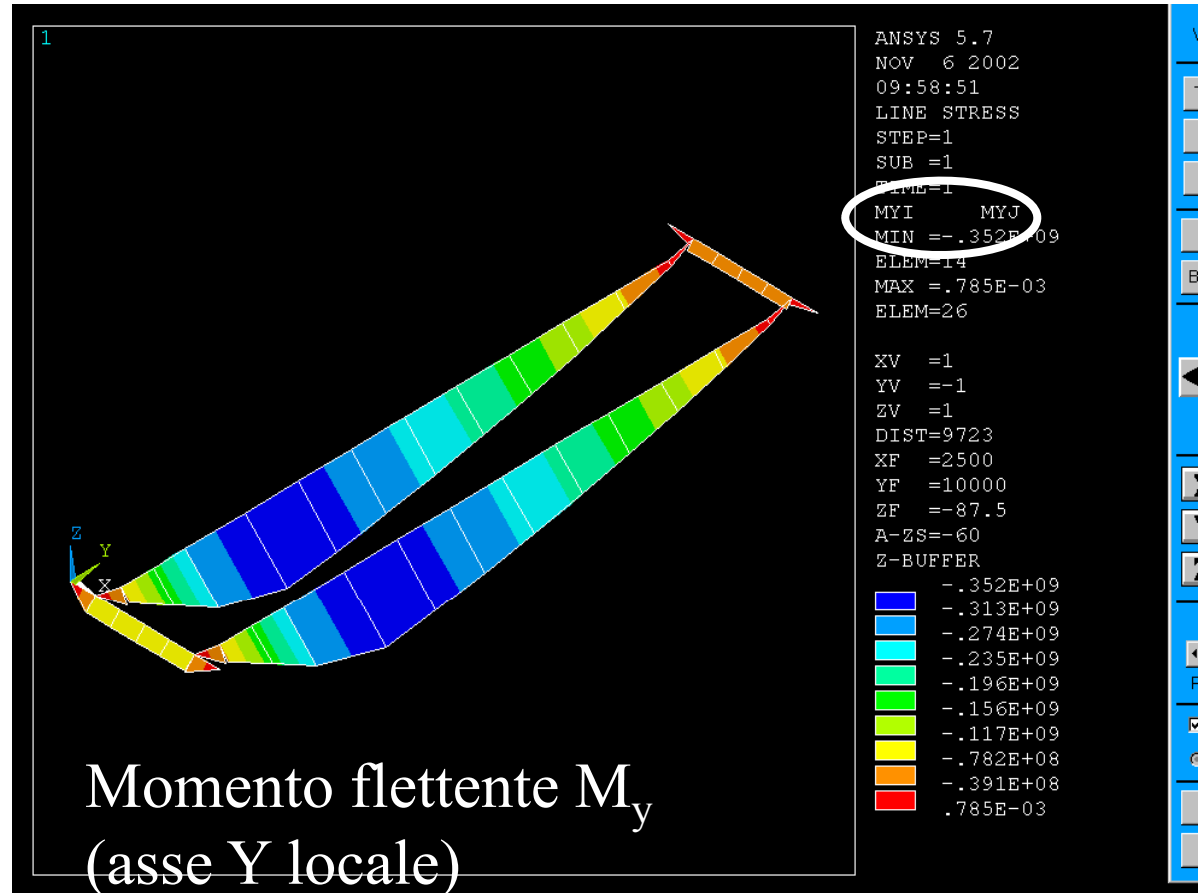
# ELEMENTO ASTA/12

Rappresentazione grafica risultati – Comando PLLS

PLLS, LabI, LabJ, Fact, KUND

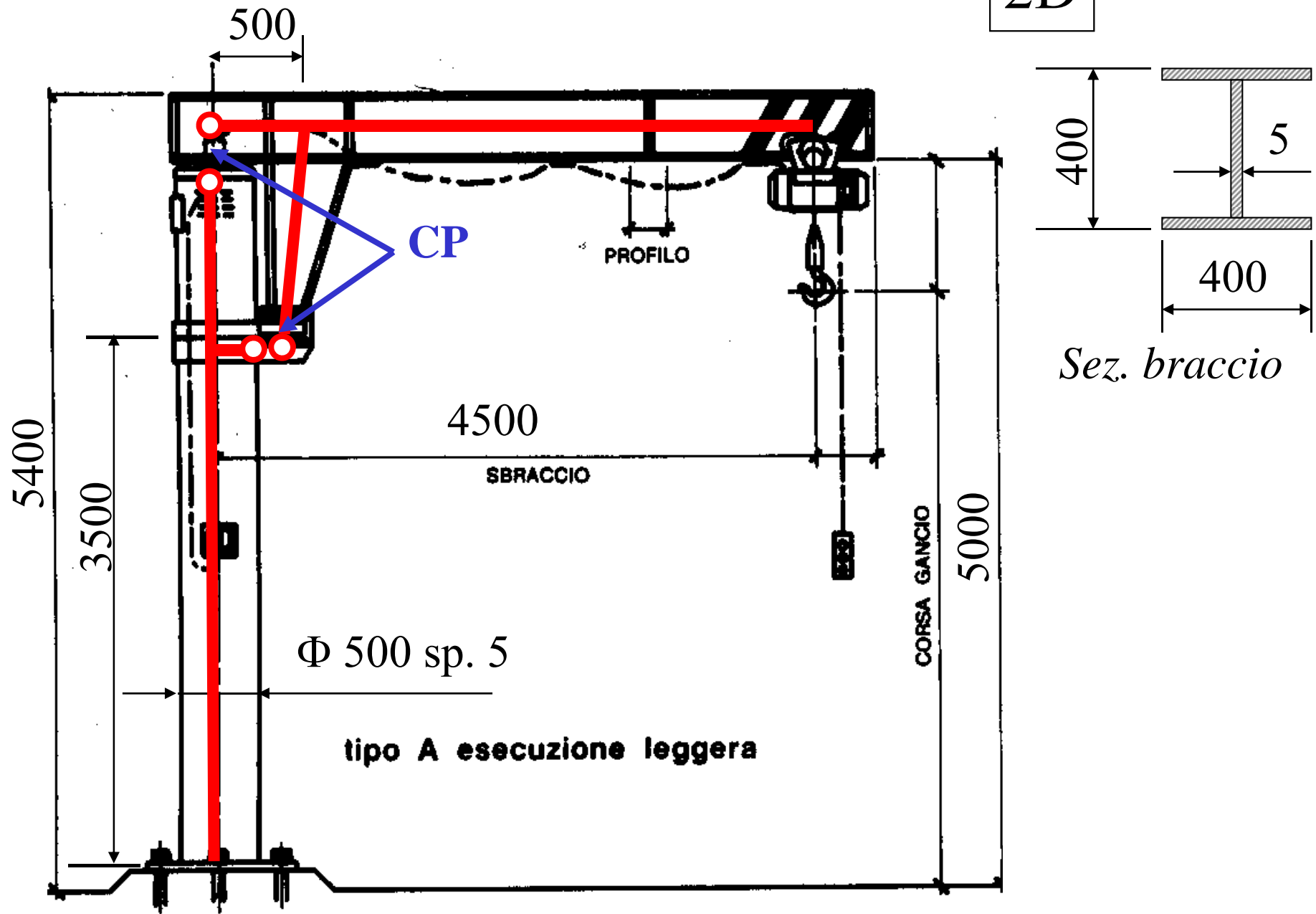
ETABLE, MYI, SMISC, 5  
ETABLE, MYJ, SMISC, 11

PLLS, MYI, MYJ



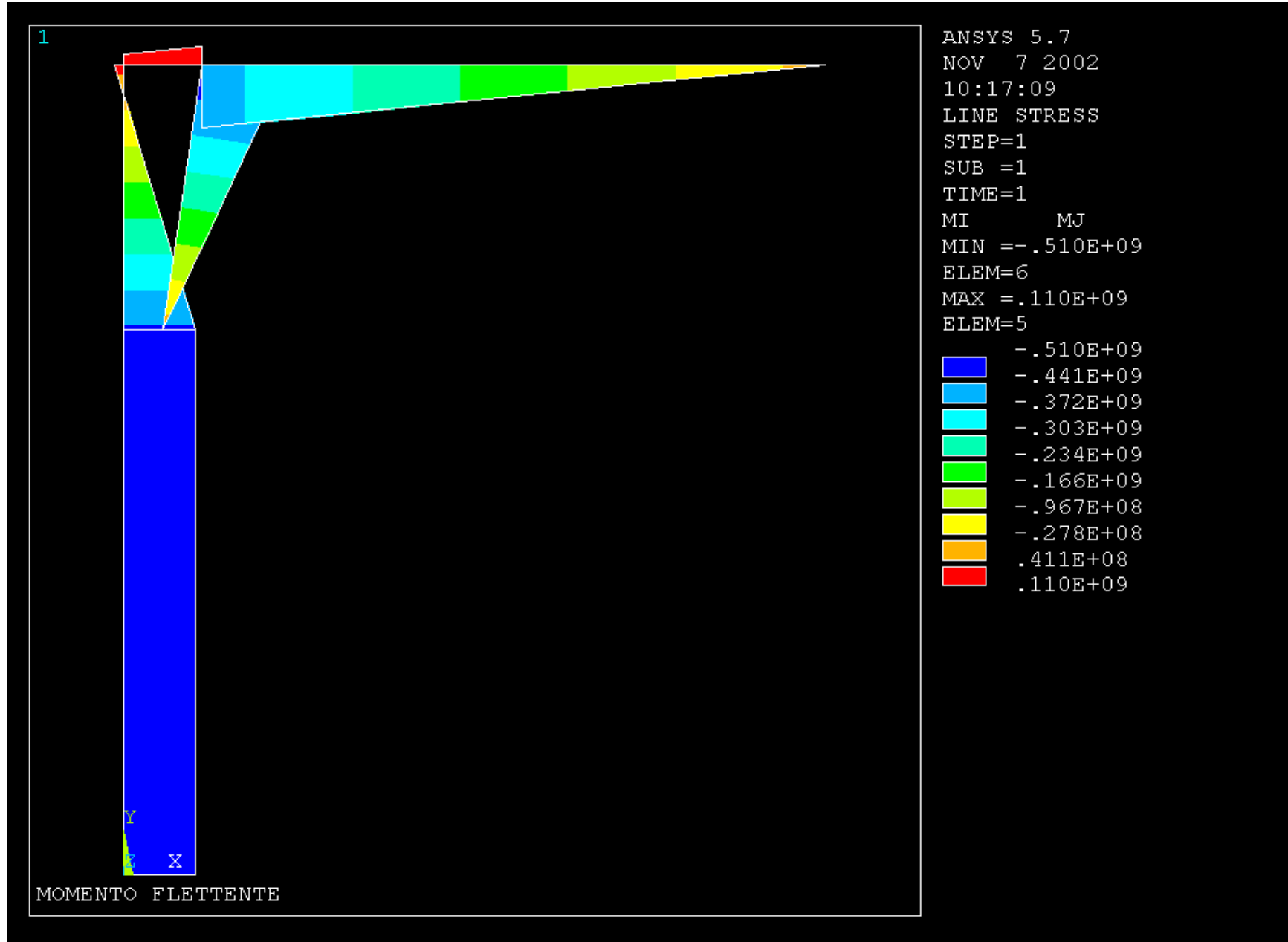
# ELEMENTO TRAVE/13 – GRU A BANDIERA

2D



# ELEMENTO TRAVE/14 – GRU A BANDIERA

*File di comandi: GRU\_A\_BANDIERA.txt*





## ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C\*\*\*

C\*\*\* VINCOLI

C\*\*\*

D,1,ALL,0 ! incastro base colonna

CP,1,UX,3,7 ! appoggio orizzontale inferiore colonna-braccio

CP,2,UX,4,5 ! cerniera superiore colonna-braccio

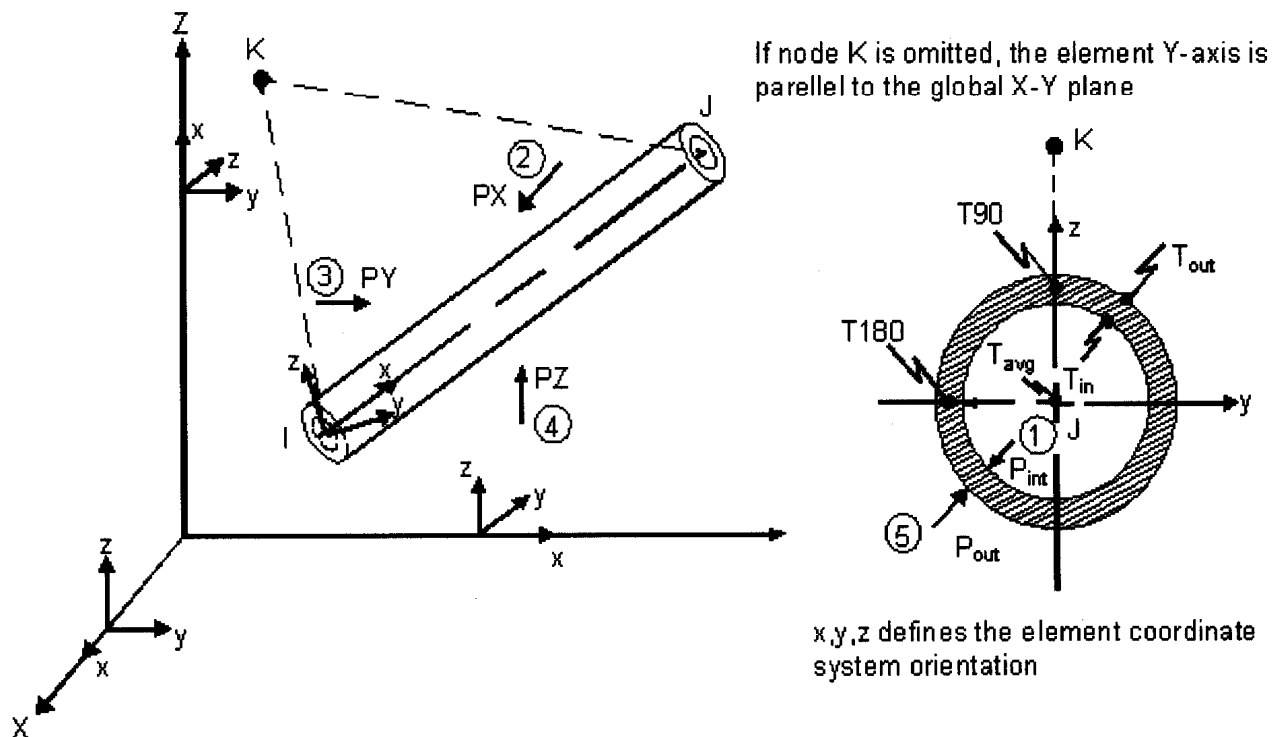
CP,3,UY,4,5

## ELEMENTI “PIPE”/1

*Serie di elementi per lo studio di sistemi di tubazioni (“piping”) in 2 o 3 dimensioni*

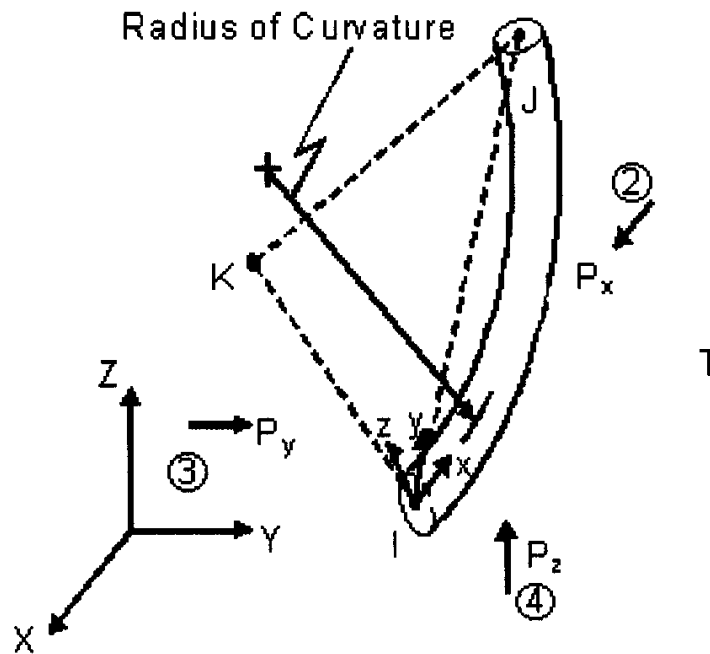
- *tubo rettilineo: elemento trave con un’apposita definizione dei parametri geometrici (diametri invece di  $A$ ,  $J$ , etc.)*

Figure 1. PIPE16 Elastic Straight Pipe

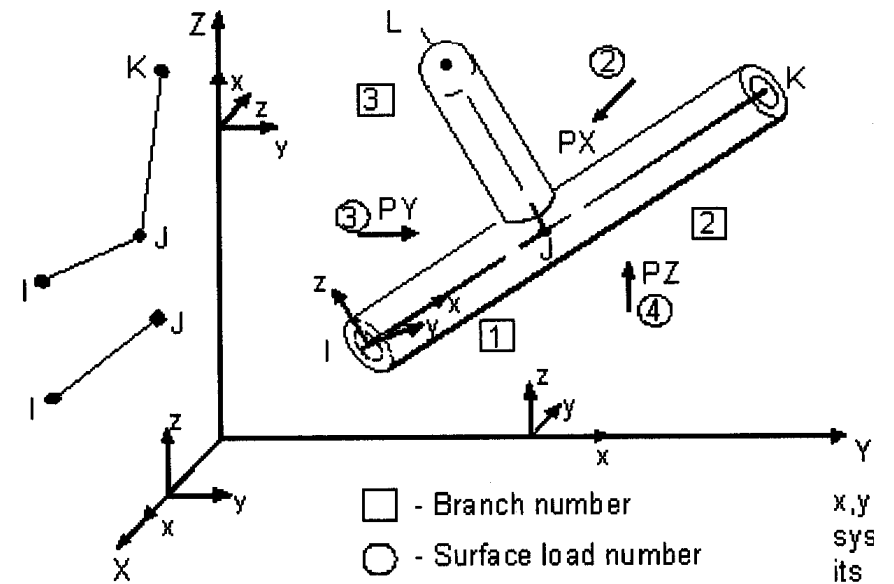


- *tubo curvilineo*: elemento con una speciale definizione della matrice di rigidezza, che tiene conto del basso rapporto tra raggio di curvatura e diametro
- *elementi speciali*: finalizzati a rappresentare correttamente la rigidezza di molti componenti tipici (“T”, valvole, etc.)

**Figure 1. PIPE18 Elastic Curved Pipe (Elbow)**



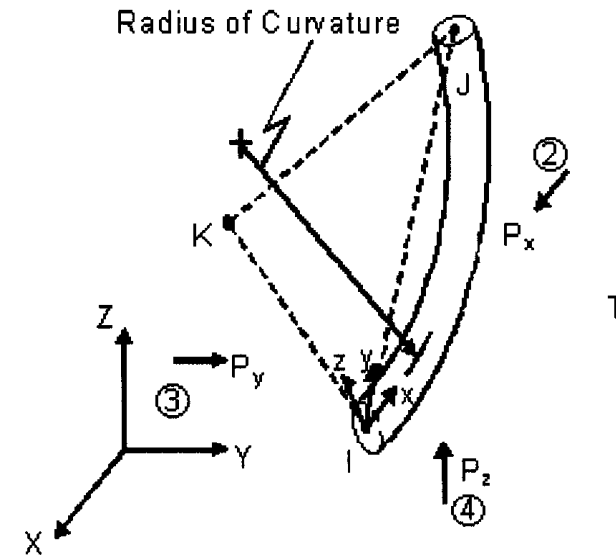
**Figure 1. PIPE17 Elastic Pipe Tee**



# ELEMENTI “PIPE”/3

## Elemento “tubo curvo” - PARAMETRI RILEVANTI PER FLESSIBILITA’

$r$  = average radius  
 $R$  = radius of curvature  
 $E$  = modulus of elasticity  
 $t$  = thickness



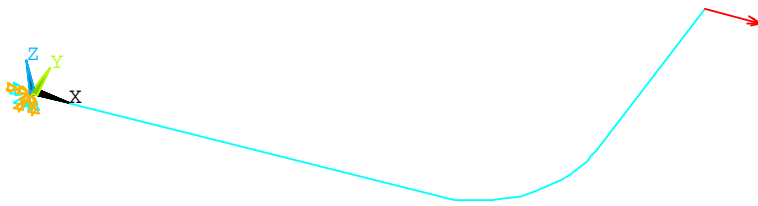
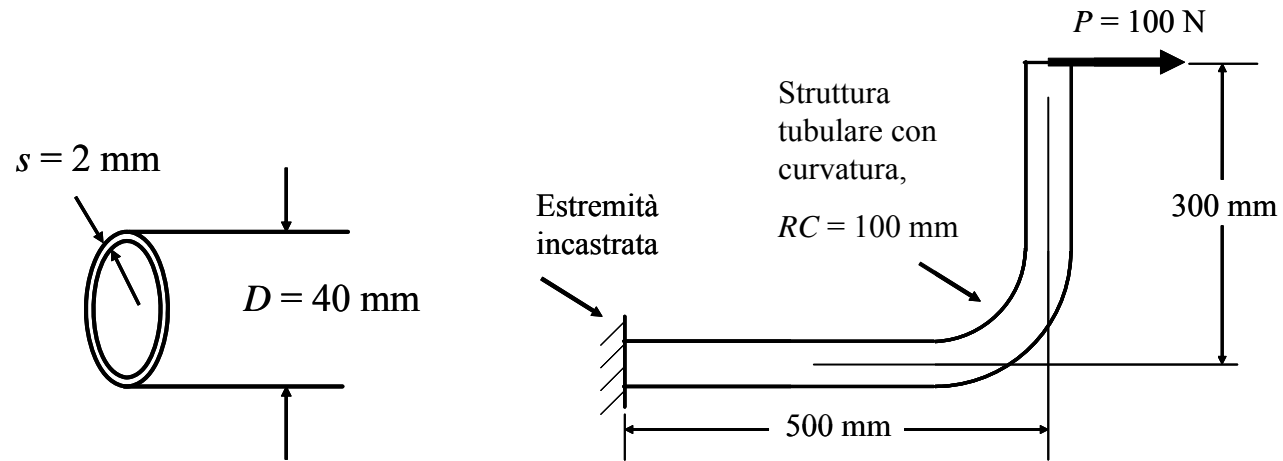
- Fattori di variazione della flessibilità (Flexibility factors: relazioni semi-empiriche di “best-fit”):
  - ANSYS Flexibility Factor =  $1.65/(h(1 + PrX_k/tE))$  or 1.0 (whichever is greater)
  - Karman Flexibility Factor =  $(10 + 12h^2)/(1 + 12h^2)$
- Fattore di intensificazione delle tensioni =  $0.9/h^{2/3}$  or 1.0 (whichever is greater)

$$h = tR/r^2$$

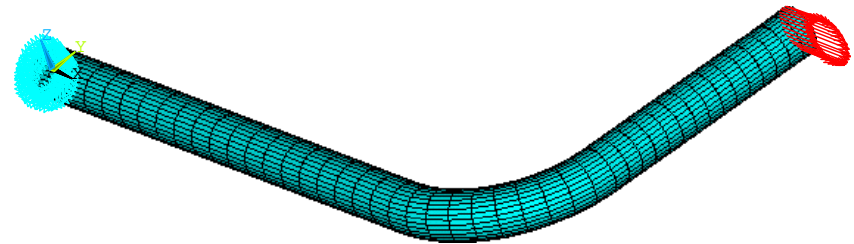
$P = P_i - P_o$  if  $P_i - P_o > 0$ , otherwise  $P = 0$ ,  $P_i$  = internal pressure,  $P_o$  = external pressure

$X_k = 6 (r/t)^{4/3} (R/r)^{1/3}$  if KEYOPT(3) = 1 and  $R/r > 1.7$ , otherwise  $X_k = 0$

## ELEMENTI "PIPE"/3



Modello con elementi "Pipe" e "Beam"



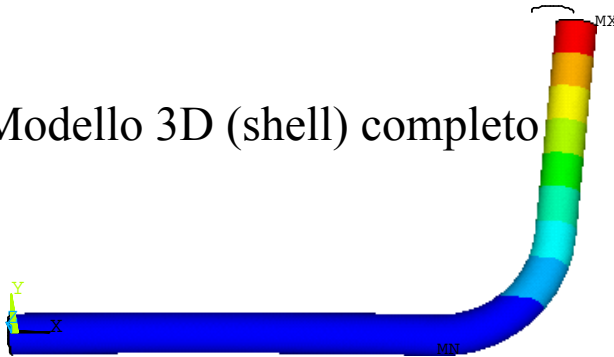
Modello 3D completo (shell)

