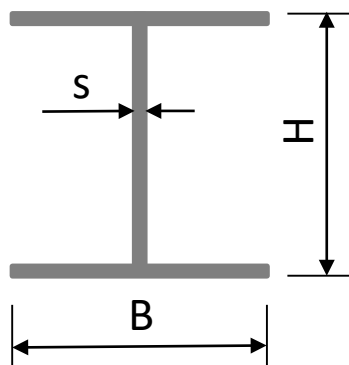


Sezioni in parete sottile

Le sezioni il cui spessore è piccolo rispetto alle dimensioni generali della sezione stessa (tipicamente ricadenti nella Classe 4 secondo EC3) sono solitamente ottenute per estrusione, piegatura a freddo o saldatura di lamiere piane.

Queste sezioni presentano una terza dimensione significativa (spessore) piccola rispetto a quelle trasversali. Non è pertanto verificata l'ipotesi alla base della Teoria Tecnica delle Travi (TTT), per la quale le dimensioni della sezione devono essere comparabili tra loro (e piccole rispetto alla lunghezza assiale).



$$s \ll H, B$$

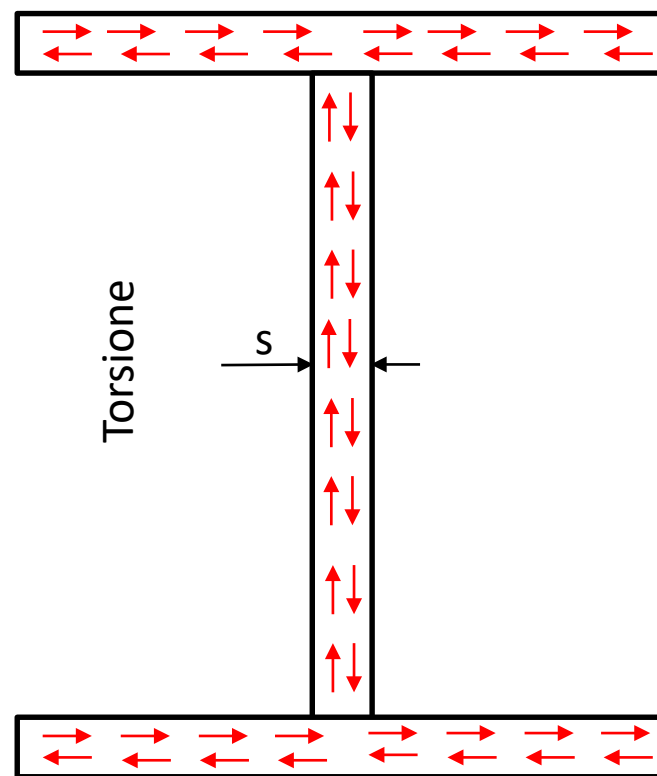
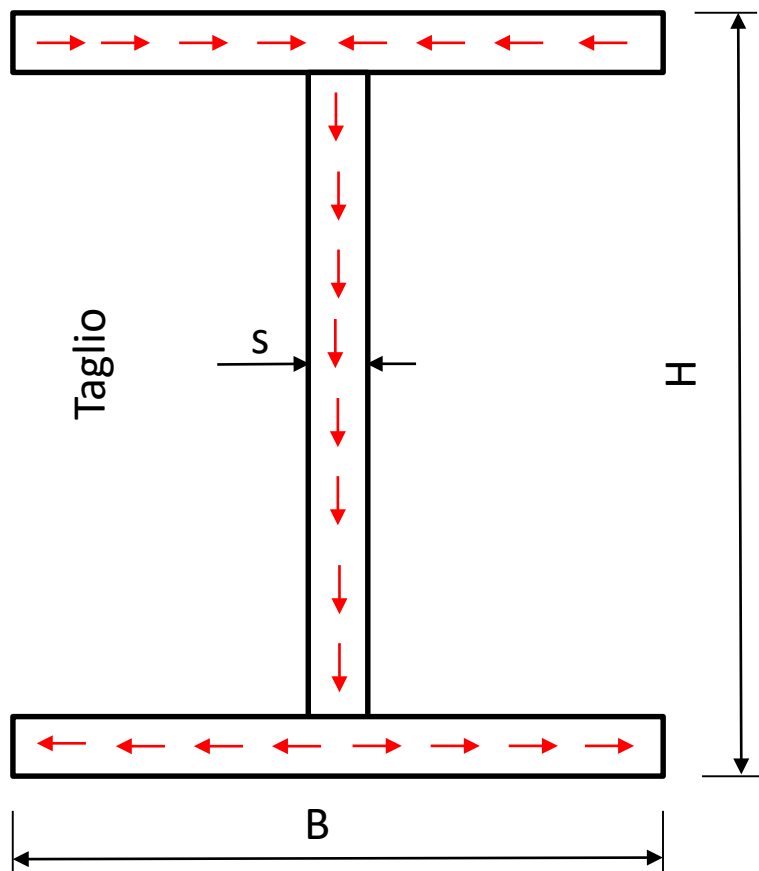
L'analisi del comportamento strutturale di questo tipo di sezioni, porta ad evidenziare due principali peculiari problemi :

