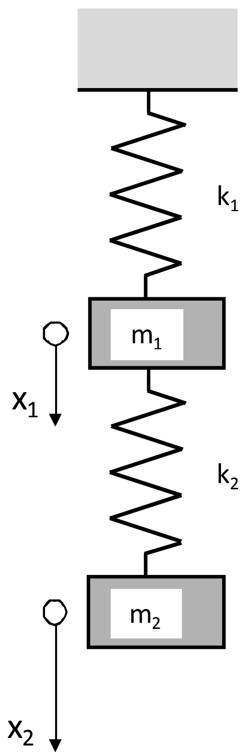
Esempio 1 - Frequenze proprie di sistema a 2 gdl libero non smorzato



Per il sistema di Fig. 7.1, con i seguenti valori assegnati di masse e rigidezze:

$k_1 := 1500 \cdot \frac{N}{m}$ $\quad k_2 := 750 \cdot \frac{N}{m}$ $\quad m_1 := 14 \cdot kg$ $\quad m_2 := 7 \cdot kg$

Calcolare le frequenze proprie e le forme modali

Matrici di massa e rigidezza

$$M := \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \qquad K := \begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix}$$

Pulsazioni proprie e forme modali

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) - \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2}}}{2}} = 7.319 \, \frac{1}{s}$$

$$r_1 := \frac{k_1 + k_2 - \omega_1^{\,2} \cdot m_1}{k_2} = 2$$

rapporto X_2/X_1 per il modo 1

$$\omega_2 := \sqrt{\frac{\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) + \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2}}}{2}} = 14.639 \, \frac{1}{s}$$

$$r_2 := \frac{k_1 + k_2 - \omega_2^{\,2} \cdot m_1}{k_2} = -1$$

rapporto X_2/X_1 per il modo 2

Si osserva che il rapporto X_2/X_1 è positivo per la ω_1 e negativo per la ω_2. Questo implica che le masse oscillino in fase nel primo caso ed in opposizione di fase nel secondo caso.
Di conseguenza, le forme modali sono date da:

$$\left[y^{(1)}\right] := \begin{pmatrix} 1 \\ r_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\left[y^{(2)}\right] := \begin{pmatrix} 1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$