# ELEMENTI "PIPE"/4

Risultato "esatto" (Modello 3D completo)

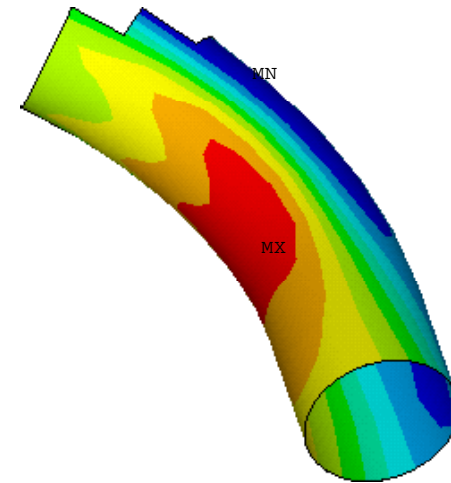
```
TIME=1  
UX      (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .899508  
SMN = -.025122  
SMX = .748652
```

U<sub>x</sub> – Modello 3D (shell) completo



```
TIME=1  
SX      (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .419267  
SMN = -17.964  
SMX = 20.739
```

Tensione



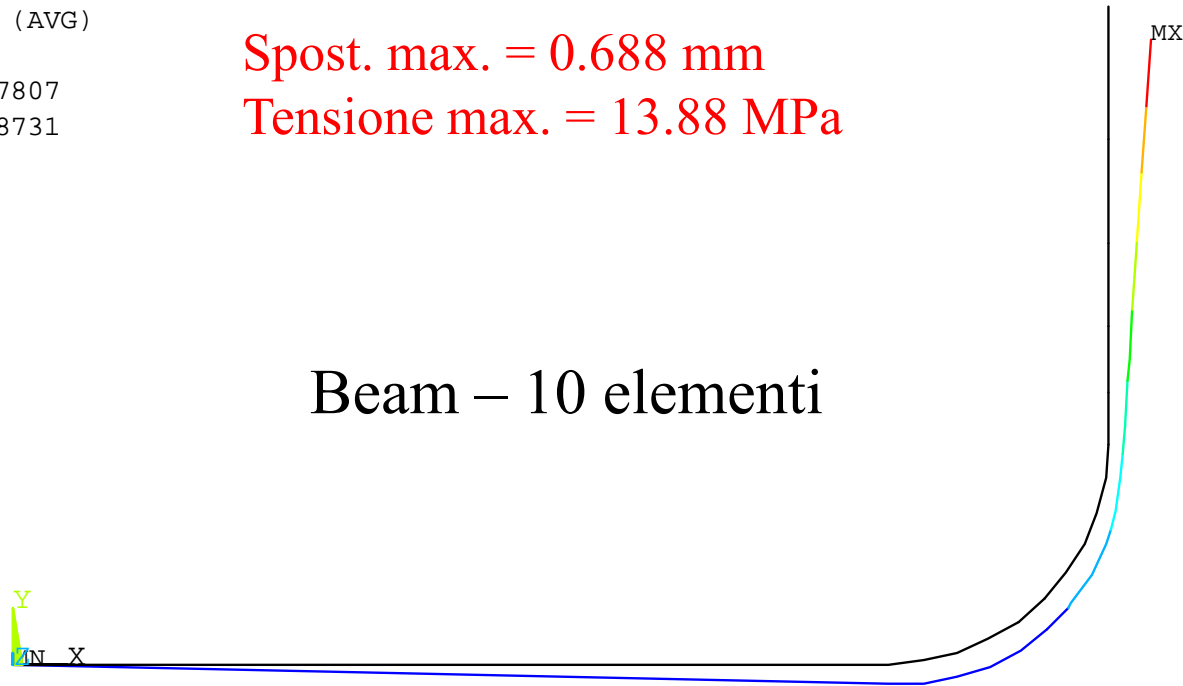
## ELEMENTI "PIPE"/4

Risultato "esatto":      Spost. max. = 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .687807  
SMX = .548731

Spost. max. = 0.688 mm  
Tensione max. = 13.88 MPa

Beam – 10 elementi



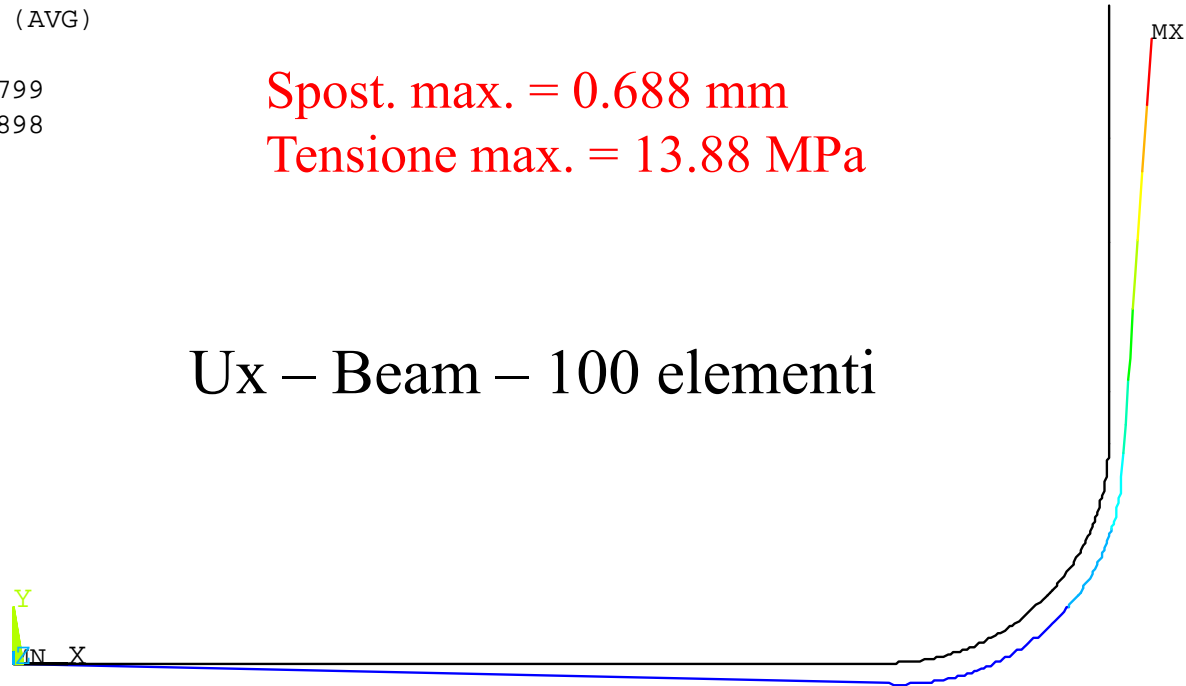
## ELEMENTI "PIPE"/4

Risultato "esatto":      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX =.68799  
SMX =.54898

Spost. max. = 0.688 mm  
Tensione max. = 13.88 MPa

Ux – Beam – 100 elementi





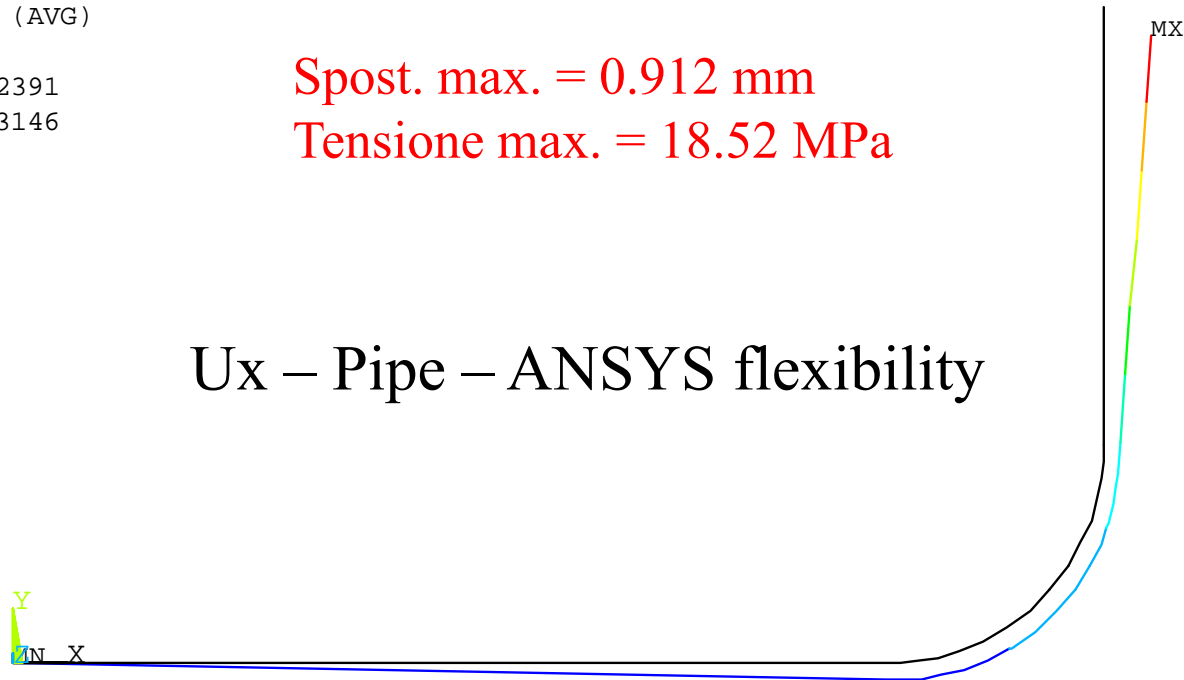
## ELEMENTI "PIPE"/4

Risultato "esatto":      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .912391  
SMX = .793146

Spost. max. = 0.912 mm  
Tensione max. = 18.52 MPa

Ux – Pipe – ANSYS flexibility



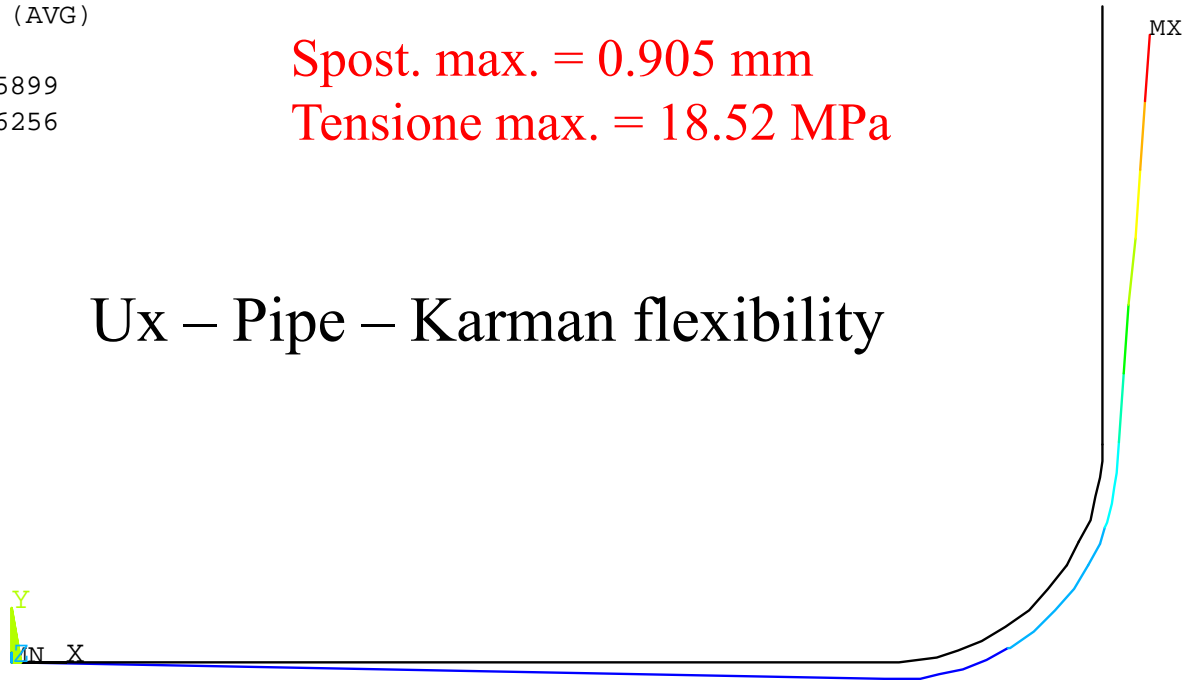
## ELEMENTI "PIPE"/4

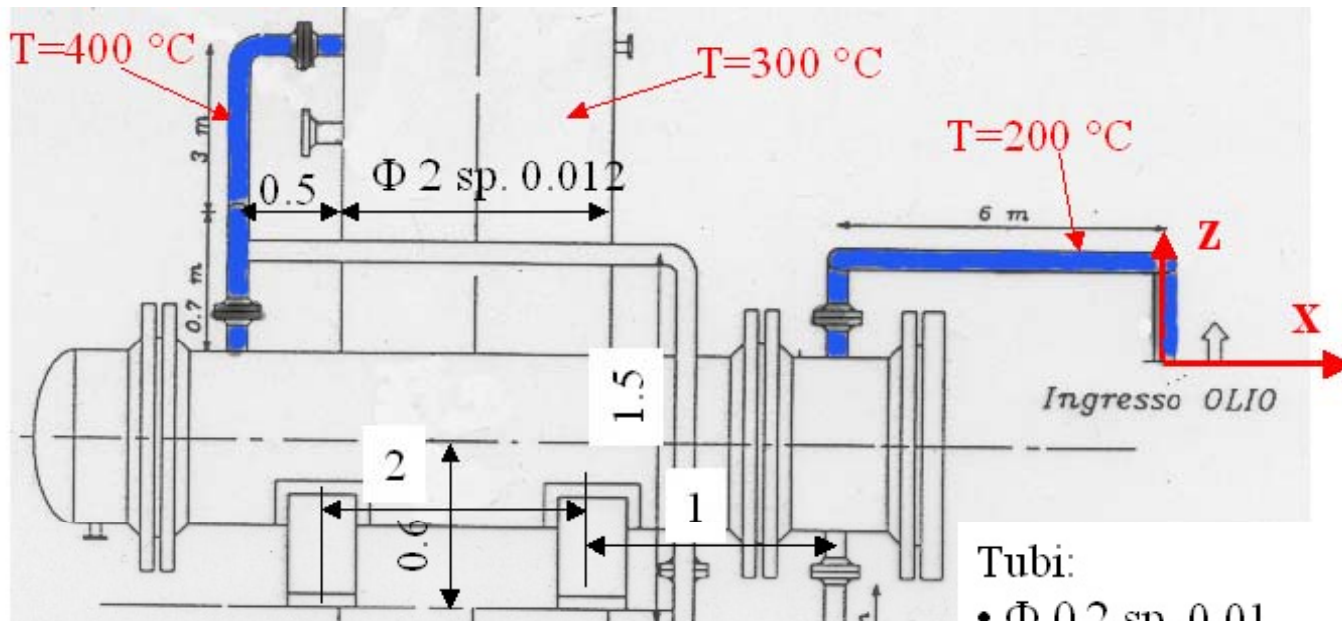
Risultato "esatto":      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

--- --  
TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .905899  
SMX = .786256

Spost. max. = 0.905 mm  
Tensione max. = 18.52 MPa

Ux – Pipe – Karman flexibility

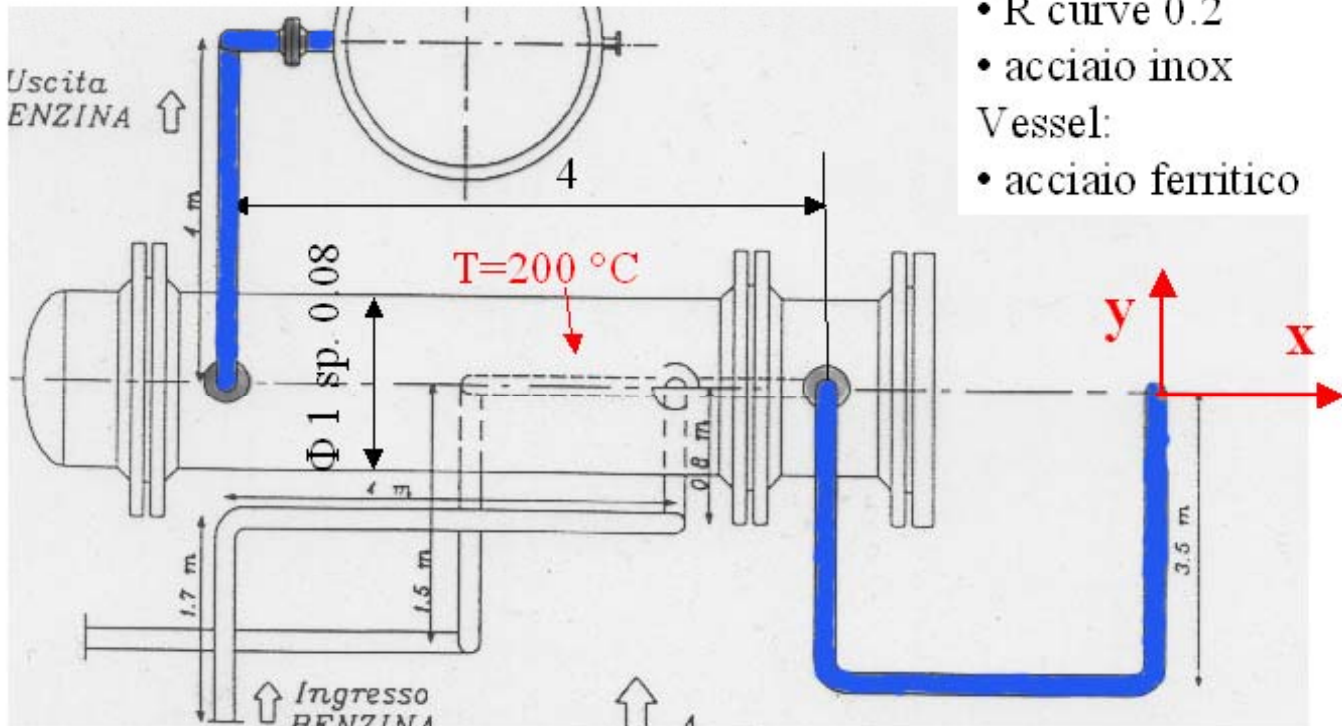




*Dimensioni  
espresse in  
metri*

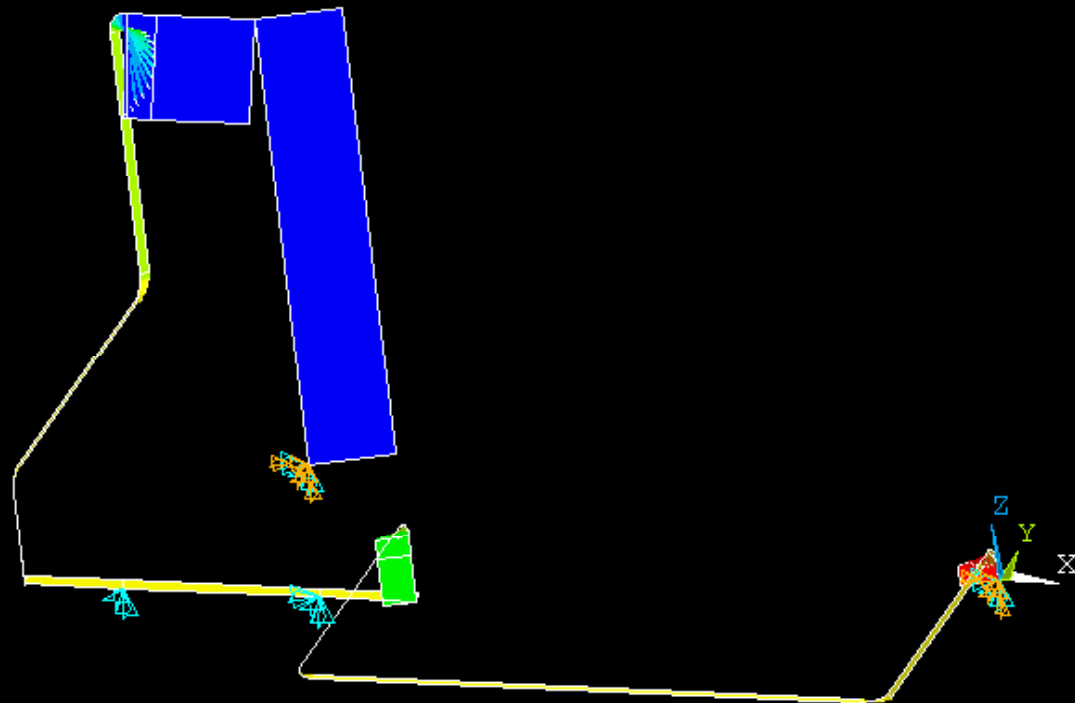
Il modello  
rappresenta i  
tratti di tubazione  
di colore blu ed i  
2 vessel

- Tubi:
- $\Phi$  0.2 sp. 0.01
  - R curve 0.2
  - acciaio inox
- Vessel:
- acciaio ferritico



*File comandi:  
"piping.txt"*

1



MOMENTO TORCENTE MX

```
ANSYS 5.7
NOV 7 2002
11:22:10
LINE STRESS
STEP=1
SUB =1
TIME=1
MTI      MTJ
MIN =-.021095
ELEM=23
MAX =.007972
ELEM=10
U
ROT
-.021095
-.017865
-.014636
-.011406
-.008176
-.004947
-.001717
.001512
.004742
.007972
```



# ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

## *CORREZIONE METADIAVAZIONI DI TEMPERATURA*

C\*\*\*

C\*\*\* MARCHEIALE

C\*\*\*

C\*\*\* acciaio inox

C\*\*\*

MP,EX,2,200000

! temperatura di montaggio

MSFAL,NODE,00,0018

! coefficiente di dilatazione termica

BF,\*ALL,TEMP,200

! temperatura di lavoro

C\*\*\* acciaio ferritico

C\*\*\* tubazione benzina

MP,EX,2,210000

MSFAL,NODE,00,0082

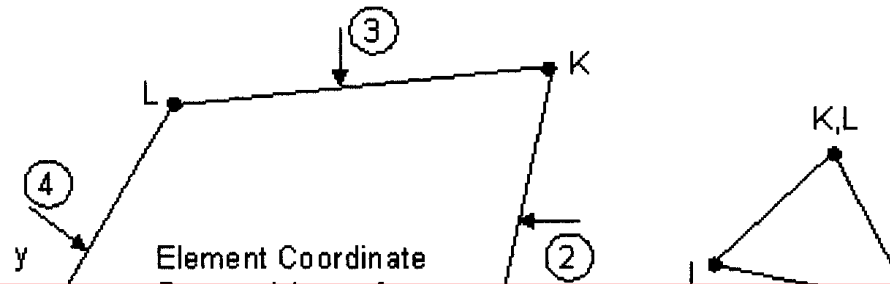
! coefficiente di dilatazione termica

BF,ALL,TEMP,400

! temperatura di lavoro

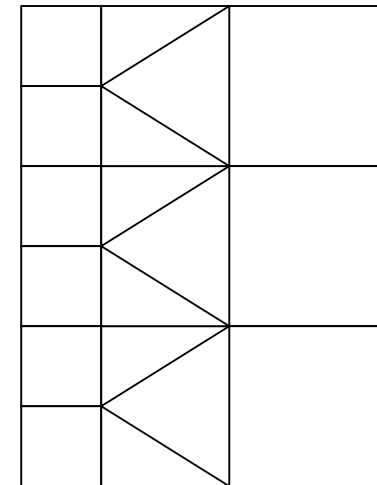
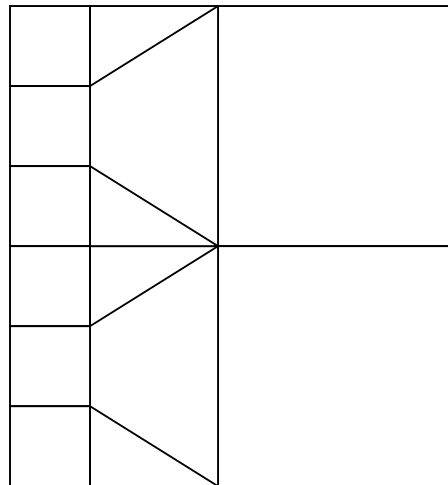
# ELEMENTI PIANI/1

Figure 1. PLANE42 2-D Structural Solid



Y  
(or Ax)