- distribuzioni di tensione che si discostano da quelle previste dalla TTT
- fenomeni di instabilità aggiuntivi rispetto all'instabilità Euleriana

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione

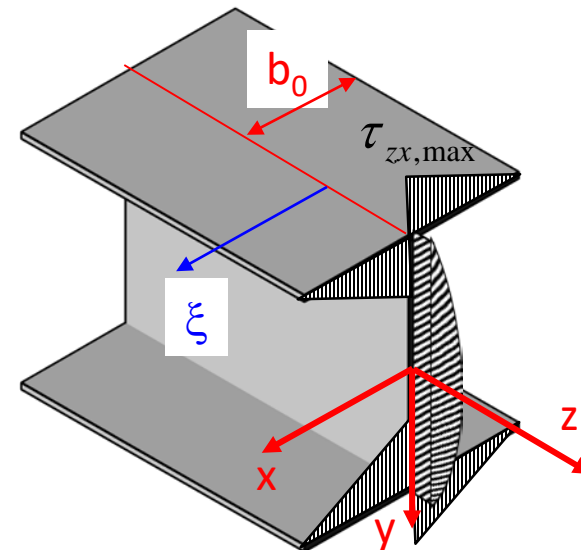
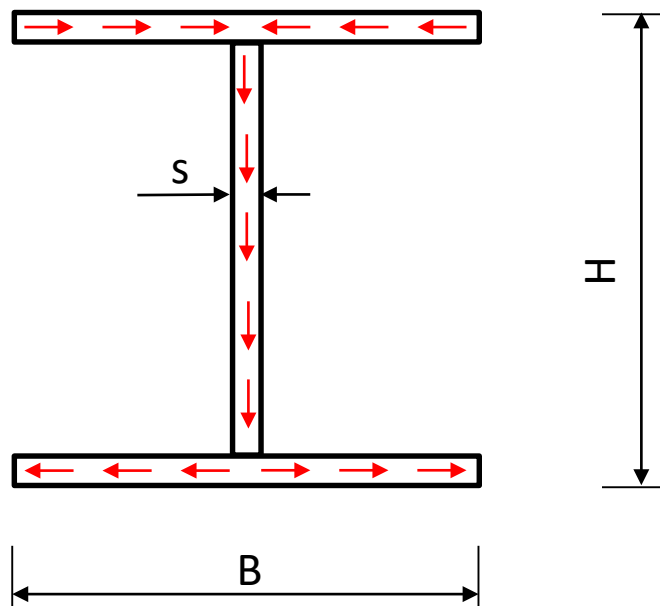
In una sezione di piccolo spessore è ragionevole assumere che le tensioni tangenziali, dovute, ad esempio, a Taglio e Torsione, siano dirette parallelamente alla linea che passa per i punti a metà dello spessore stesso.

