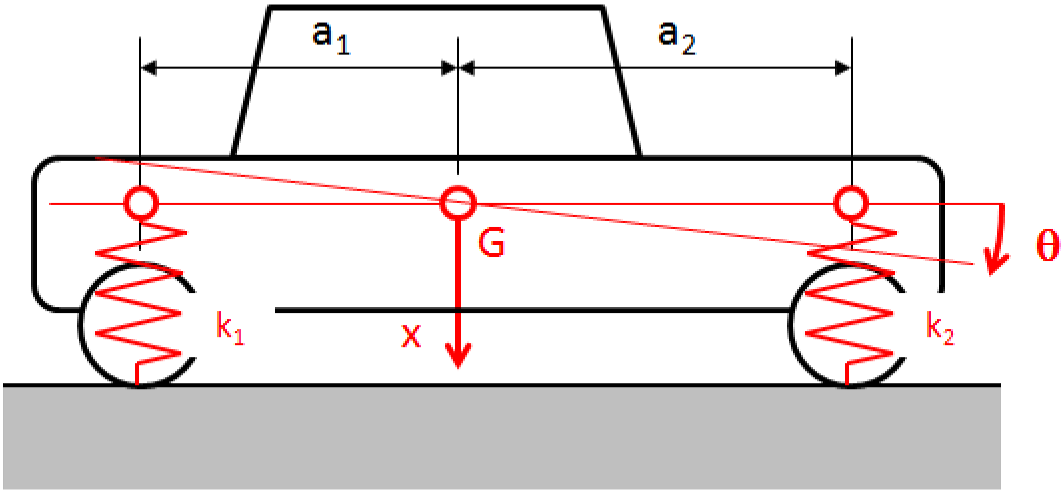
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA
CORSO DI COSTRUZIONE DI MACCHINE

CALCOLO MODI PROPRI DI SISTEMA A 2 GDL

Il modello di veicolo mostrato in Figura, caratterizzato da 2 gdl, può essere utilizzato per studiare i moti di "saltellamento" e di "beccheggio".

- si calcolino i modi propri del sistema e le relative forme modali.
- si verifichi sotto quali condizioni i due moti risultano disaccoppiati



Dati

$a_1 := 1.1 \cdot m$ semipasso posteriore

$a_2 := 1.348 \cdot m$ semipasso anteriore

$M_V := 800 \cdot kg$ Massa complessiva veicolo

$J_V := 1816 \cdot kg \cdot m^2$ Momento di inerzia di massa rispetto ad asse baricentrico trasversale

$k_2 := 20.4 \cdot \frac{kN}{m}$ rigidezza sospensione anteriore

$k_1 := 22.5 \cdot \frac{kN}{m}$ rigidezza sospensione posteriore

Equazioni del moto

$$\frac{k_1 \cdot a_1}{k_2 \cdot a_2} = 0.9$$

Le equazioni di equilibrio dinamico del sistema sono date da:

$$M_V \ddot{x} + k_1(x - a_1\theta) + k_2(x + a_2\theta) = 0$$
$$J_V \ddot{\theta} - k_1 a_1(x - a_1\theta) + k_2 a_2(x + a_2\theta)$$

Si assume:

$$x = Xe^{i\omega t}$$
$$\theta = \Theta e^{i\omega t}$$
$$\begin{Bmatrix} x \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Xe^{i\omega t} \\ \Theta e^{i\omega t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} e^{i\omega t}$$
$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = -\omega^2 \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} e^{i\omega t}$$

Sostituendo

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M_V & 0 \\ 0 & J_V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} e^{i\omega t} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_2 a_2 - k_1 a_1 \\ k_2 a_2 - k_1 a_1 & k_1 a_1^2 + k_2 a_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} e^{i\omega t} = 0$$

Eliminando il termine temporale

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} M_V & 0 \\ 0 & J_V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & k_2 a_2 - k_1 a_1 \\ k_2 a_2 - k_1 a_1 & k_1 a_1^2 + k_2 a_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ \Theta \end{Bmatrix} = 0$$

Per avere soluzione non banale:

$$\det \begin{bmatrix} k_1 + k_2 - \omega^2 M_V & k_2 a_2 - k_1 a_1 \\ k_2 a_2 - k_1 a_1 & k_1 a_1^2 + k_2 a_2^2 - \omega^2 J_V \end{bmatrix} = 0$$

$$\left(k_1 + k_2 - \omega^2 \cdot M_V\right) \cdot \left(k_1 \cdot a_1^{\ 2} + k_2 \cdot a_2^{\ 2} - \omega^2 \cdot J_V\right) - \left(k_2 \cdot a_2 - k_1 \cdot a_1\right)^2$$

$$\left(-M_V \cdot k_1 \cdot a_1^{\,2} - M_V \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2} - J_V \cdot k_1 - J_V \cdot k_2\right) \cdot \omega^2 + k_1 \cdot k_2 \cdot a_1^{\,2} + 2 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot a_1 \cdot a_2 + k_1 \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2} + J_V \cdot M$$

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{-\left(-M_V \cdot k_1 \cdot a_1^{\,2} - M_V \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2} - J_V \cdot k_1 - J_V \cdot k_2\right) + \sqrt{\left(-M_V \cdot k_1 \cdot a_1^{\,2} - M_V \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2} - J_V \cdot k_1 -\right.}}{2 \cdot \left(J_V \cdot M_V\right)}}$$

$$\omega_2 := \sqrt{\frac{-\left(-M_V \cdot k_1 \cdot a_1^{\,2} - M_V \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2} - J_V \cdot k_1 - J_V \cdot k_2\right) - \sqrt{\left(-M_V \cdot k_1 \cdot a_1^{\,2} - M_V \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2} - J_V \cdot k_1 -\right.}}{2 \cdot \left(J_V \cdot M_V\right)}}$$

$$\omega_1 = 7.342 \, \frac{1}{s}$$

$$\omega_2 = 5.926 \, \frac{1}{s}$$

$$r_1 := \frac{\left(k_1 + k_2 - \omega_1^{\,2} \cdot M_V\right)}{\left(k_2 \cdot a_2 - k_1 \cdot a_1\right)} = -0.082 \, \frac{1}{m}$$

$$r_2 := \frac{\left(k_1 + k_2 - \omega_2^{\,2} \cdot M_V\right)}{\left(k_2 \cdot a_2 - k_1 \cdot a_1\right)} = 5.384 \, \frac{1}{m}$$

$I_V \cdot \omega^4$

$$\overline{\overline{}}$$

$- J_V \cdot k_2\Big)^2 - 4\cdot\left(J_V \cdot M_V\right)\cdot\left(k_1 \cdot k_2 \cdot a_1^{\,2} + 2\cdot k_1 \cdot k_2 \cdot a_1 \cdot a_2 + k_1 \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2}\right)$

$- J_V \cdot k_2\Big)^2 - 4\cdot\left(J_V \cdot M_V\right)\cdot\left(k_1 \cdot k_2 \cdot a_1^{\,2} + 2\cdot k_1 \cdot k_2 \cdot a_1 \cdot a_2 + k_1 \cdot k_2 \cdot a_2^{\,2}\right)$