Esempi di zone di transizione

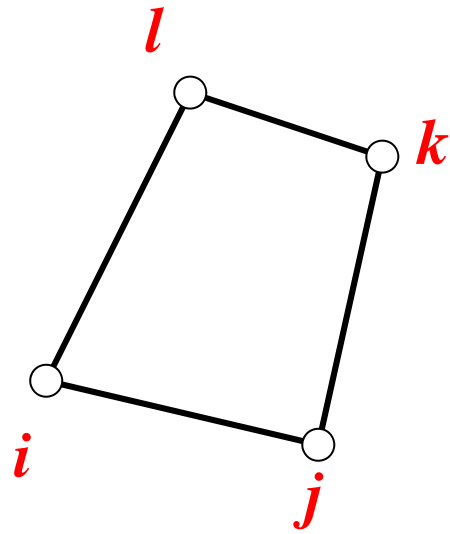


*Problemi di elasto*

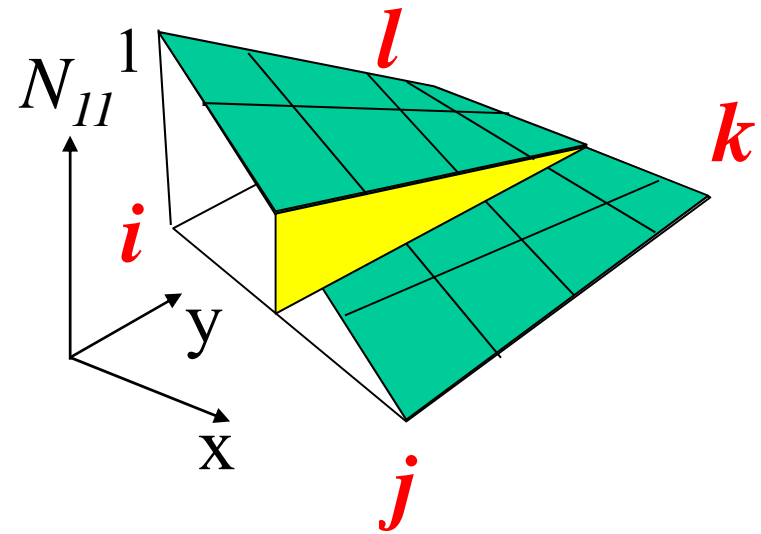
- 4 (3) nodi
- 2 g.d.l /nodo
- tre “classi” di stati  
• stati piani  
• stati piani di deformazione (“plane strain”)  
• stati assialsimmetrici (“axi-symmetric stress/strain”)

Rispetto all'elemento triangolare è più complesso (invece di 3) per ciascuna delle f.ni di

*Superficie rigata: ogni sezione con piani "x=cost" mostra una variazione lineare con "y" e viceversa*



$$\begin{cases} N_{11}(x_i, y_i) = 1 \\ N_{11}(x_j, y_j) = 0 \\ N_{11}(x_k, y_k) = 0 \\ N_{11}(x_l, y_l) = 0 \end{cases}$$



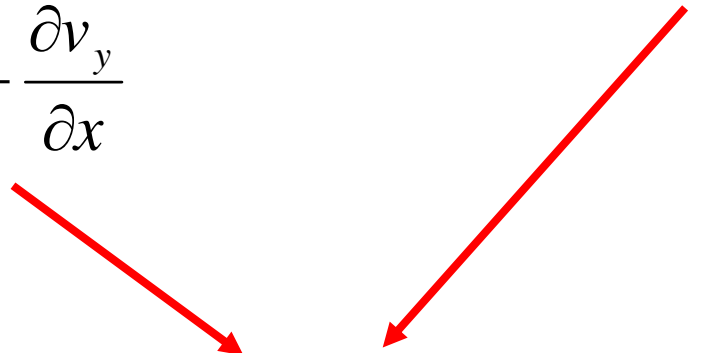
Per tale motivo, le f.ni di forma possono avere una formulazione a 4 parametri, che include un termine di 2° grado

$$N_{11}(x, y) = A_{11} + B_{11}x + C_{11}y + D_{11}xy$$

## Andamento tensioni/deformazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \end{array} \right.$$

$$N_{lm}(x, y) = A_{lm} + B_{lm}x + C_{lm}y + D_{lm}xy$$

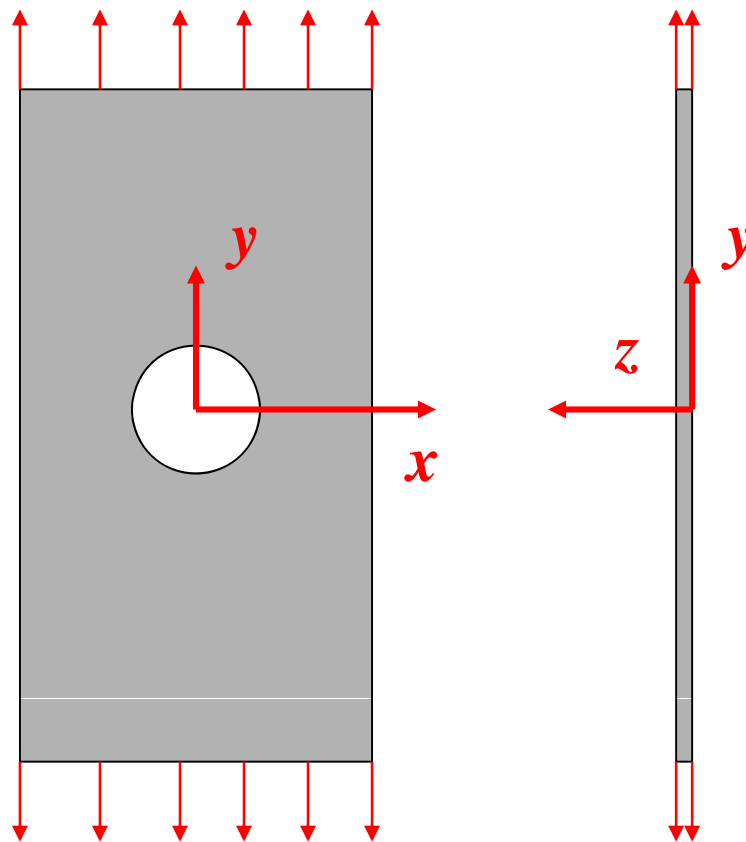

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = a + b \cdot y \\ \varepsilon_y = c + d \cdot x \\ \gamma_{xy} = e + f \cdot x + g \cdot y \end{array} \right.$$



## ELEMENTI PIANI/2

### Stati piani di tensione:

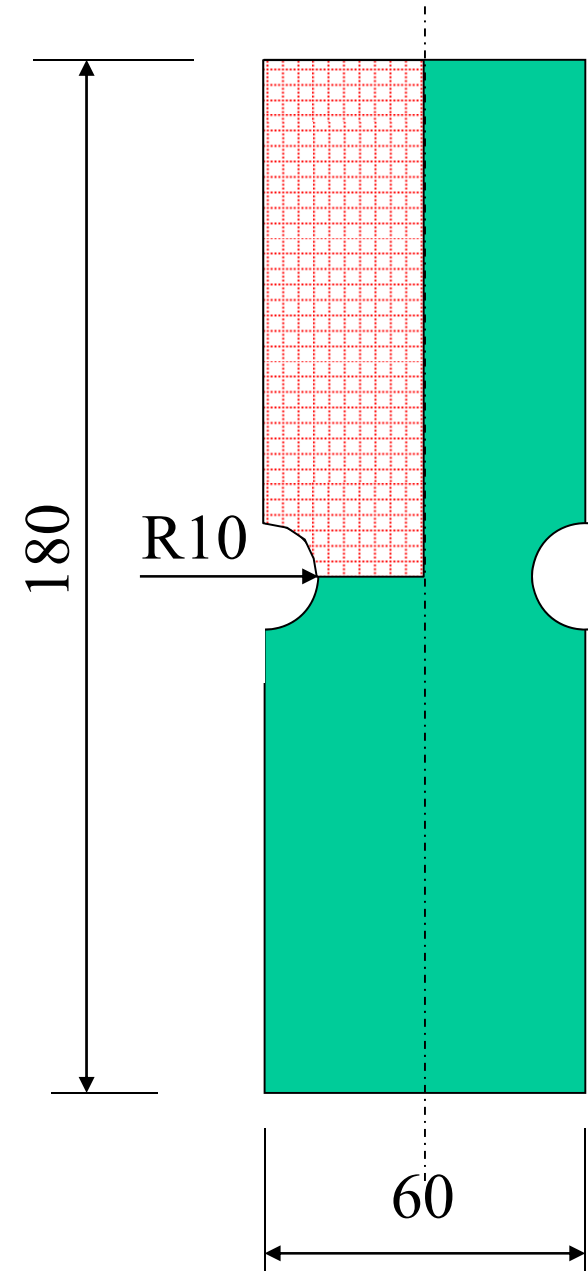
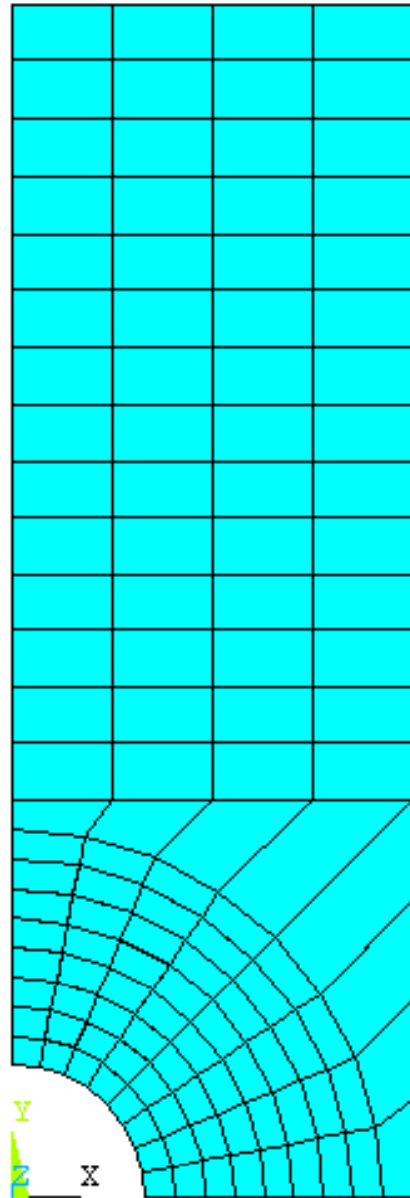
- sono caratterizzati dall'aver una delle componenti principali di tensione identicamente nulla
- si verificano tipicamente in corpi piani, di spessore piccolo rispetto alle altre dimensioni caratteristiche del problema, caricati nel loro piano medio.



$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0$$

Il modello giace sul piano “x-y” e rappresenta il piano medio (a metà spessore) della struttura.  
I carichi possono essere sull’intero spessore o per unità di spessore.



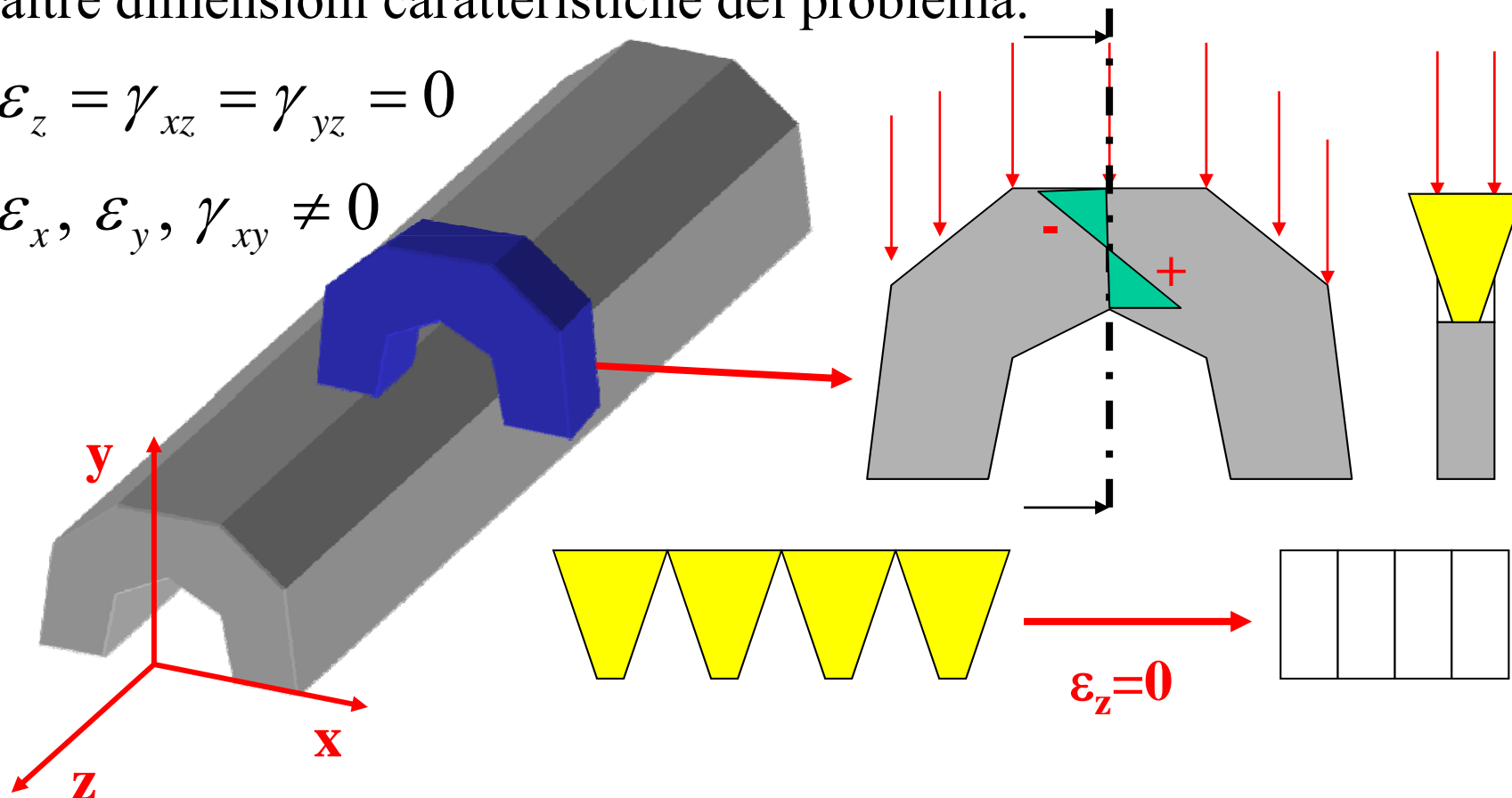
## ELEMENTI PIANI/3

### Stati piani di deformazione:

- sono caratterizzati dall'aver una delle componenti principali di deformazione identicamente nulla
- si verificano tipicamente in corpi di spessore grande rispetto alle altre dimensioni caratteristiche del problema.

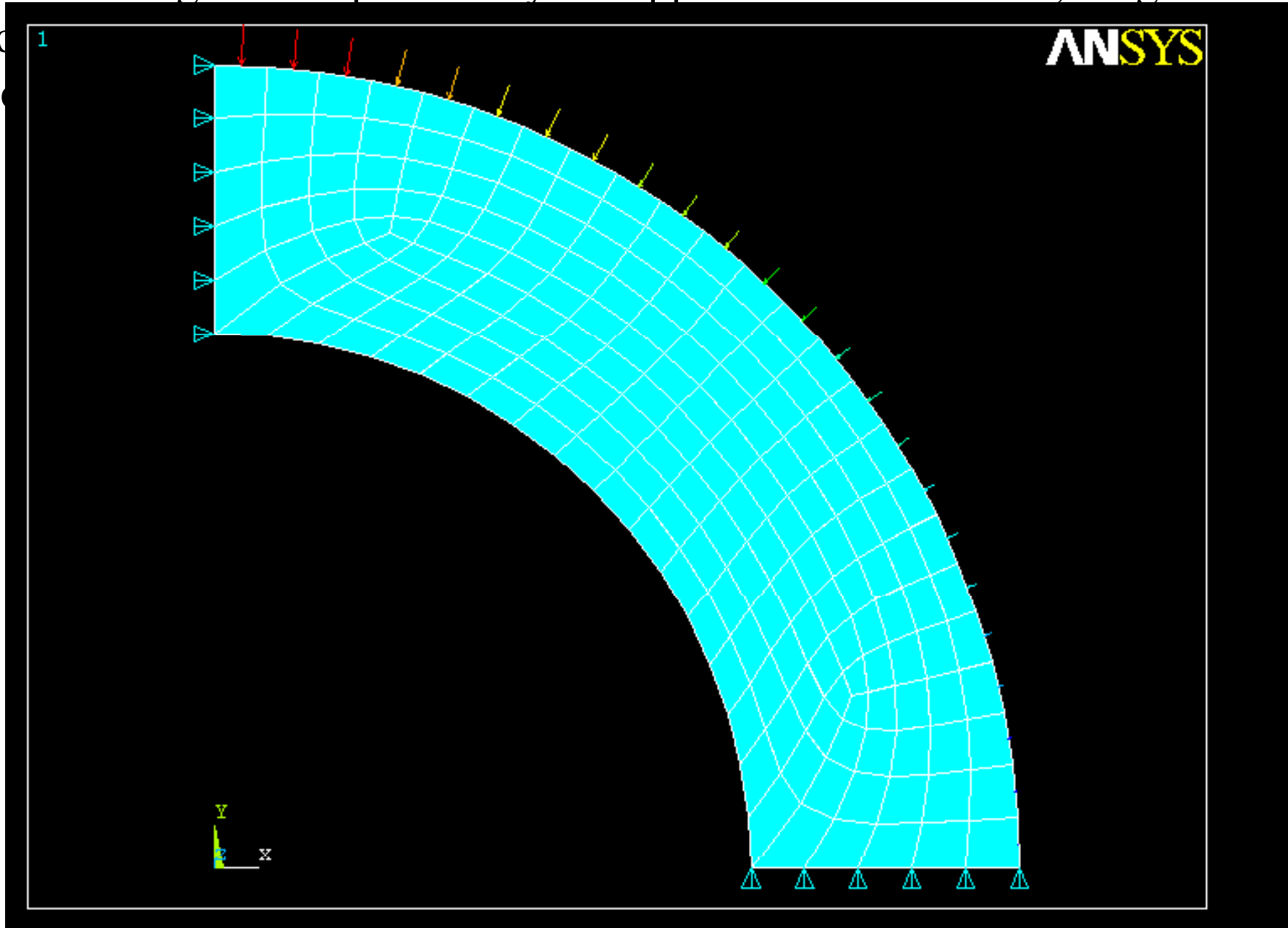
$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy} \neq 0$$



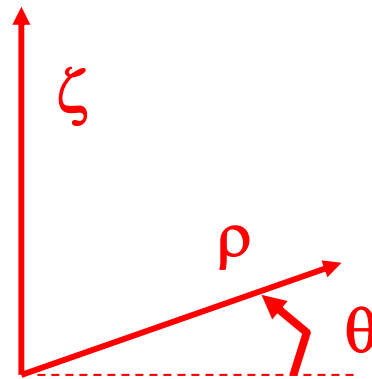
Il modello giace sul piano "x-y" e rappresenta una sezione, eseguita

co  
I

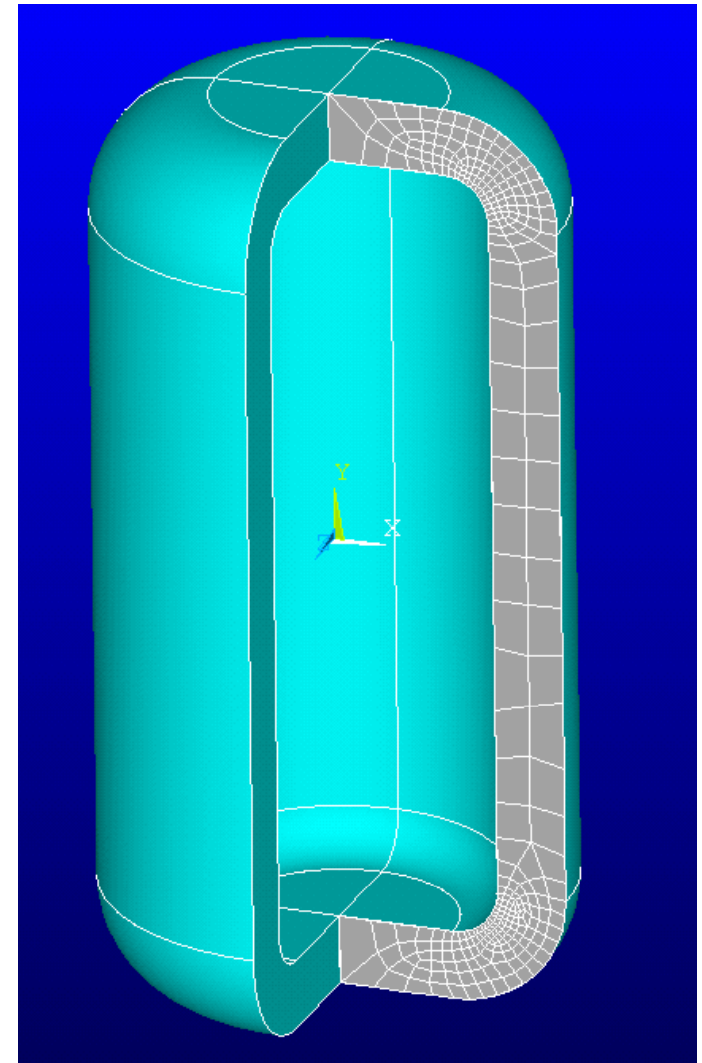
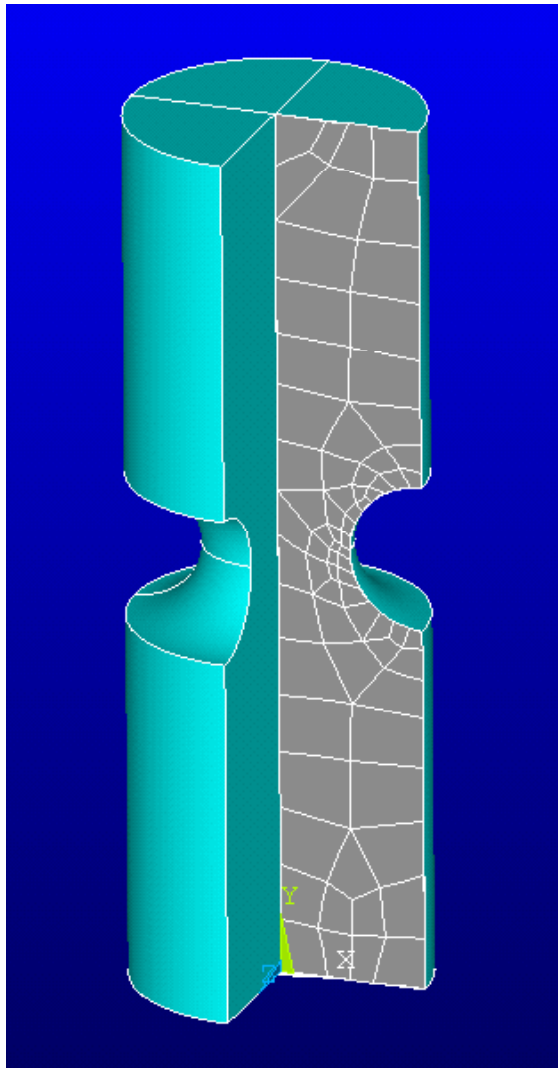


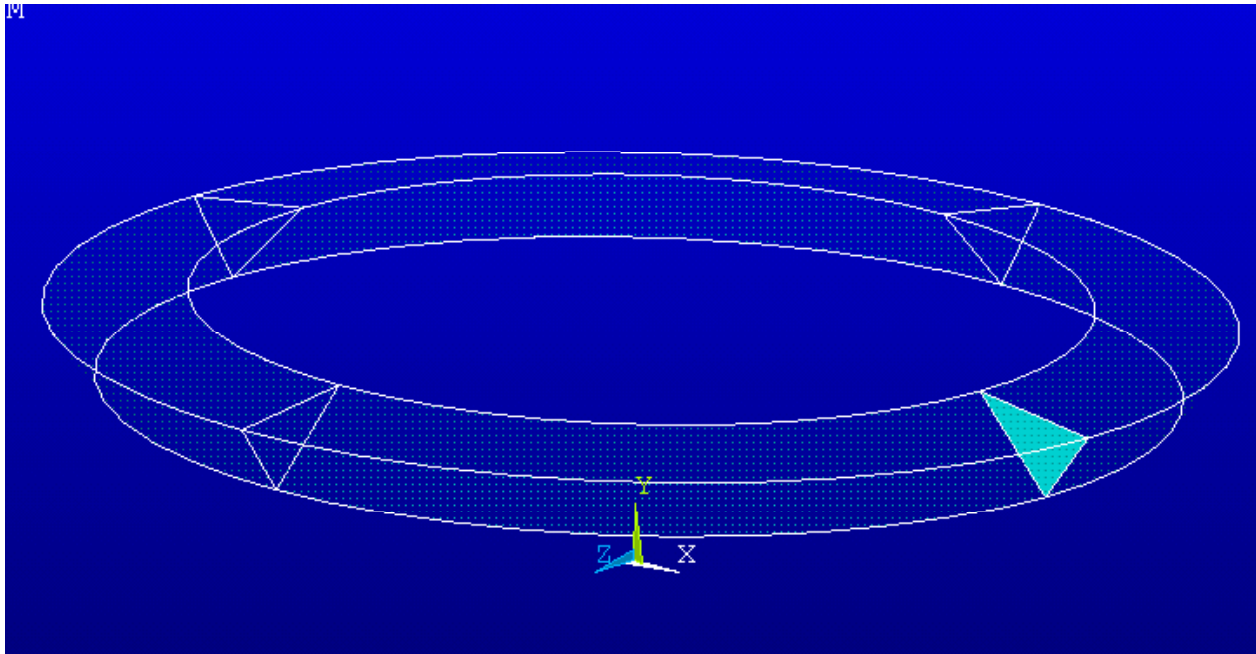
## Stati assial-simmetrici

- si verificano in corpi di geometria assial-simmetrica (ottenibile per rotazione di una sezione attorno ad un asse fisso  $\zeta$ ) carichi con carichi che presentano lo stesso tipo di simmetria.
- fissato un SR cilindrico “ $\rho, \theta, \zeta$ ”, per simmetria lo stato di tensione/deformazione risulta indipendente da  $\theta$  e le componenti di spostamento in direzione circonferenziale ( $\theta$ ) risultano nulle: il problema può di conseguenza essere studiato come piano.