I flussi indicativi per una sezione a «doppio T» sollecitata a taglio e torsione sono:



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento da Taglio

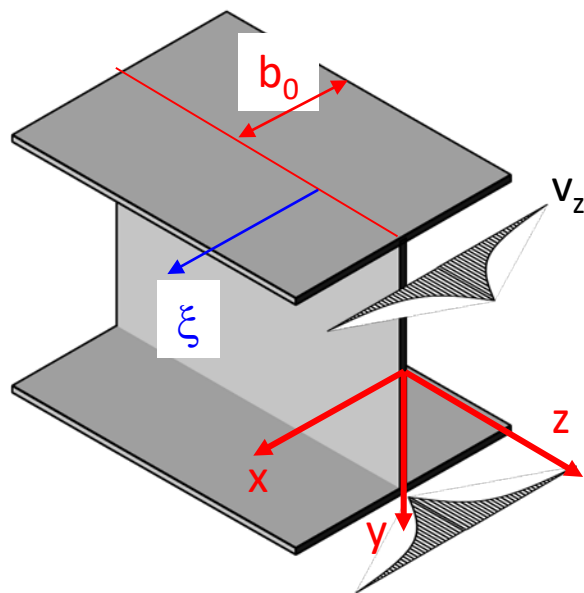
Per quanto riguarda l'andamento, in una classica trave a «doppio T» le tensioni tangenziali dovute al taglio «y» mostrano un andamento lineare nelle piattabande («flanges») e parabolico sull'anima («web»).



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento da Taglio

Le tensioni tangenziali producono spostamenti assiali v_z , in genere non compatibili con il mantenimento della planarità della sezione.

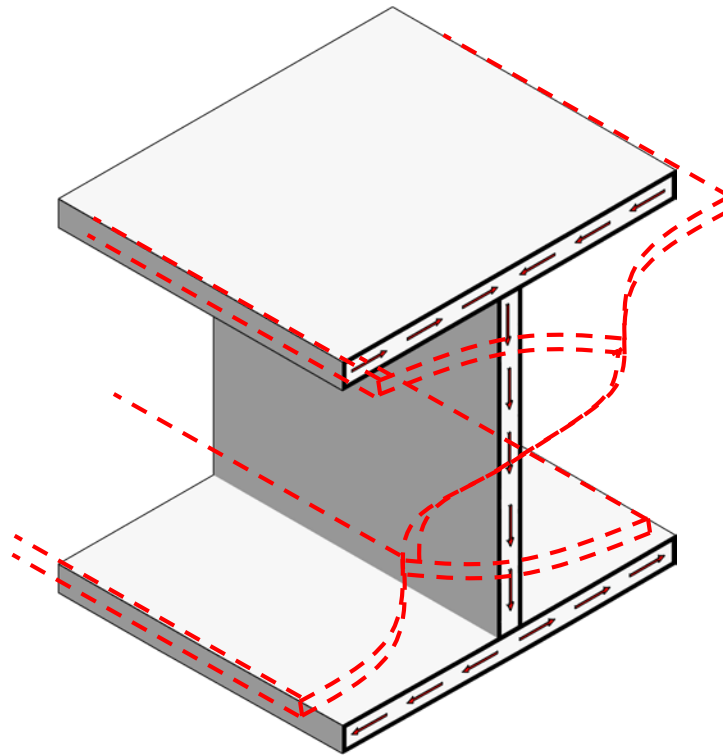
Ad esempio, nelle piattabande le tensioni variano linearmente con ξ , per cui gli spostamenti v_z avranno un andamento parabolico:



$$\begin{cases} \tau_{zx} = \tau_{zx,\max} \frac{(b_0 - \xi)}{b_0} \\ \gamma_{zx} = \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \approx \frac{\partial v_z}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x} = \frac{\tau_{zx,\max}}{G} \frac{(b_0 - \xi)}{b_0} \\ v_z = \frac{\tau_{zx,\max}}{G} \frac{\left(b_0 \xi - \frac{\xi^2}{2} \right)}{b_0} + C \end{cases}$$