Il modello deve rappresentare una sezione del corpo fatta con un piano passante per l'asse di simmetria (in ANSYS, l'asse di simmetria e la direzione radiale devono coincidere rispettivamente con l'asse "Y" e l'asse "X" del SR cartesiano globale).

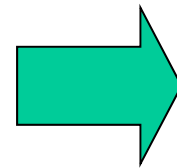




Volume  
rappresentato  
dall'elemento

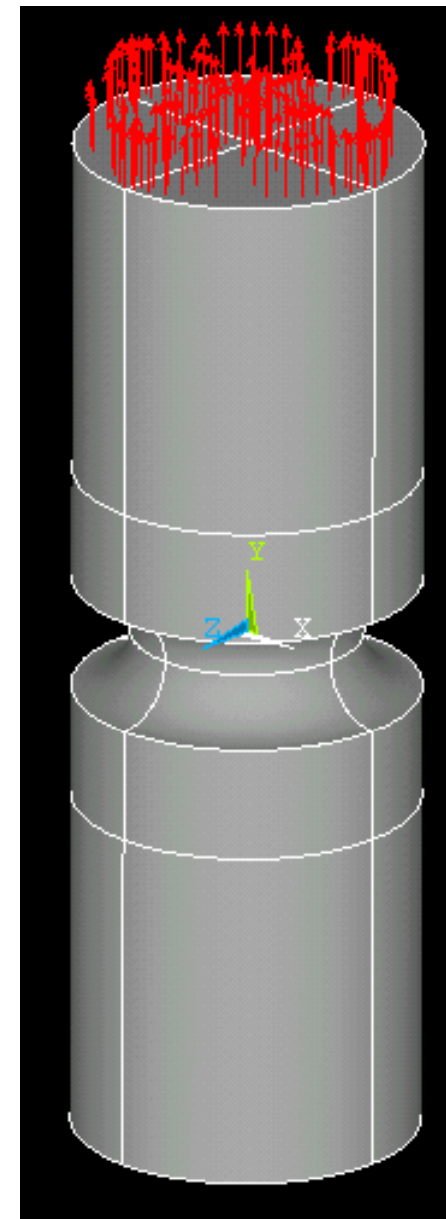
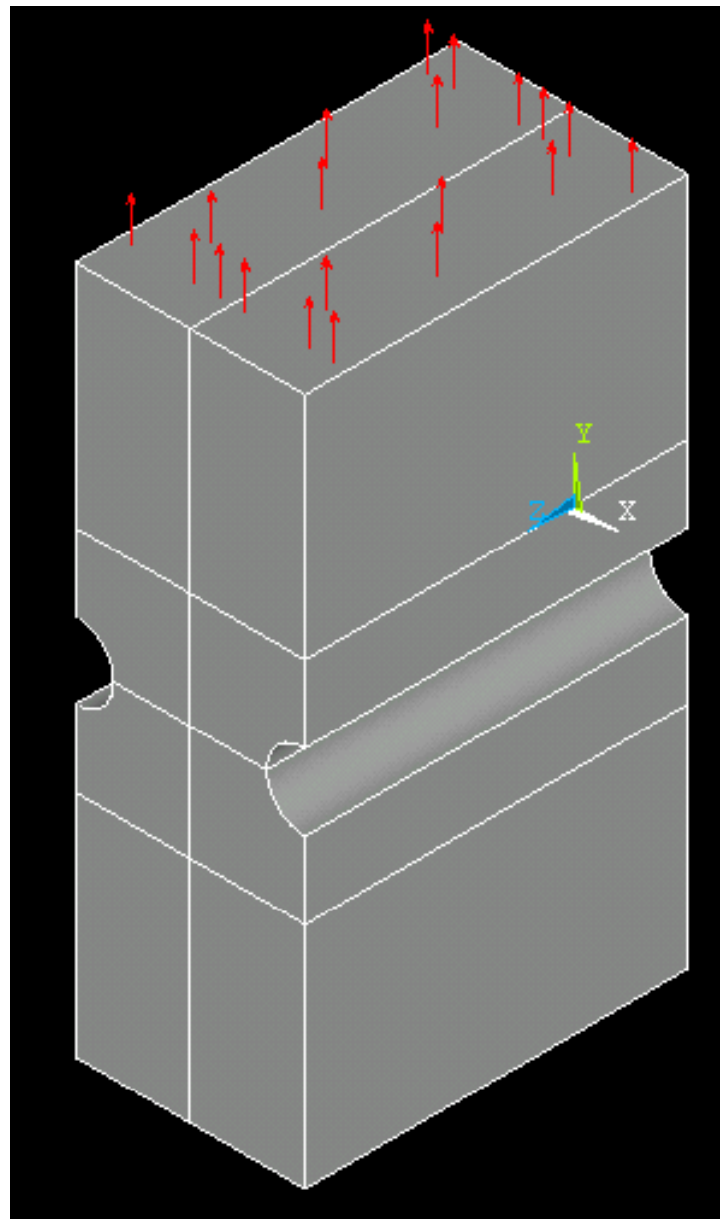
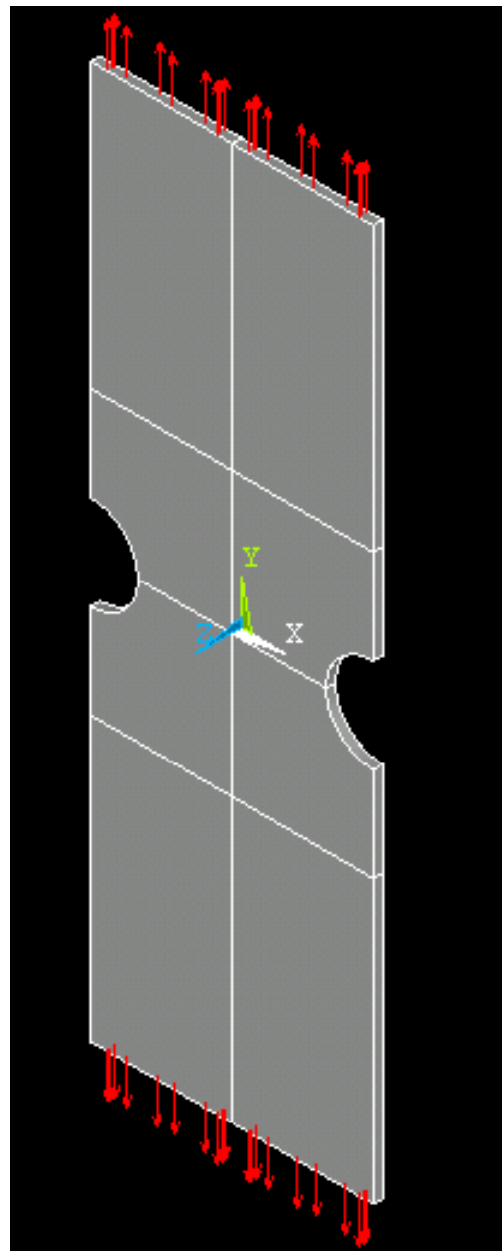
$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ \varepsilon_\theta = \frac{v_x}{x} \end{array} \right.$$

Rispetto al caso “plane stress” è necessario aggiungere una componente di deformazione/tensione

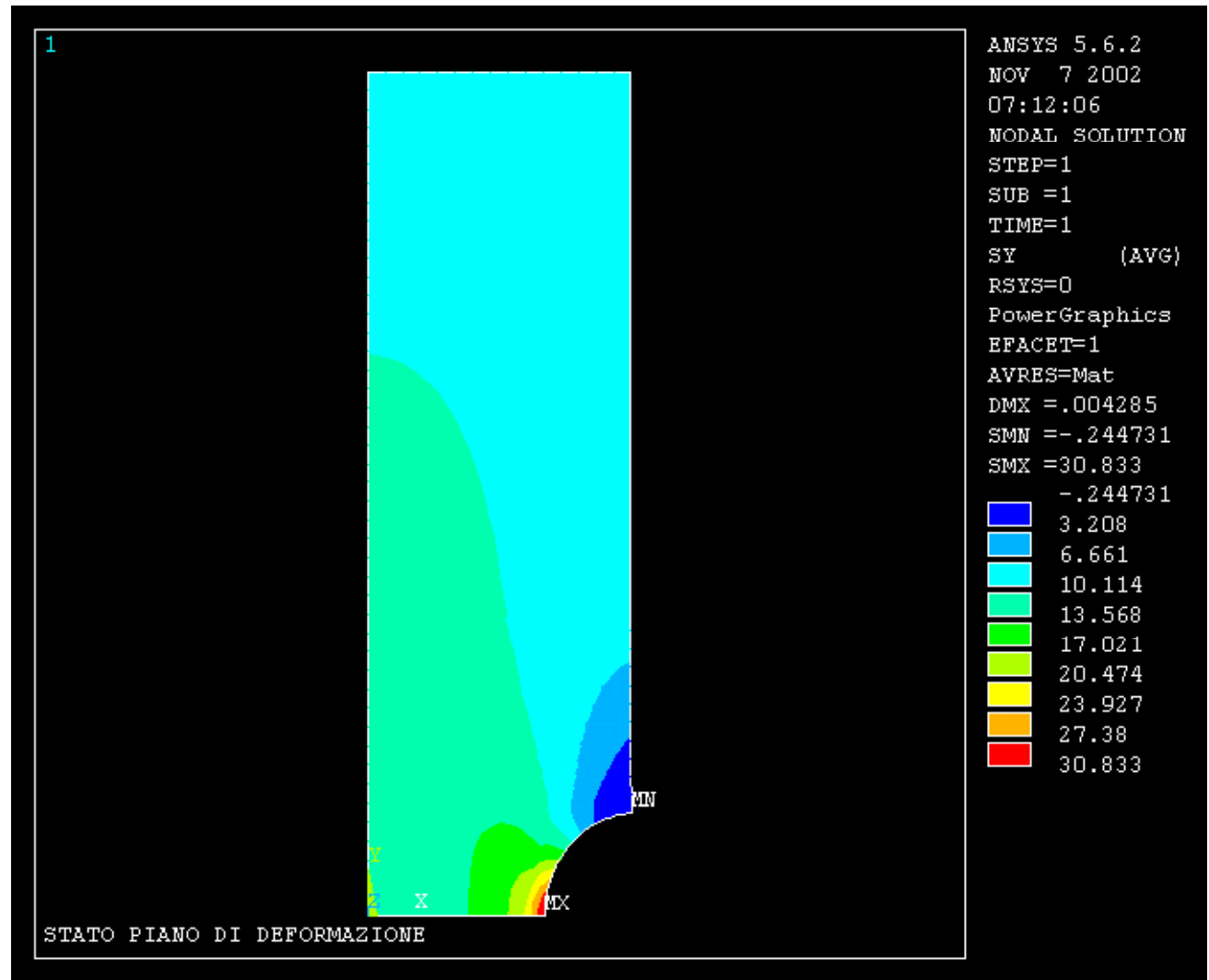
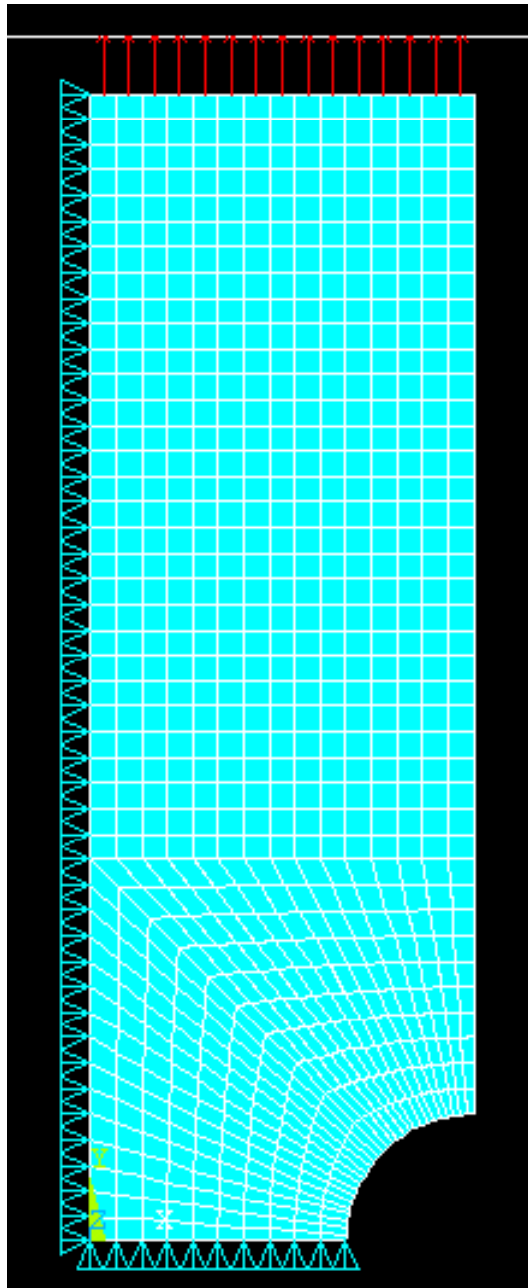


$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{x} & 0 \end{bmatrix}$$

# Esempio di applicazione



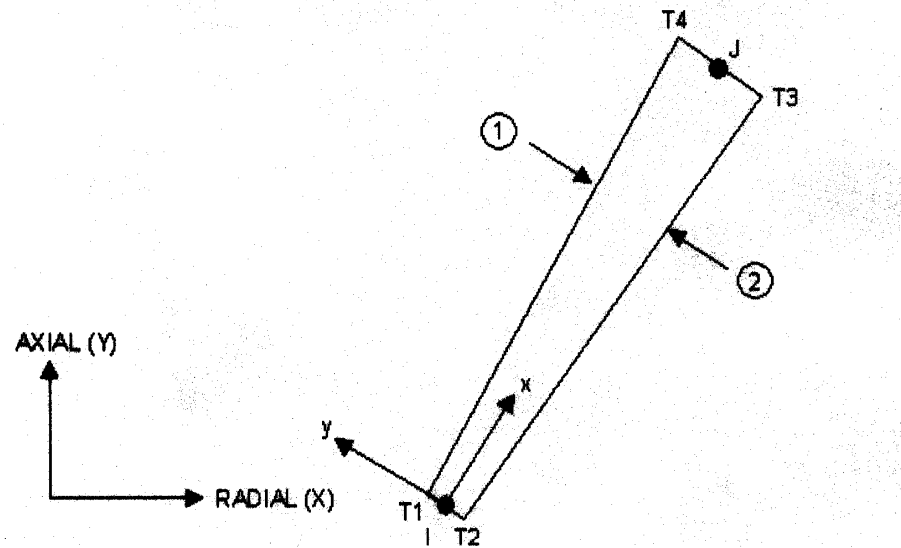




Modello geometricamente identico

*File di comandi: ANALISI\_PIANA\_INTAGLIO.txt*

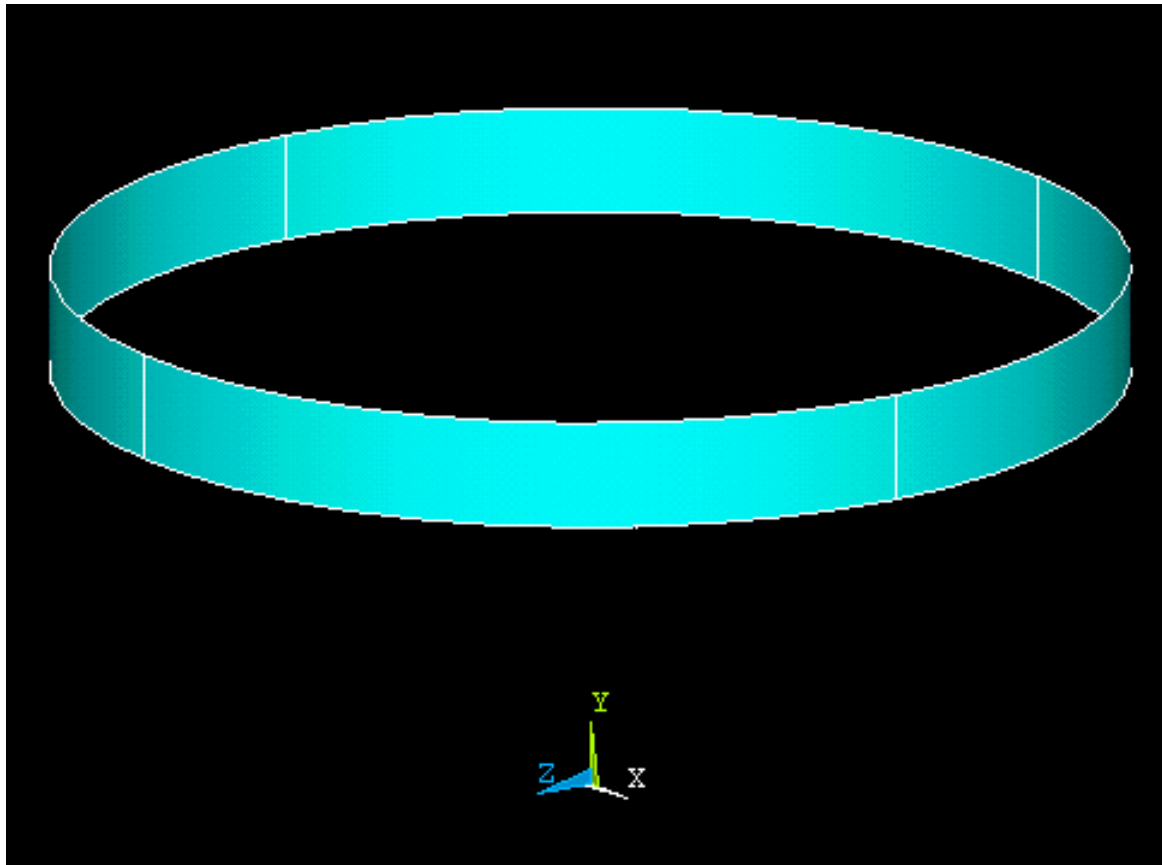
## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/1



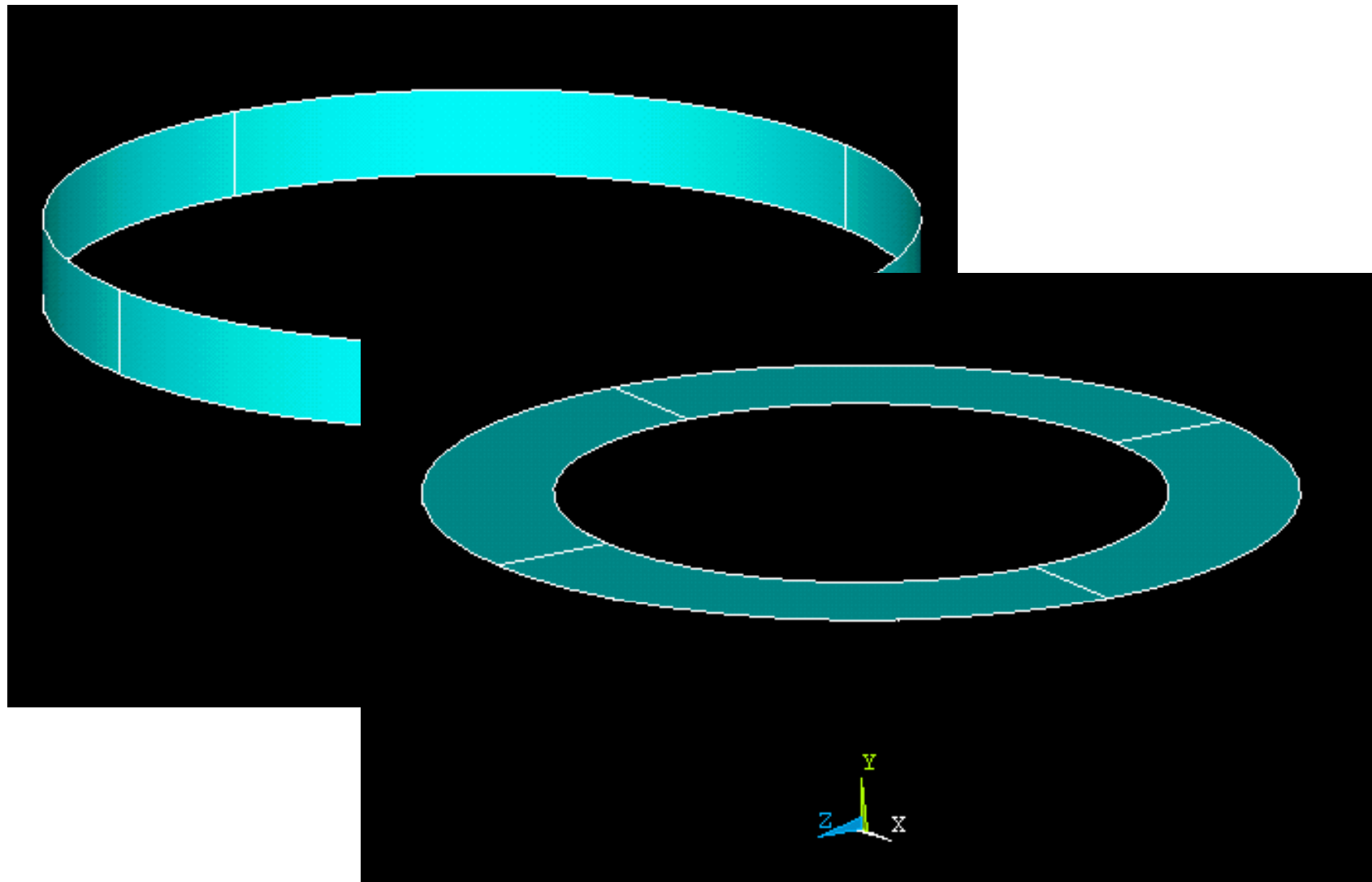
*Gusci aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi assialsimmetrici*

- 2 nodi
- 3 g.d.l/nodo ( $v_x$ ,  $v_y$  e  $\theta_z$ )

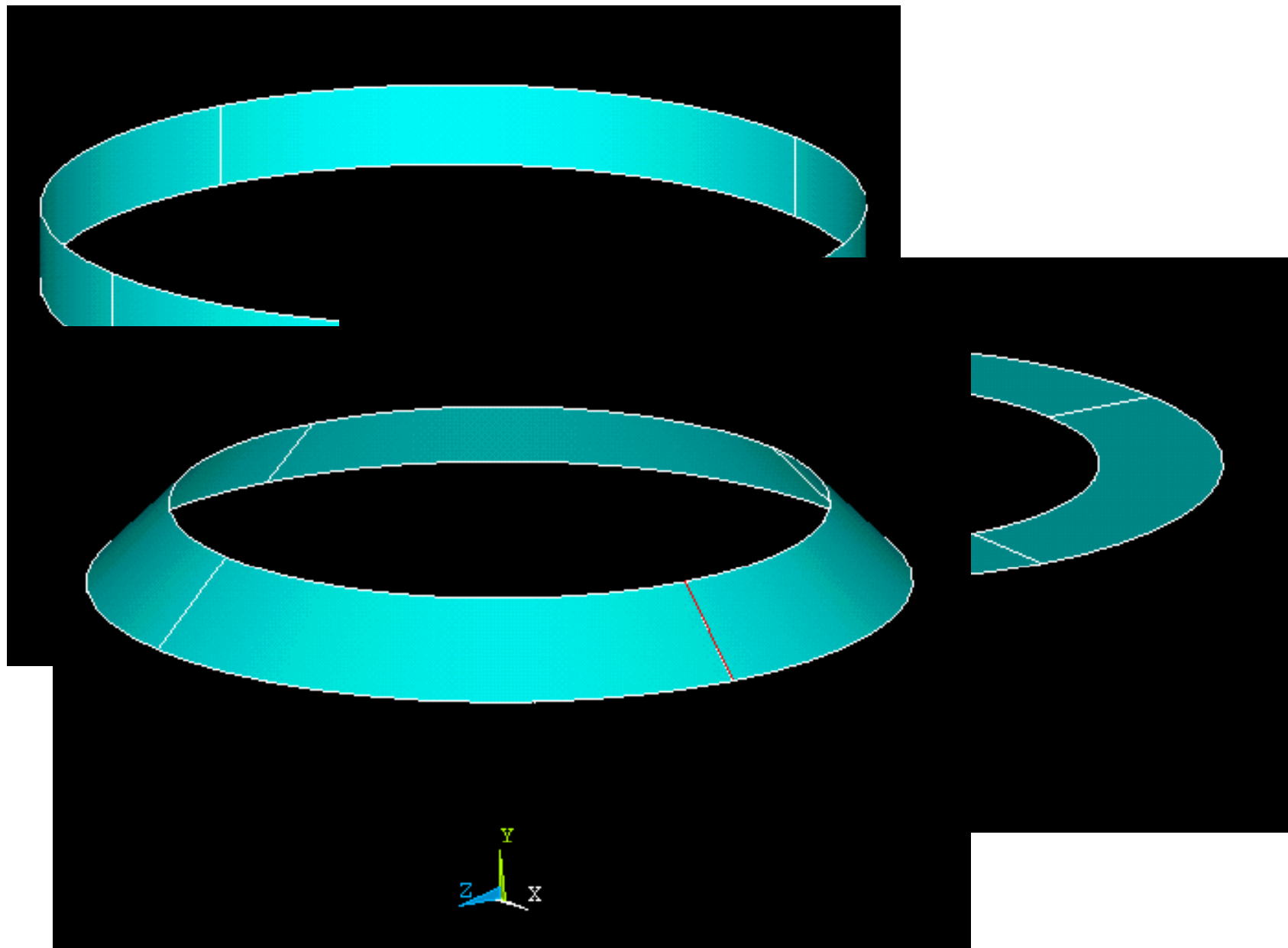
## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2



## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2

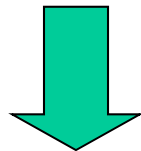


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2



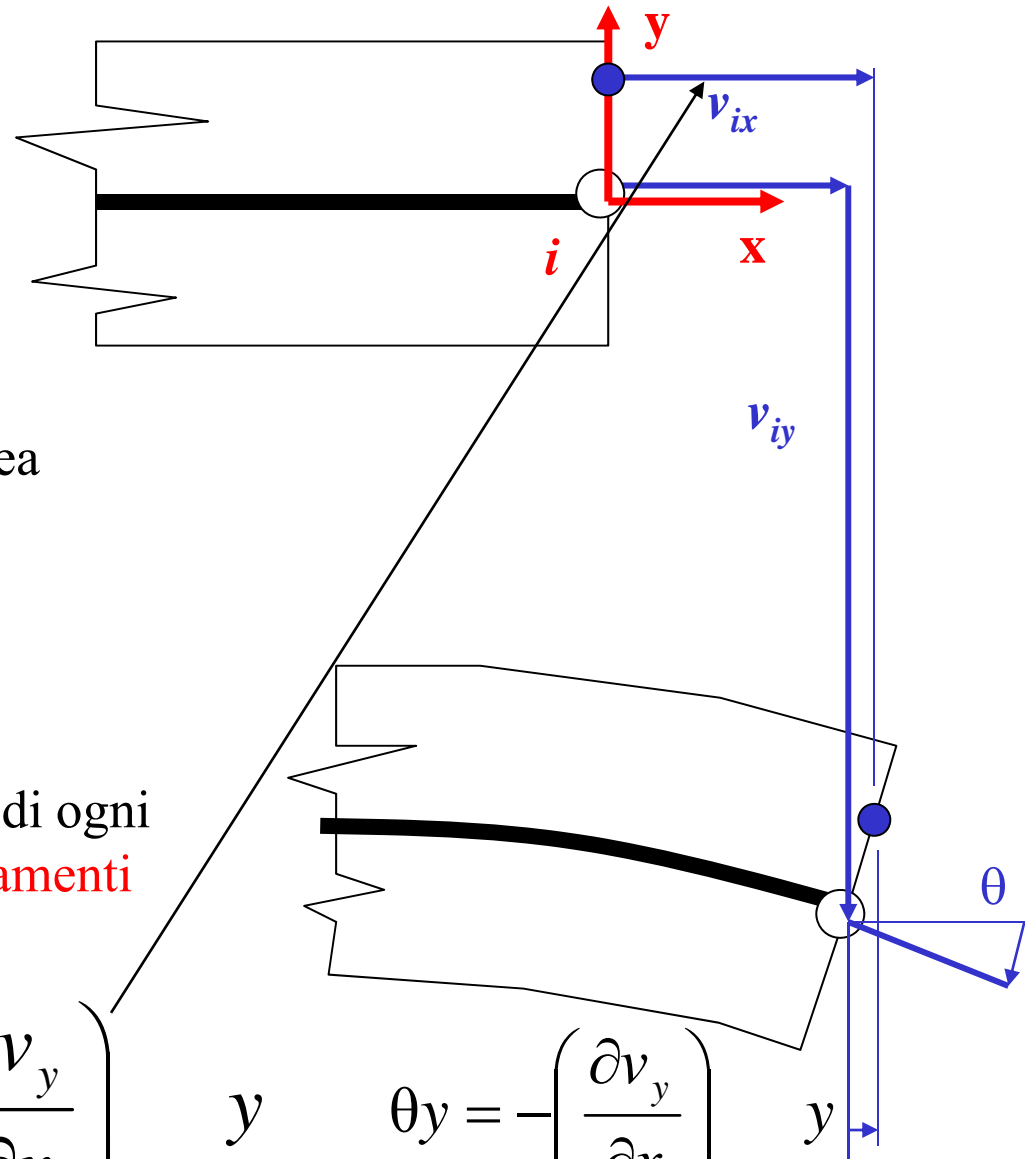
## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/3

La costruzione di  $[K^e]$  si basa sull'ipotesi di Kirchhoff-Love: “una linea retta normale al piano medio tracciata sul corpo prima della deformazione, risulta ancora rettilinea ed ortogonale al piano medio deformato dopo la deformazione”



Possibile ricostruire lo **spostamento** di ogni punto dello spessore in base a **spostamenti e rotazioni** del piano medio.

$$v_x(y) = v_{ix} + \theta y = v_{ix} - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y \quad \theta y = - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

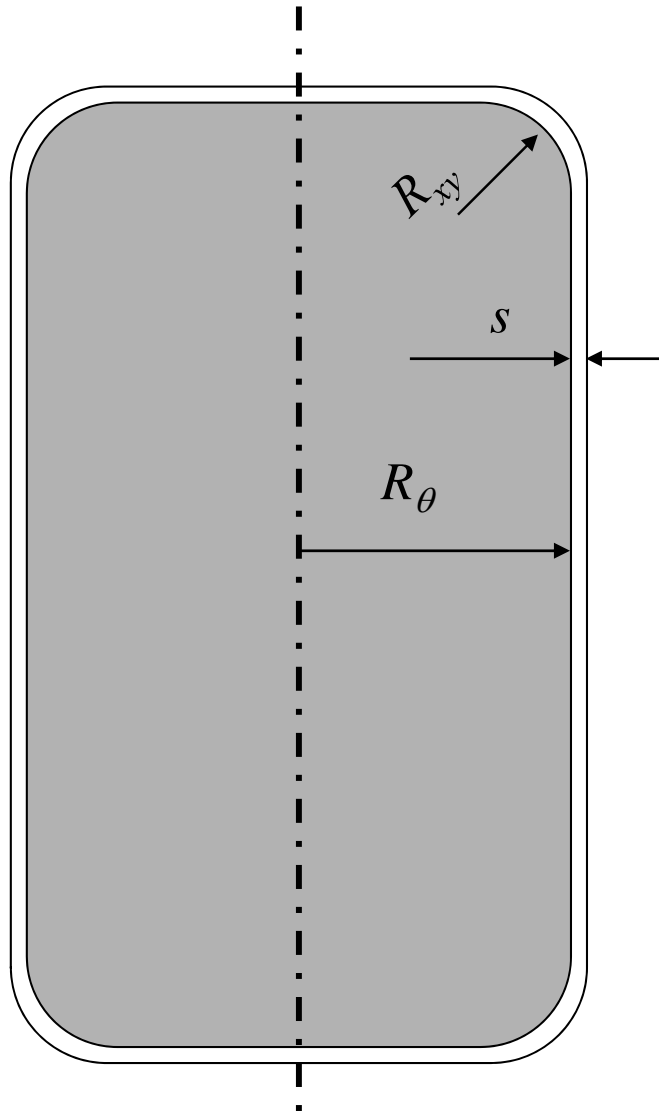


# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/4

Limiti di validità ipotesi Kirchhoff-Love:  
spessore  $\ll$  altri parametri geometrici



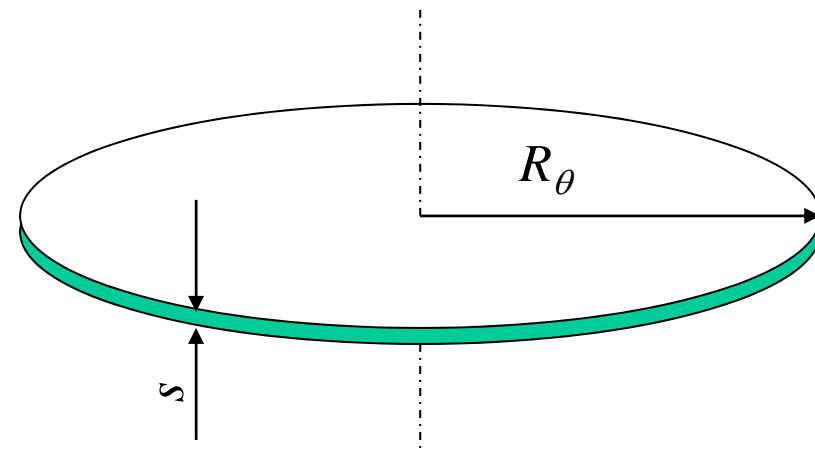
Componenti strutturali che possano essere assimilati a “gusci” o “piastre” sottili di geometria assialsimmetrica



$$s \ll R_\theta, R_{xy}$$

*Mat. isotropi*

$$s < 0.1 R_\theta, R_{xy}$$

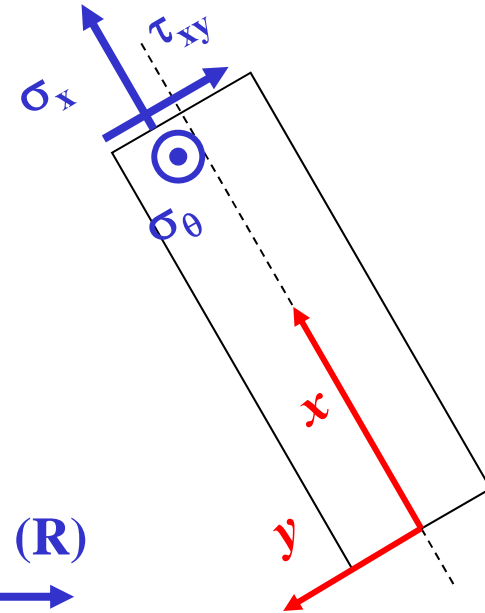
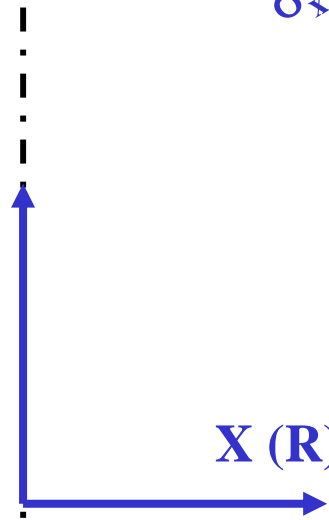


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/5

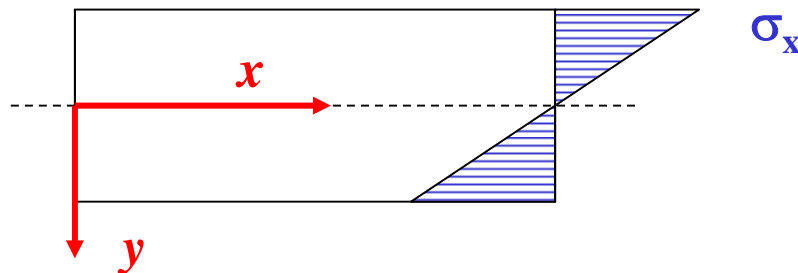
Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi guscio assialsimmetrico:

- le deformazioni dovute al taglio sono trascurate
- le uniche componenti di tensione non nulle sono:

Y (assiale)

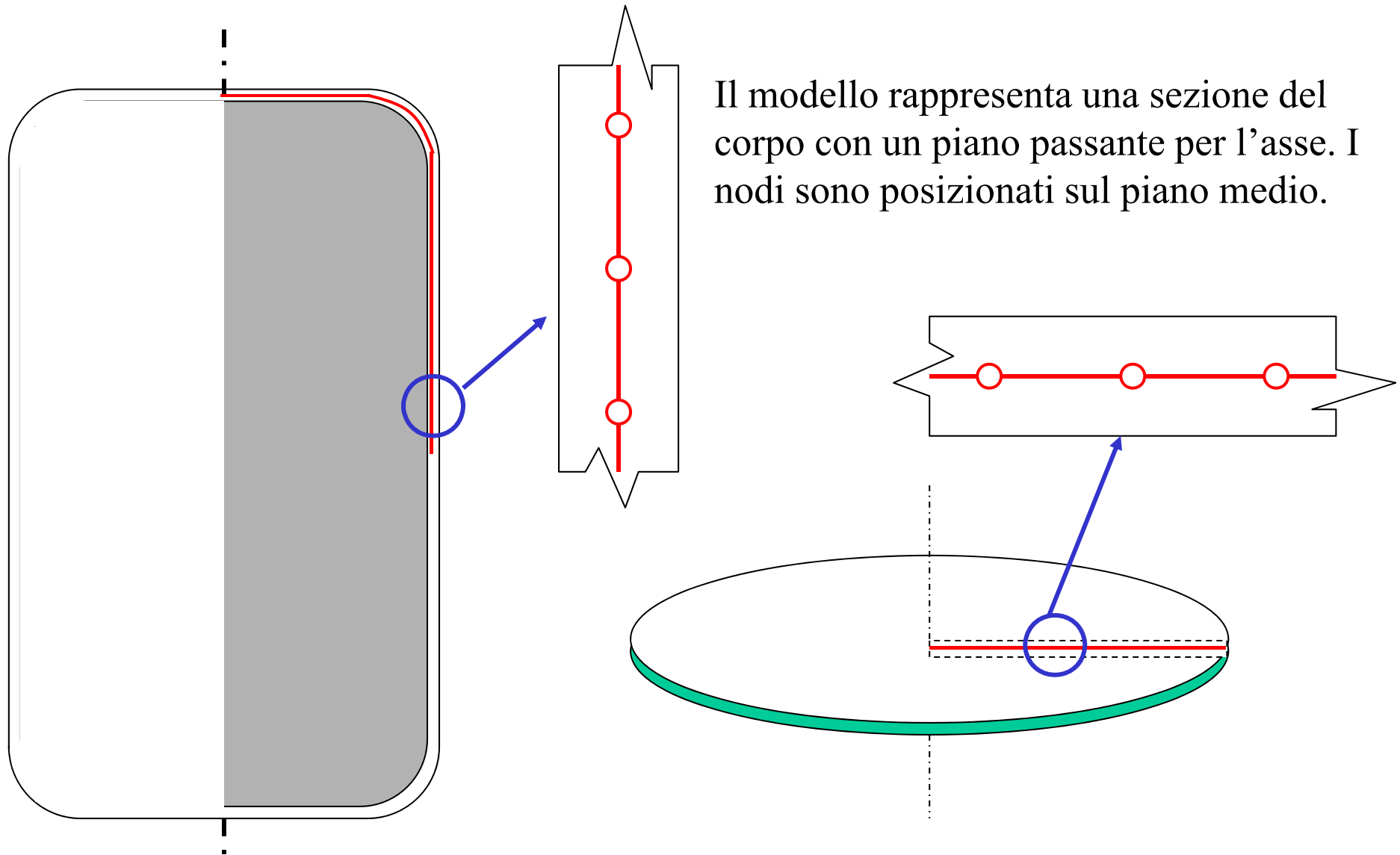


- le  $\sigma$  hanno un andamento lineare nello spessore





## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/6

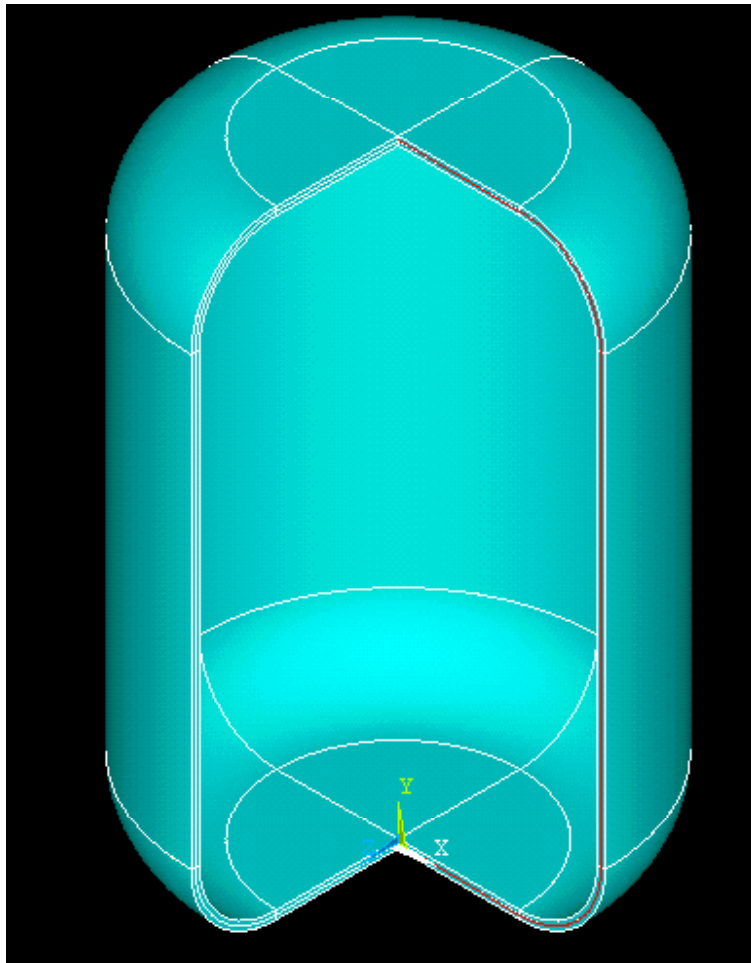


# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/7

Cilindro di piccolo spessore



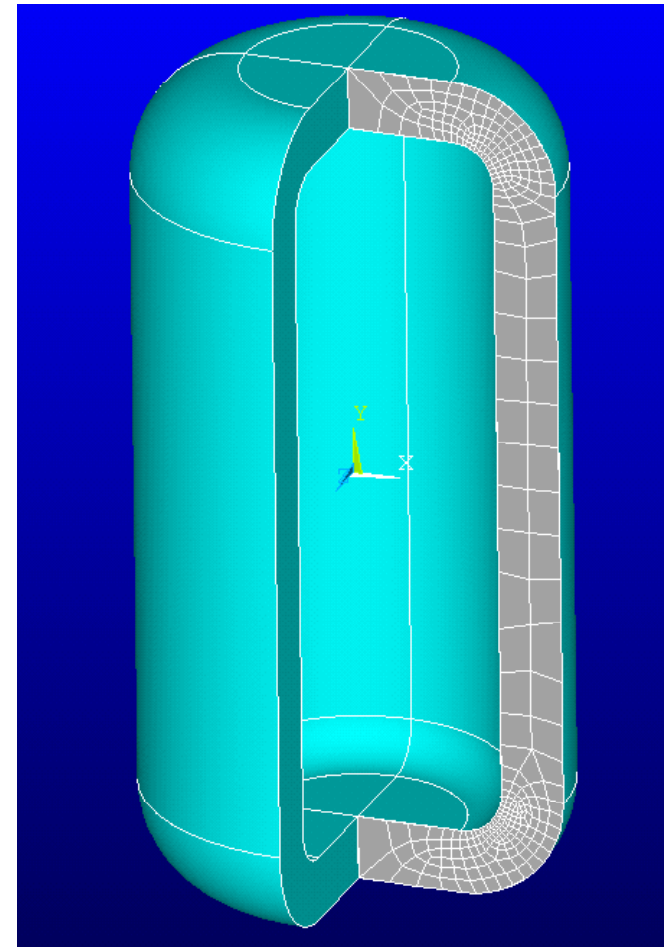
Elementi guscio assialsimmetrico



Cilindro di forte spessore

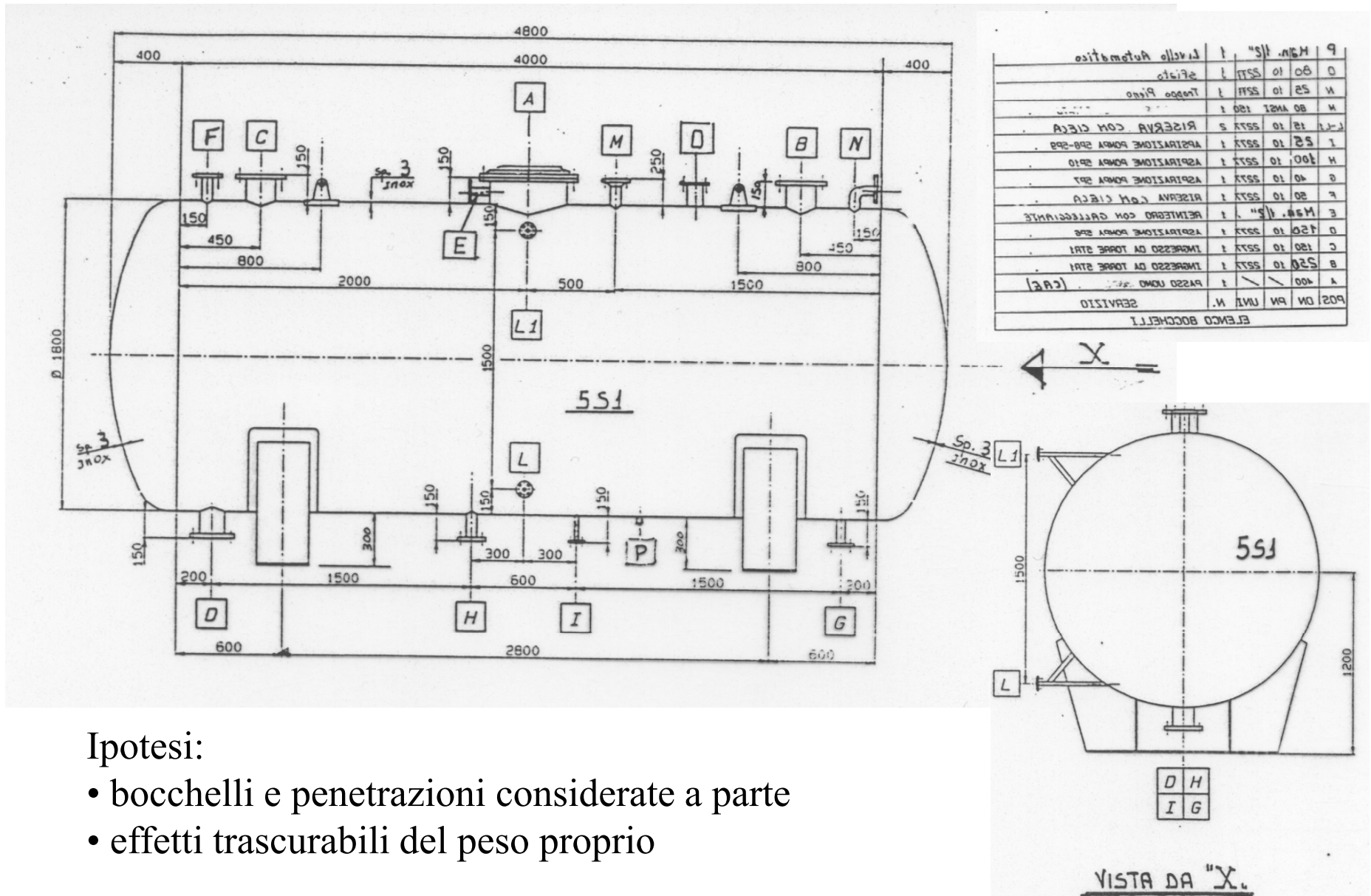


Elementi piani assialsimmetrici



# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/8

Esempio : recipiente in pressione in parete sottile

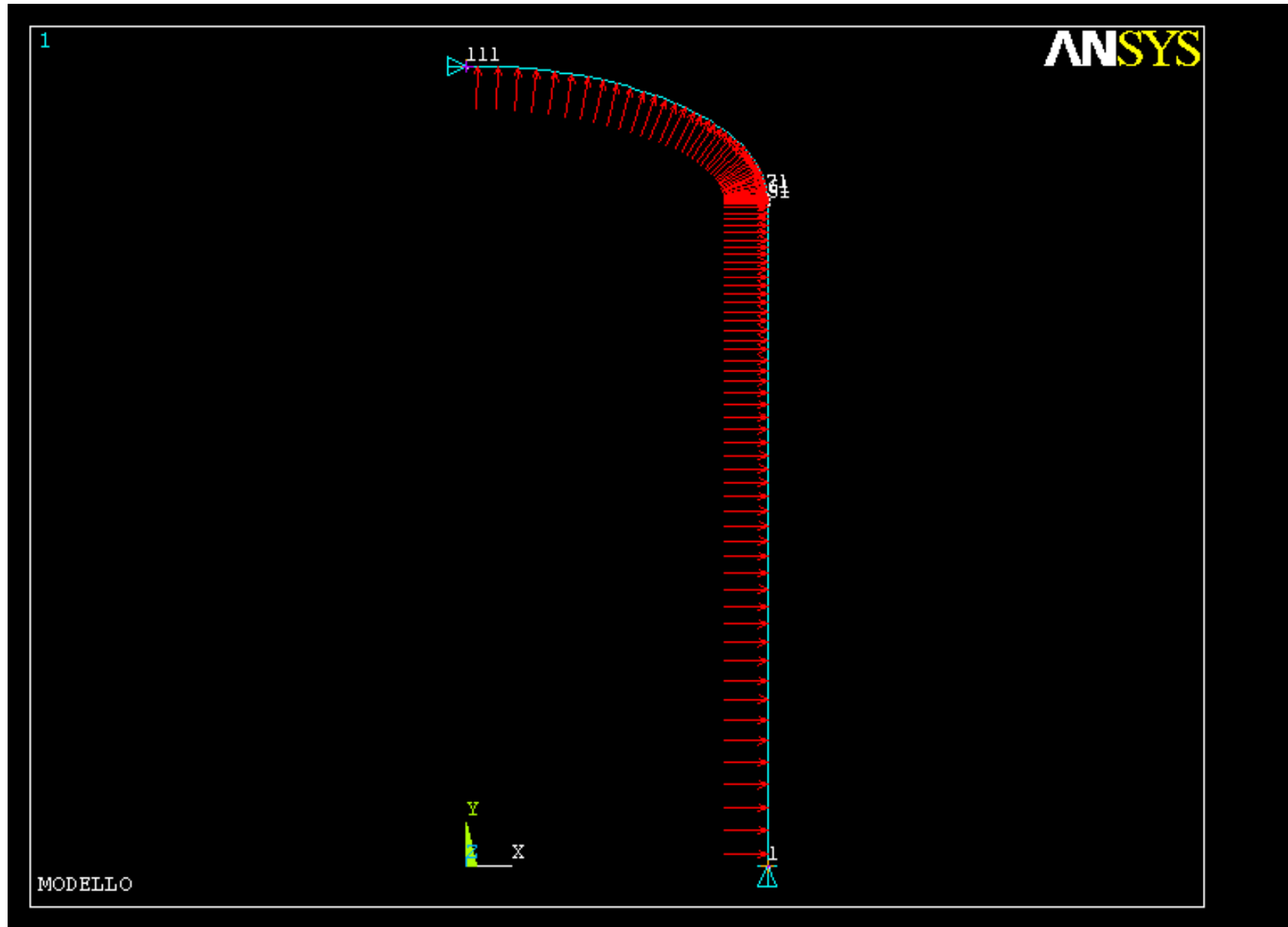


Ipotesi:

- bocchelli e penetrazioni considerate a parte
- effetti trascurabili del peso proprio

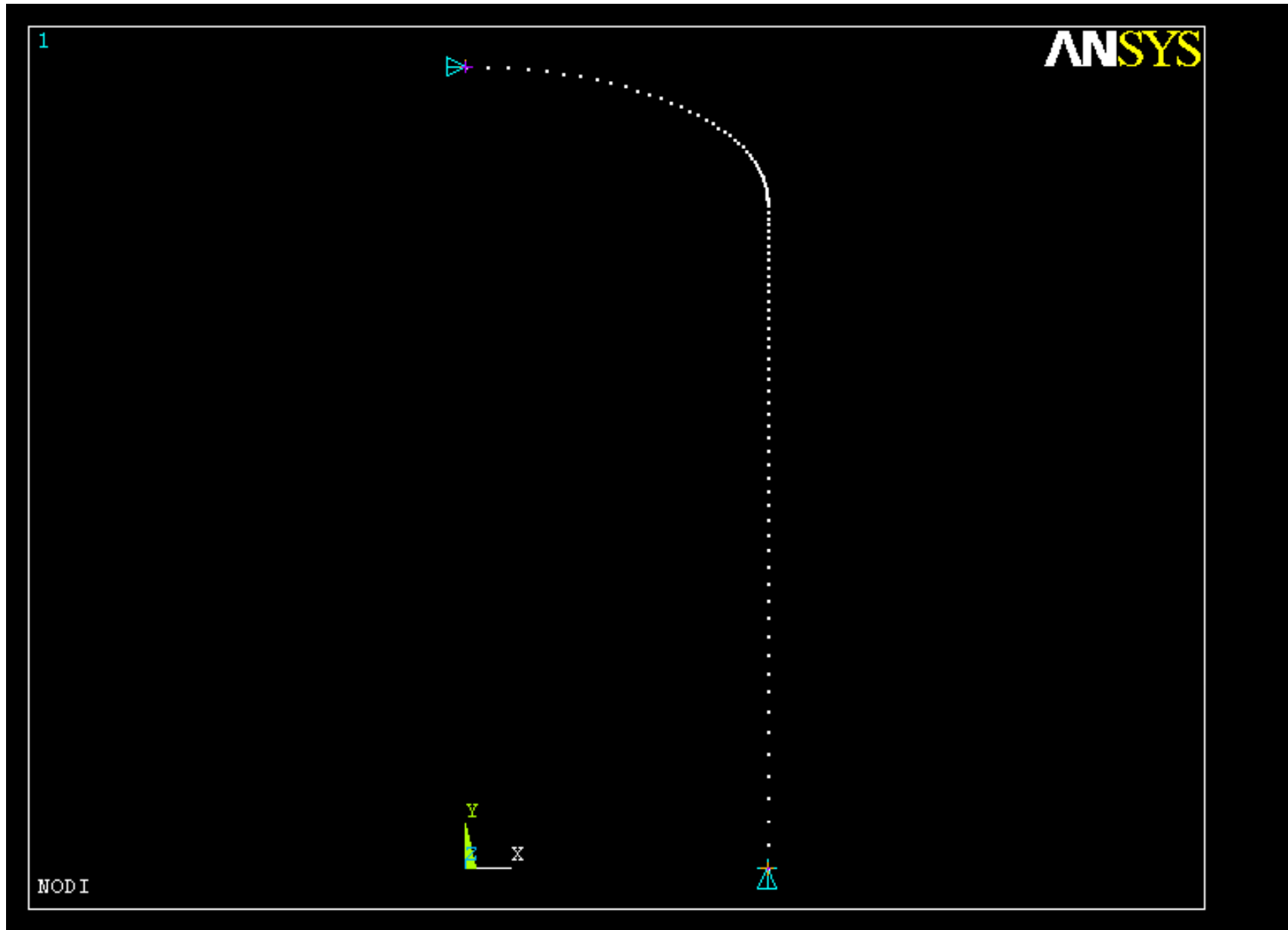
# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

*File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt*



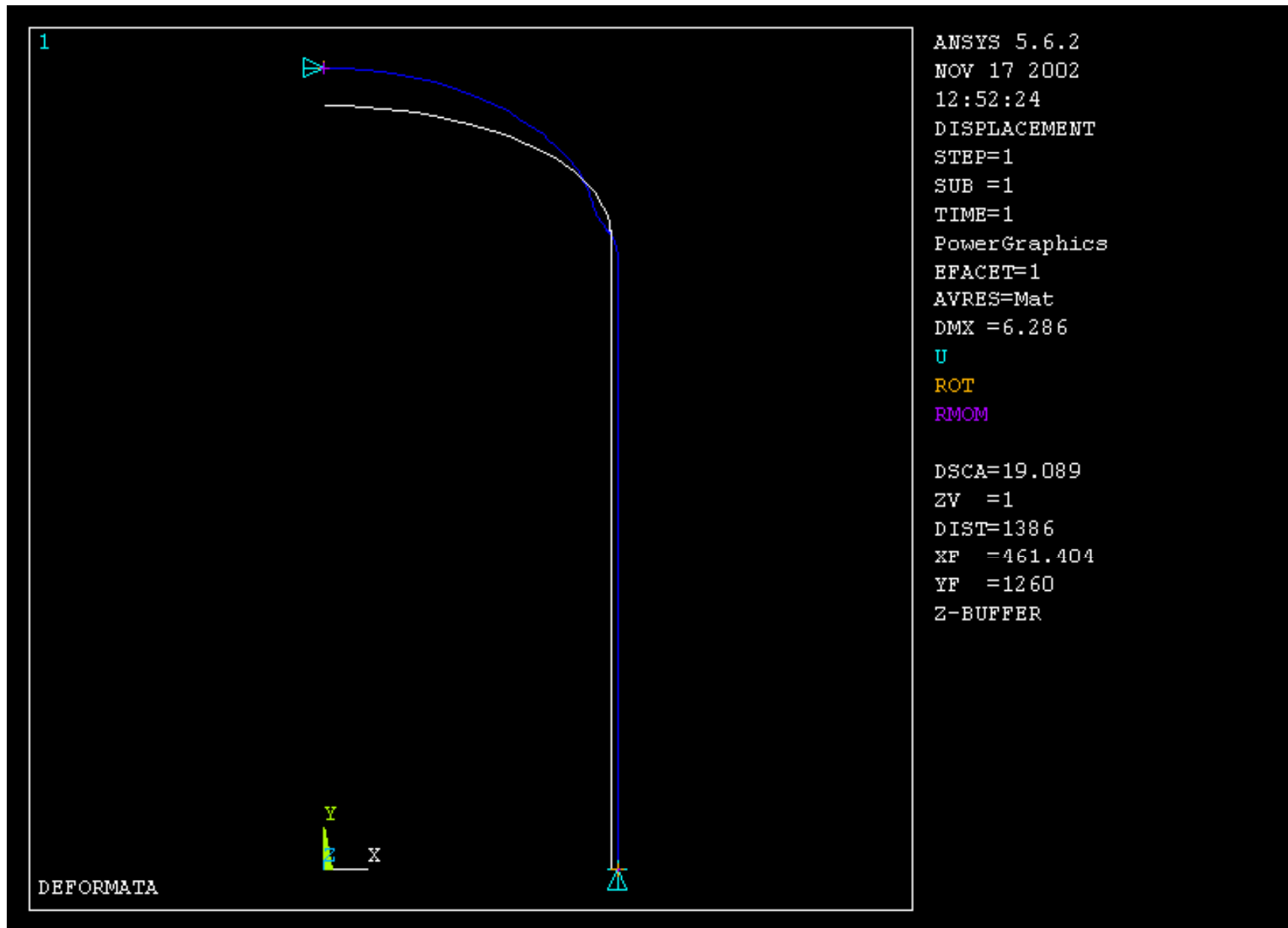
# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

*File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt*



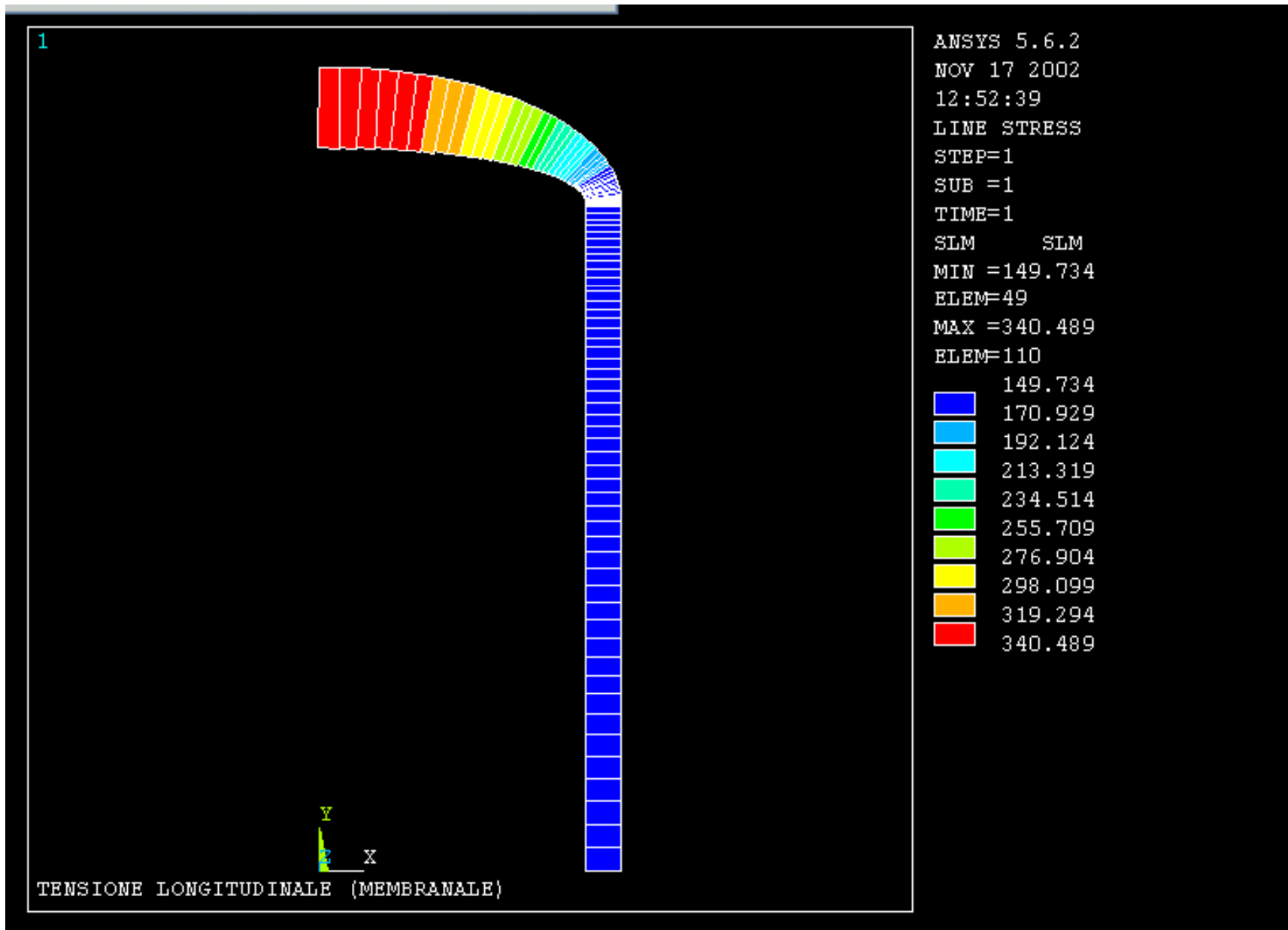
# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt



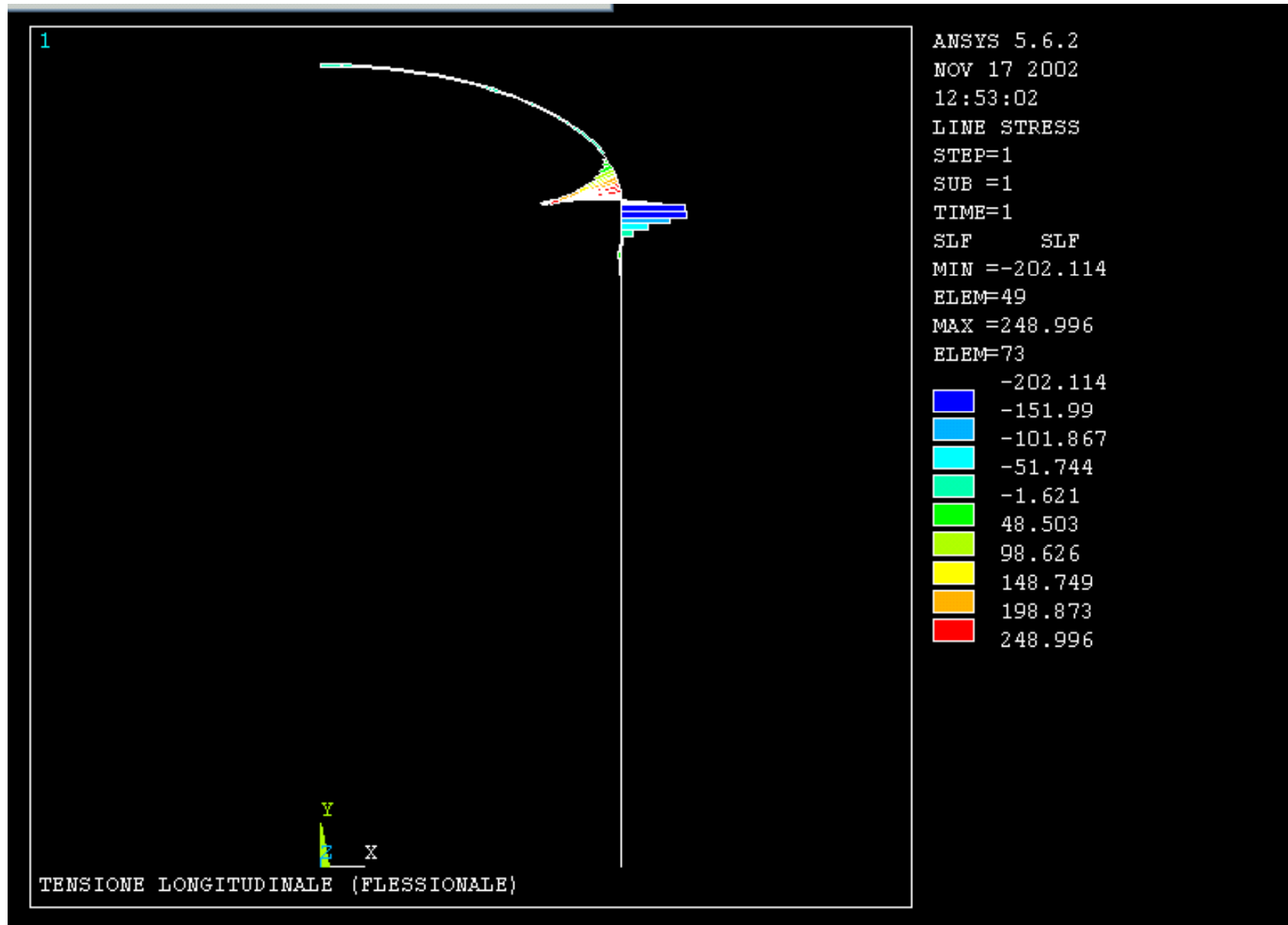
# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt



# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

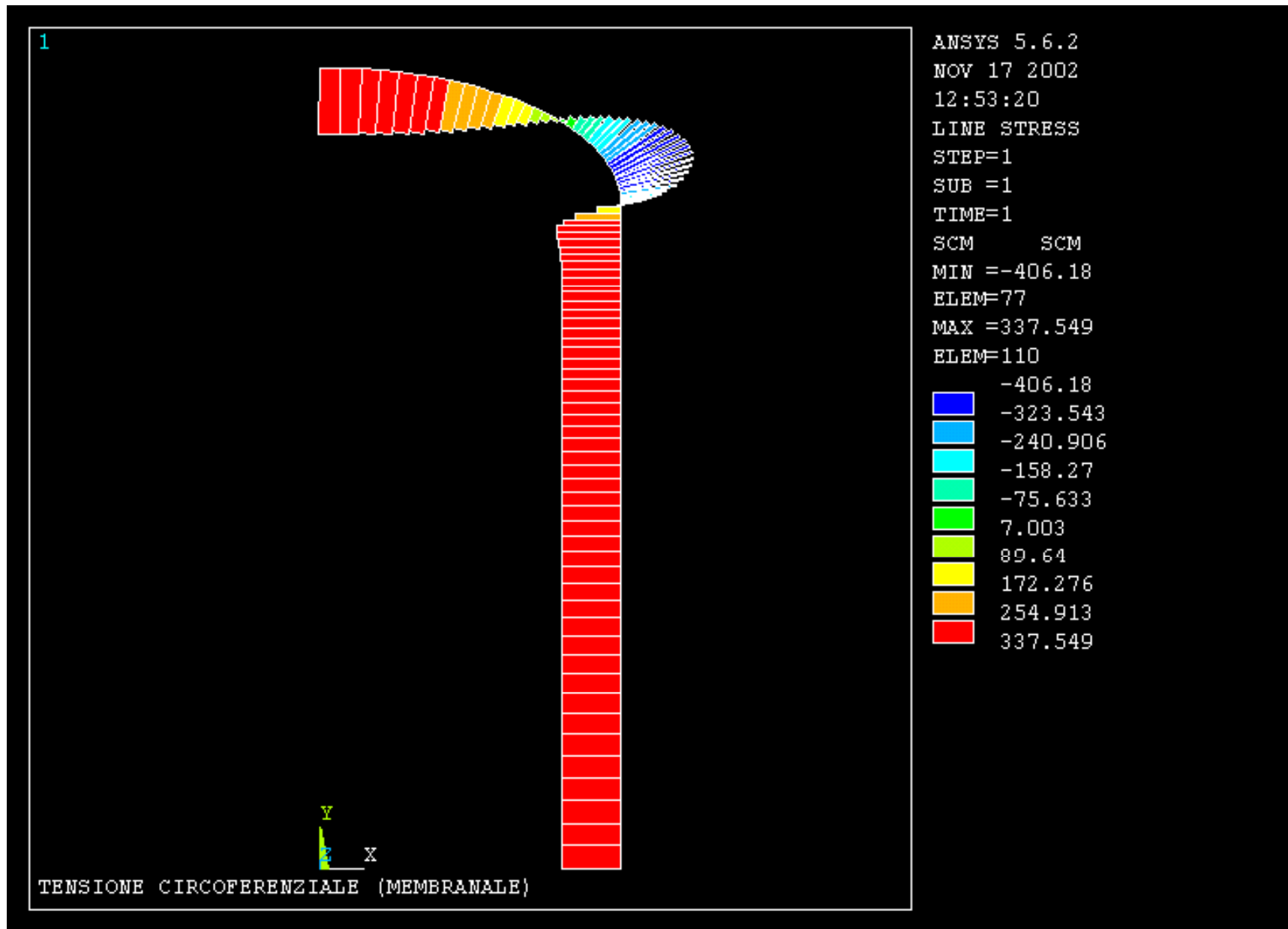
File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt





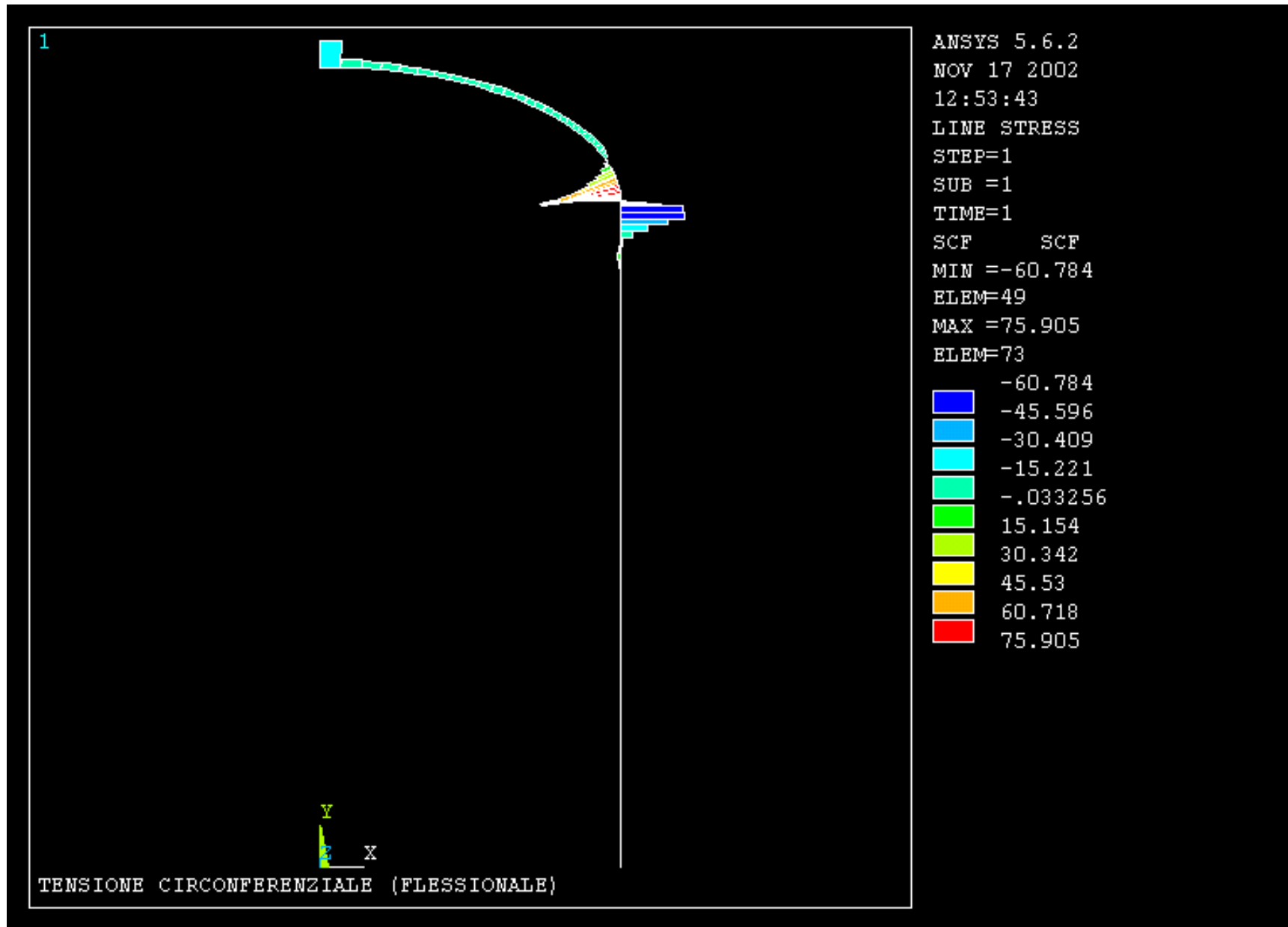
# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt



# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt



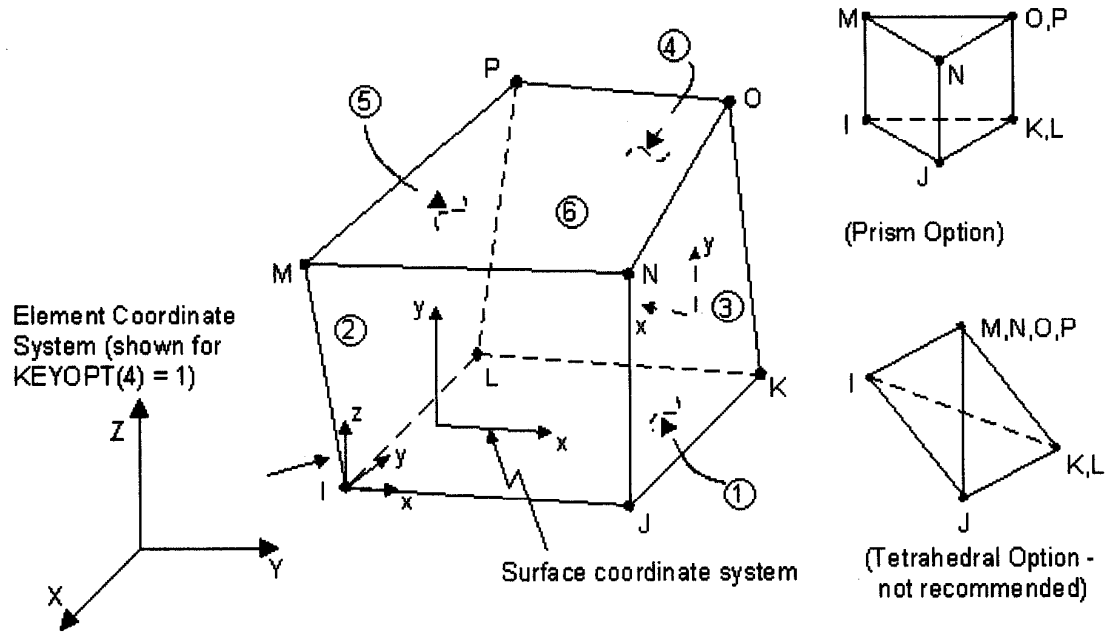
# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/10

## ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

ETABLE,SLT,LS,1 ! estraе il dato "tensione longitudinale" (TOP)  
ETABLE,SLM,LS,5 ! MID  
ETABLE,SLB,LS,9 ! BOTTOM  
ETABLE,SCT,LS,3 ! estraе il dato "tensione circonferenziale" (TOP)  
ETABLE,SCM,LS,7 ! MID  
ETABLE,SCB,LS,11 ! BOTTOM  
ETABLE,STT,LS,2 ! estraе il dato "tensione taglio spessore" (TOP)  
ETABLE,STM,LS,6 ! MID  
ETABLE,STB,LS,10 ! BOTTOM

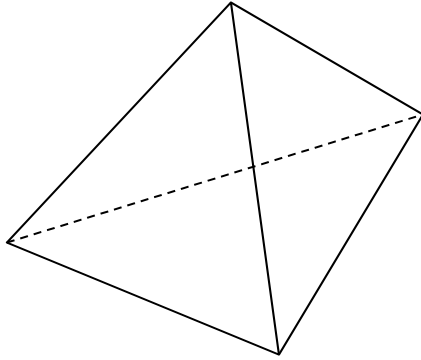
SADD,SLF,SLT,SLM,1,-1 ! calcola la tensione flessionale longitudinale  
SADD,SCF,SCT,SCM,1,-1 ! calcola la tensione flessionale circonferenziale

# ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)



*Problemi di elasticità 3D:*

- 8 nodi
- 3 g.d.l /nodo



Tetraedro: 4 nodi



F.ne di forma:  $A+Bx+Cy+Dz$



Deformazioni/tensioni costanti

Esaedro: 8 nodi

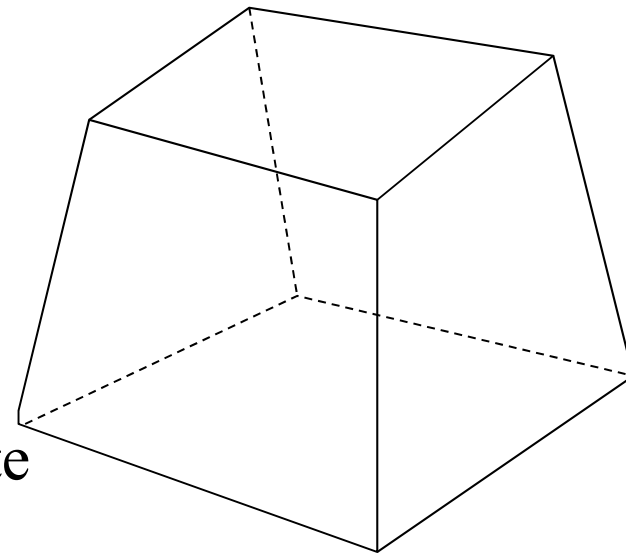


F.ne di forma:

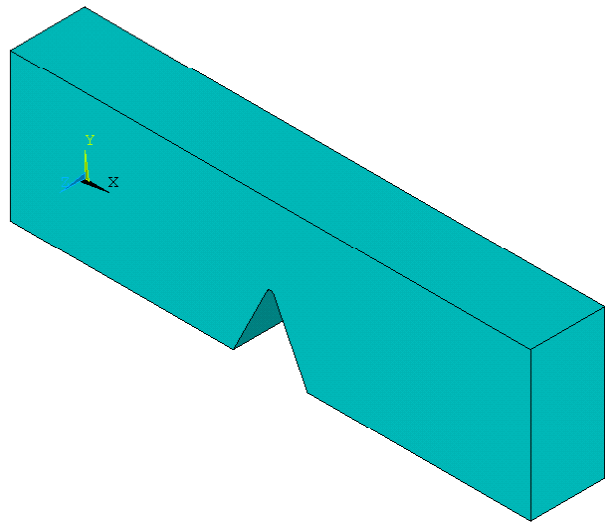
$A+Bx+Cy+Dz+Exy+Fyz+Gzx+Hxyz$



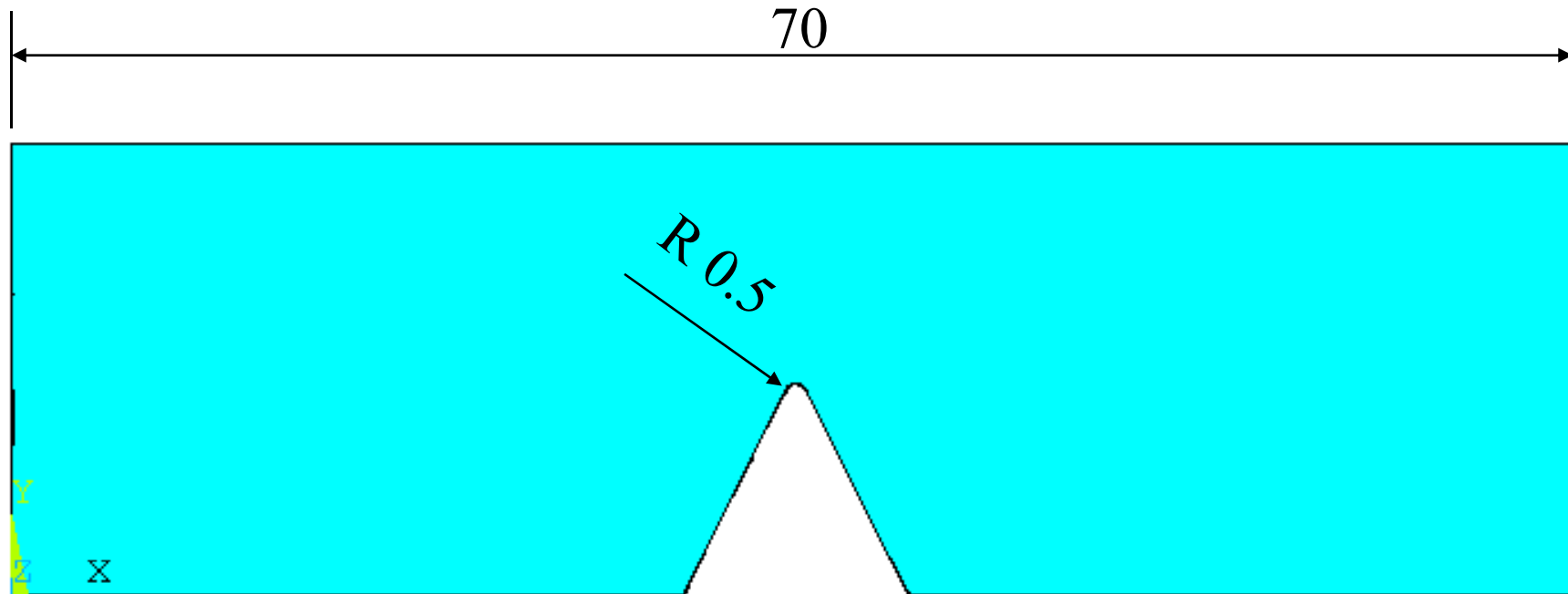
Deformazioni/tensioni variabili linearmente



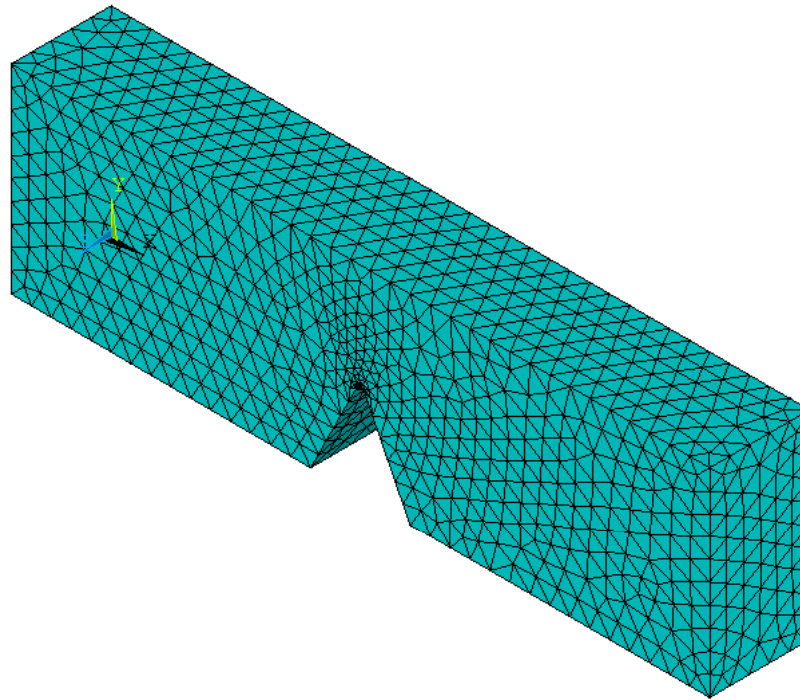
## Approccio per sottostrutture (“submodelling”)



Stato di tensione spesso fortemente dipendente da parametri geometrici locali (es. raggi di raccordo).



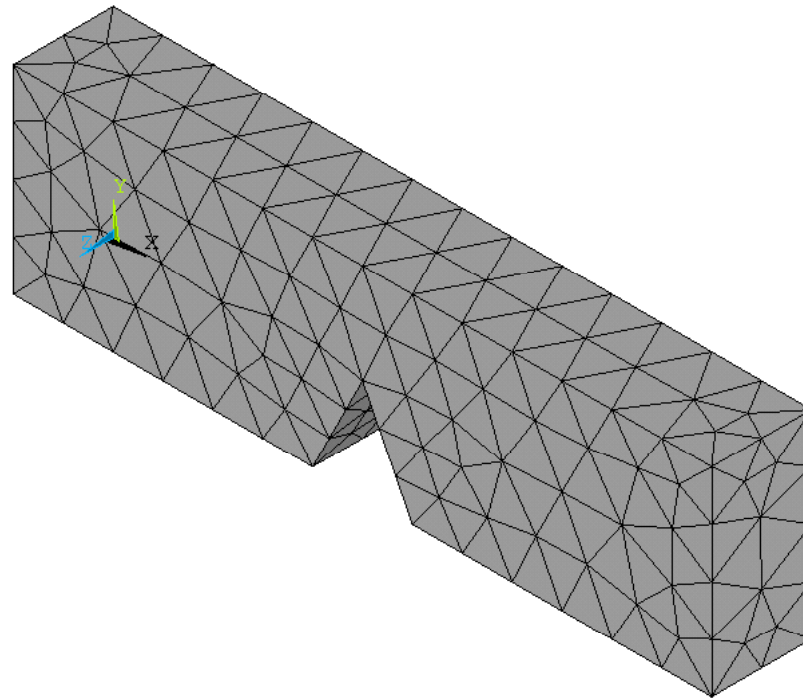
L'analisi richiederebbe pertanto “mesh” localmente molto infittiti (elementi piccoli rispetto ai parametri geometrici locali).



Questo tende a rendere il modello complessivamente molto complesso da costruire (inclusione di tutti i dettagli geometrici) e pesante dal punto di vista computazionale (numero enorme di gdl)

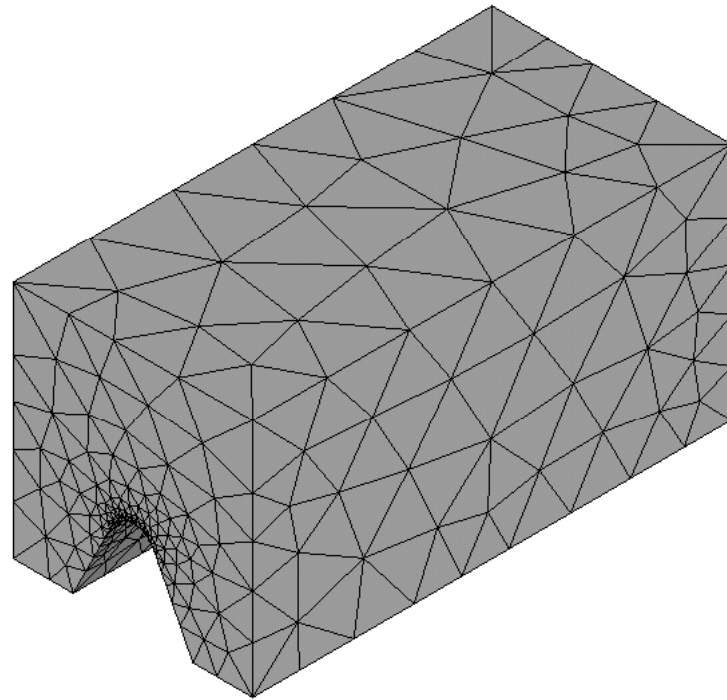
## Possibile alternativa: approccio per sottostrutture

Fase 1: viene costruito un modello relativamente grossolano della struttura, privo dei dettagli geometrici, e vengono applicati carichi e vincoli

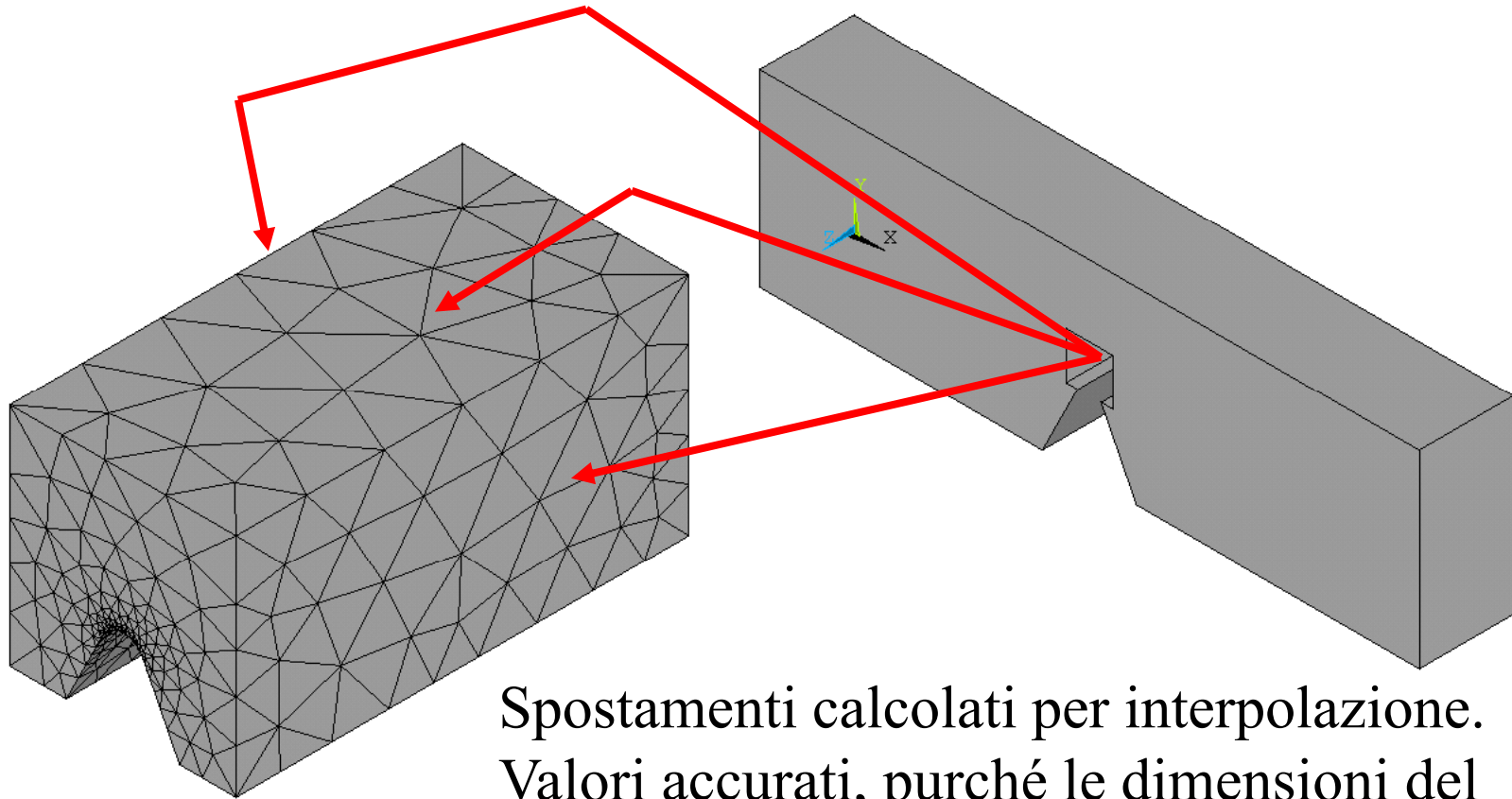




Fase 2: viene costruito un modello molto infittito che rappresenta la sola zona attorno al dettaglio geometrico (sottomodello)

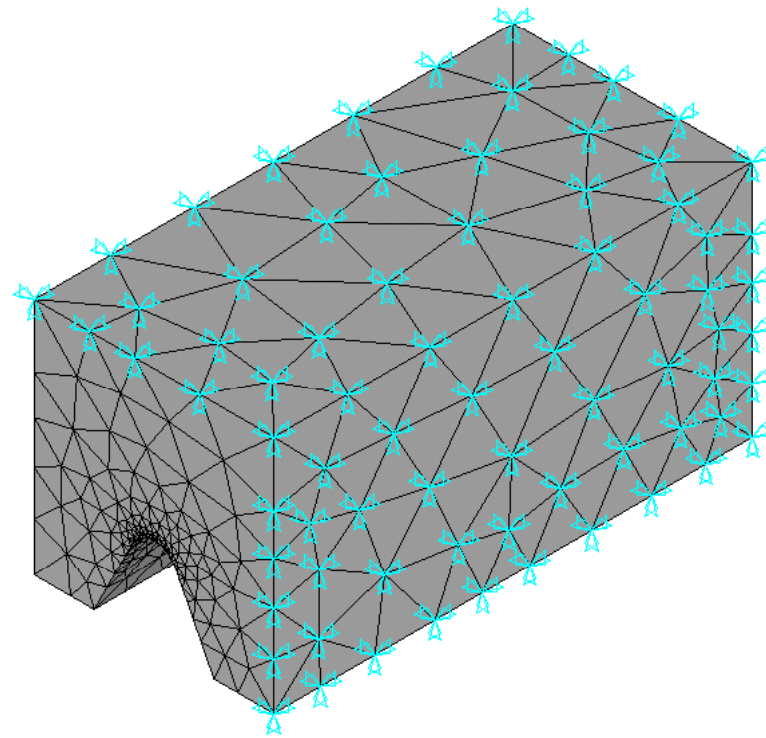


Fase 3: il modello grossolano viene impiegato per calcolare lo stato di spostamento dei nodi giacenti sulle superfici esterne del sottomodello

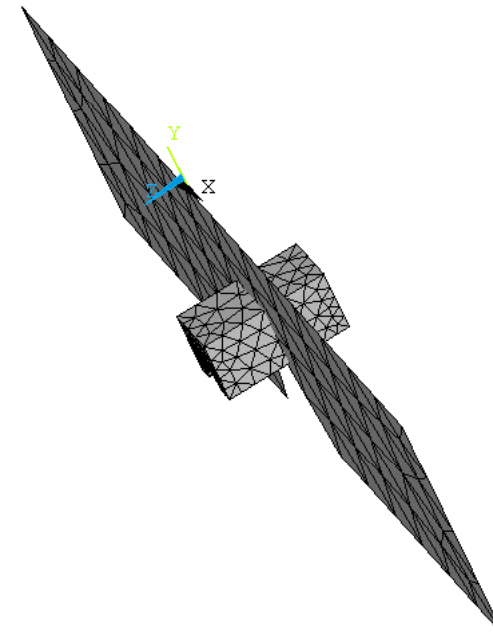
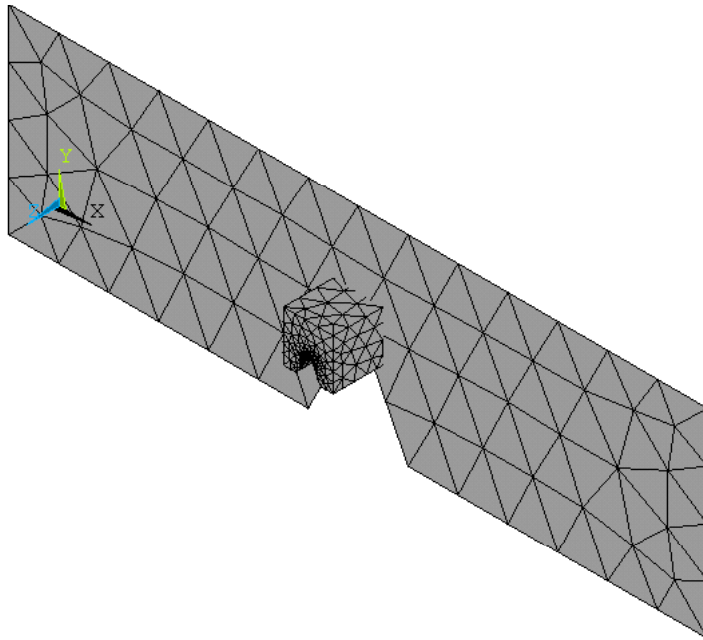


Spostamenti calcolati per interpolazione.  
Valori accurati, purché le dimensioni del sottomodello siano grandi rispetto al dettaglio

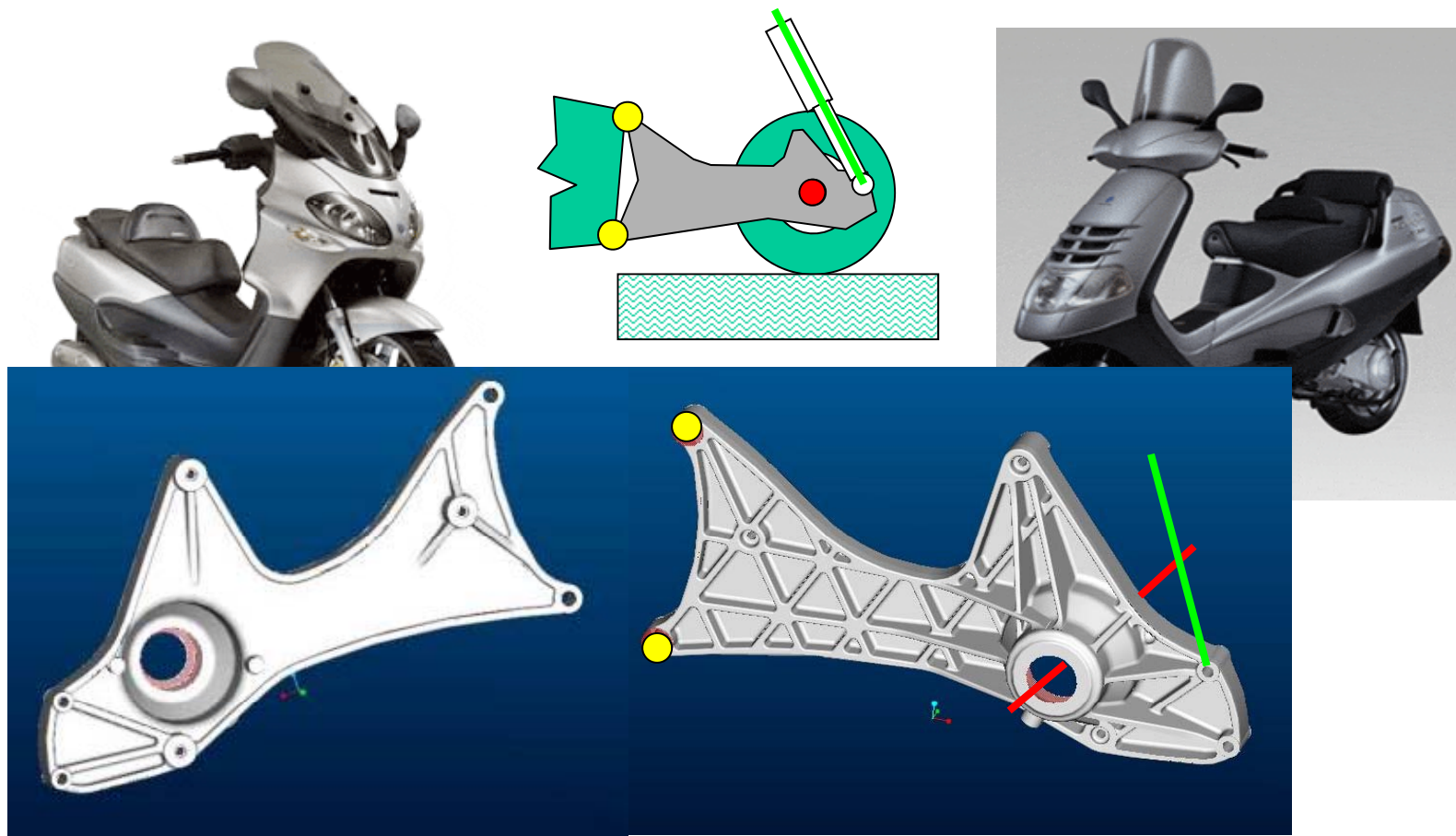
Fase 4: gli spostamenti stimati sulla superficie sono imposti al sottomodello come condizione di carico, valutando il relativo stato di tensione



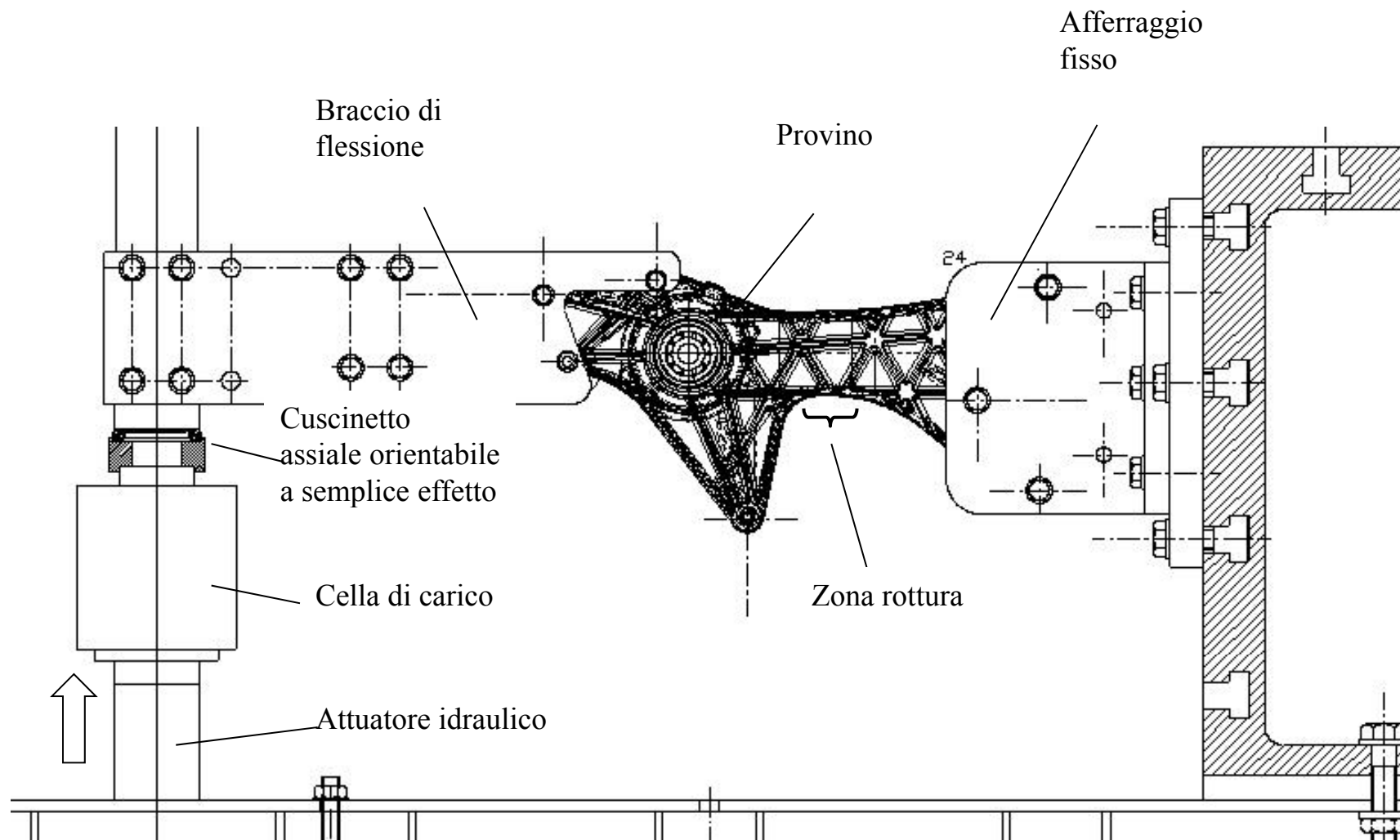
E' possibile passare da un modello fatto con elementi piani o con elementi guscio ad un sottomodello 3D.



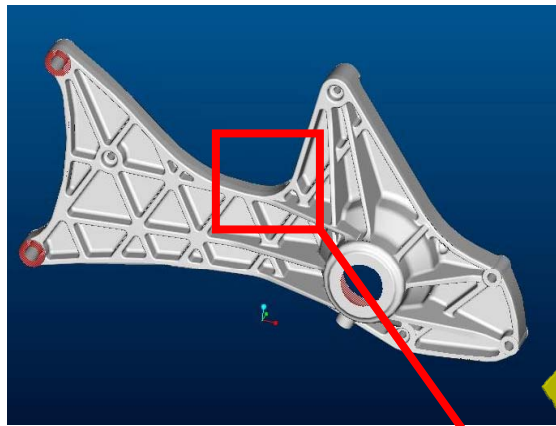
## Esempio : staffa sospensione di scooter in lega di alluminio



# ***PROVE IN PIENA SCALA***



# MODALITÀ DI ROTTURA

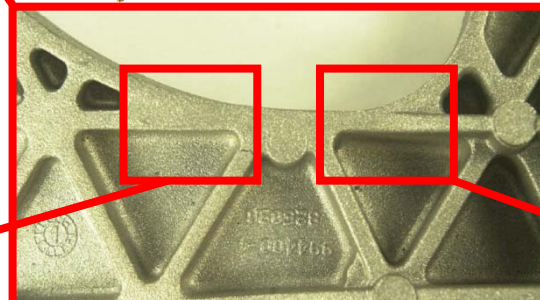


$M_f$

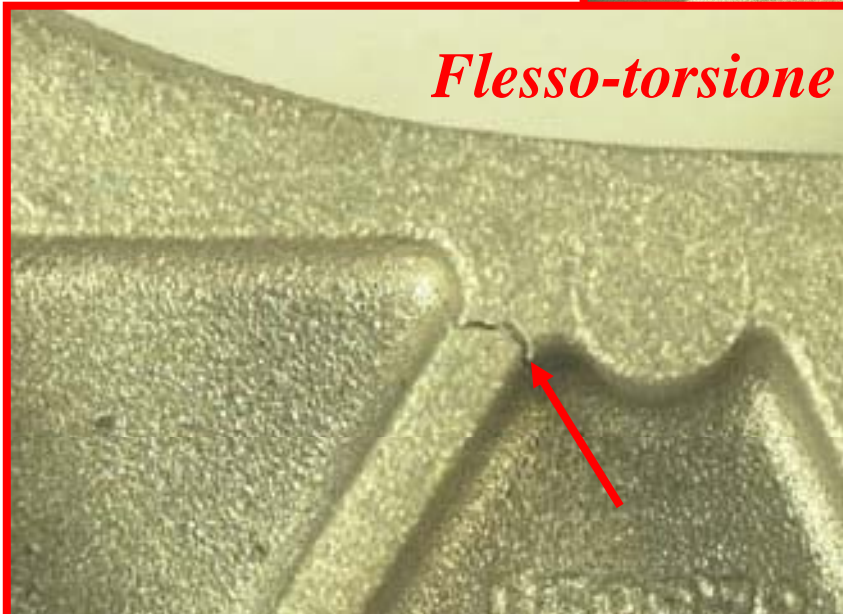
$M_t = 0.5 M_f$



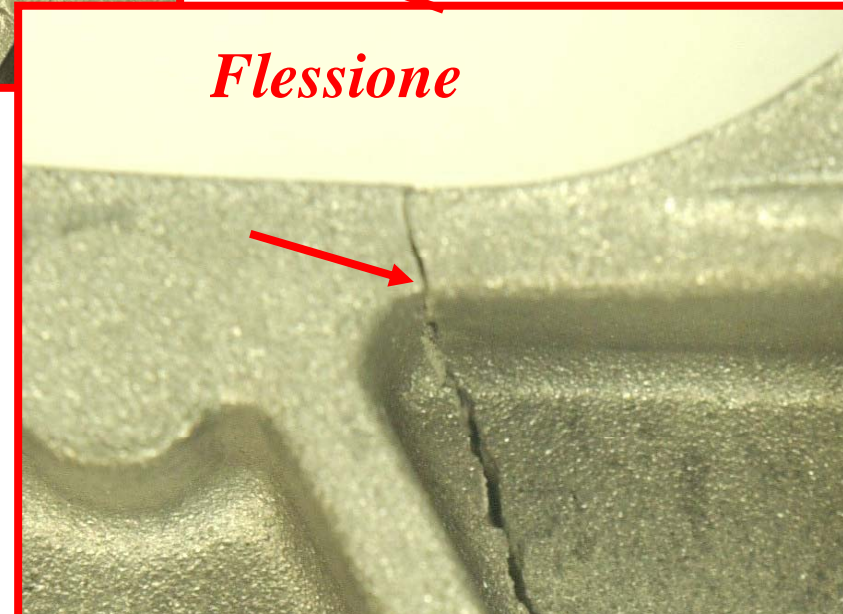
$R=0.1$



*Flesso-torsione*

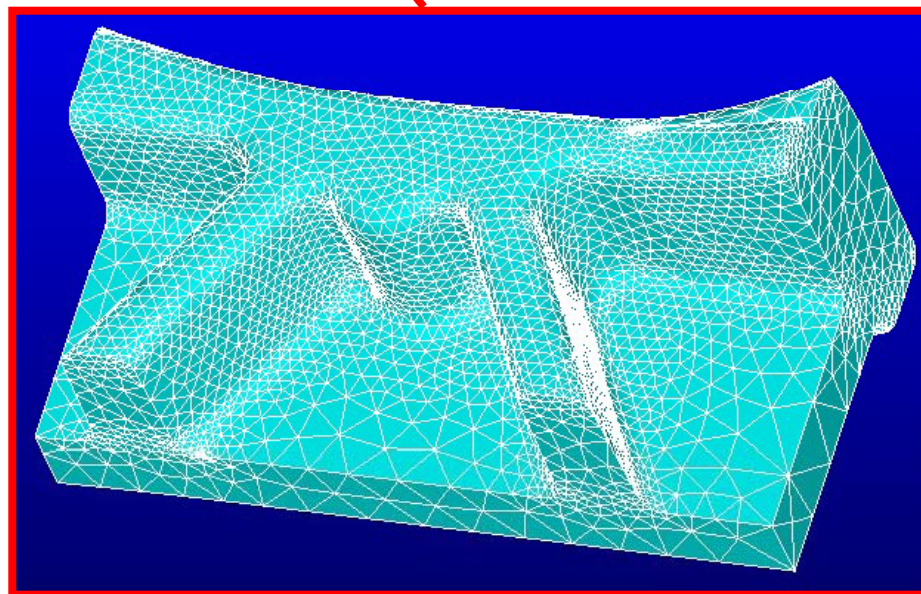
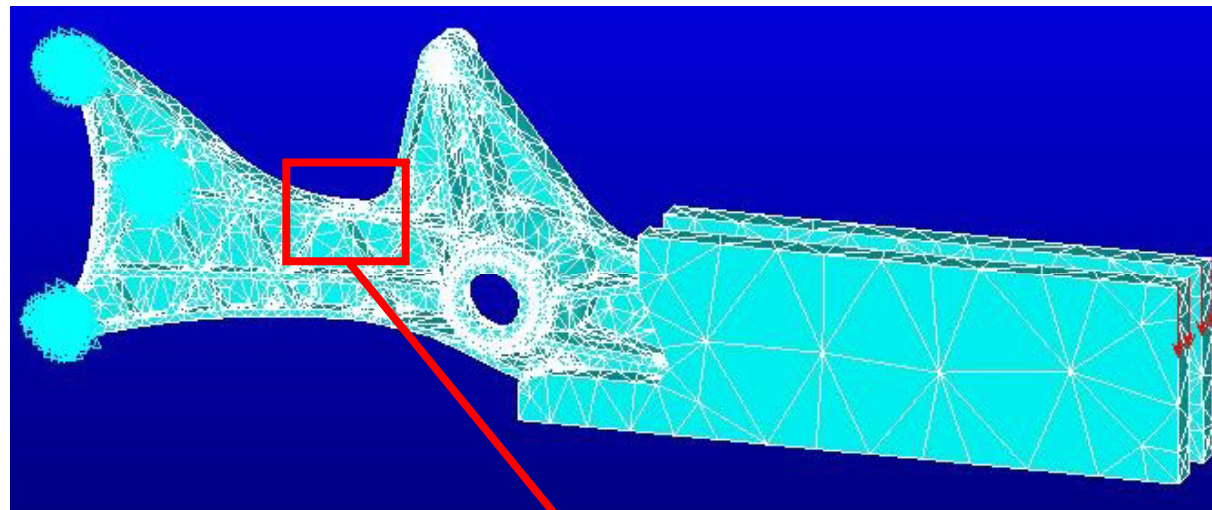


*Flessione*



# *ANALISI AD ELEMENTI FINITI*

*APPROCCIO A SOTTOSTRUTTURE*



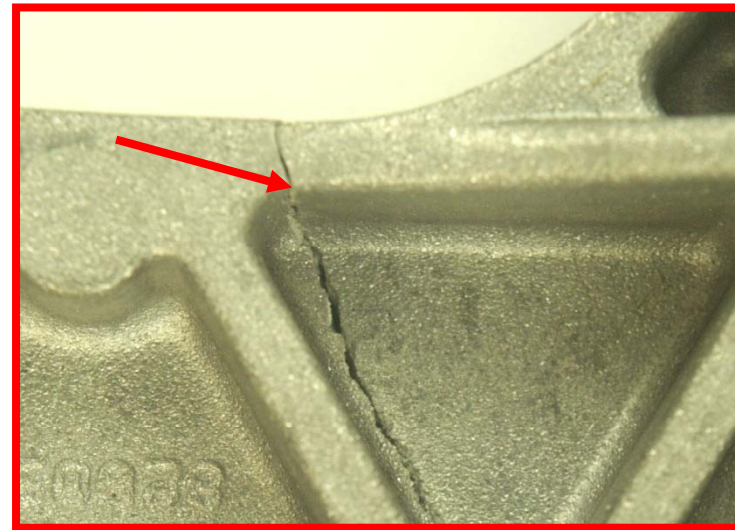
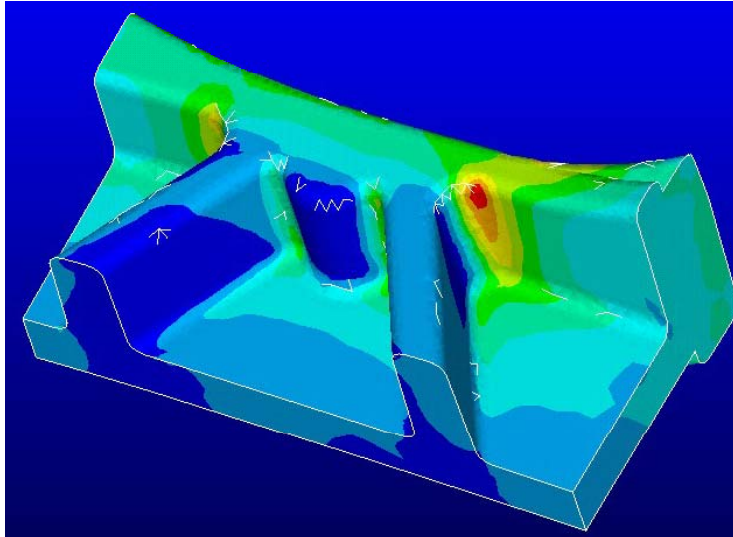


# *RISULTATI – Zona di innesco della rottura*

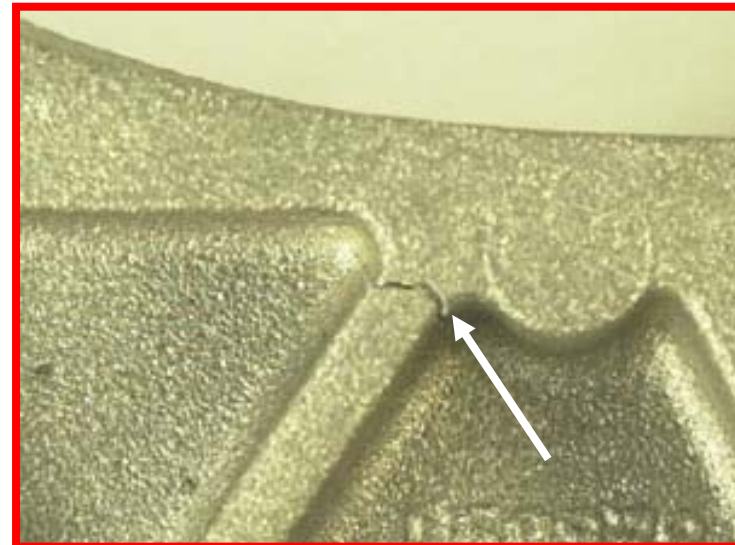
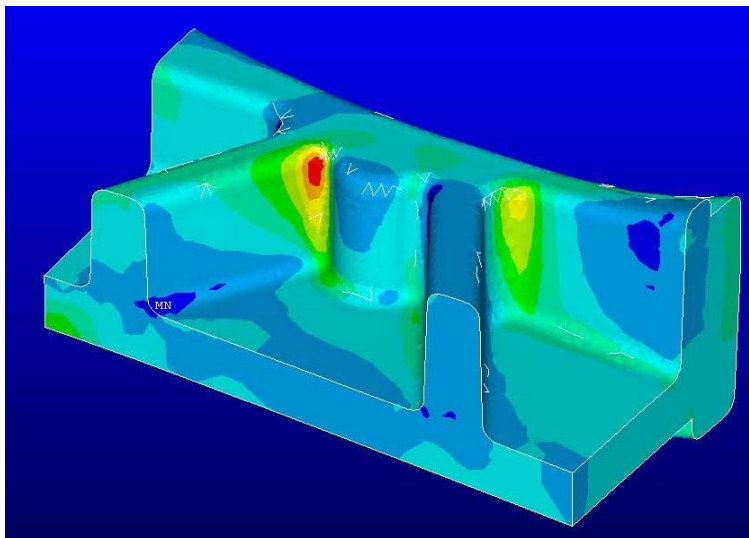
*Prevista*

*Effettiva*

*Flessione*



*Flesso-torsione*



# ***RISULTATI – Cicli a Rottura***