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento da Taglio

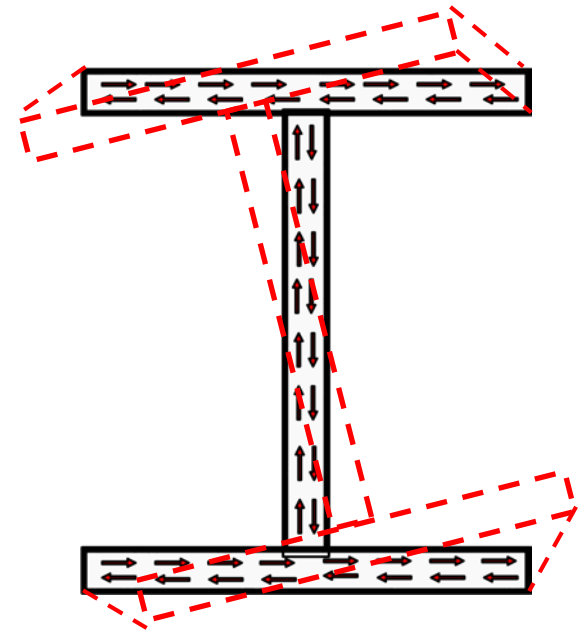
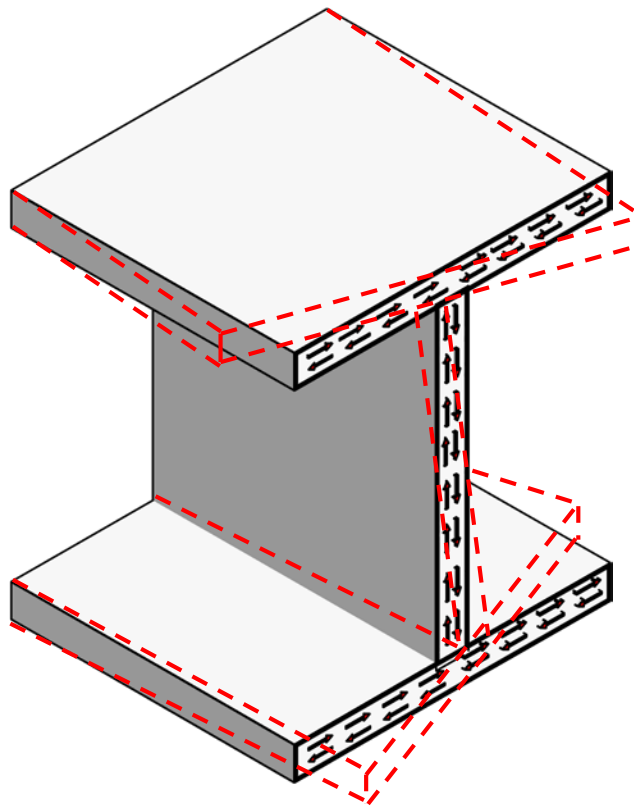
L'effetto di deformazione non piana della sezione a causa degli spostamenti v_z viene solitamente denominato «ingobbamento» («warping»).



Andamento qualitativo del «warping» dovuto al taglio T_y .

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento da Torsione

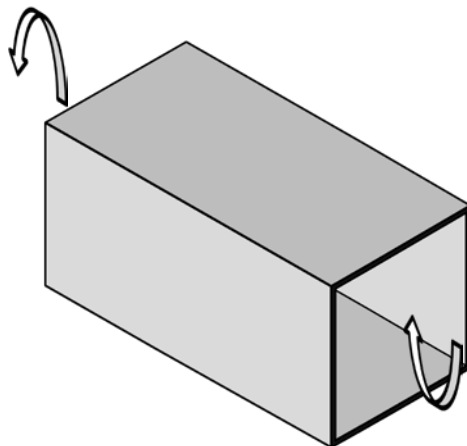
Il fenomeno dell'«ingobbamento» («warping») è tipicamente prodotto anche da sollecitazioni di torsione.



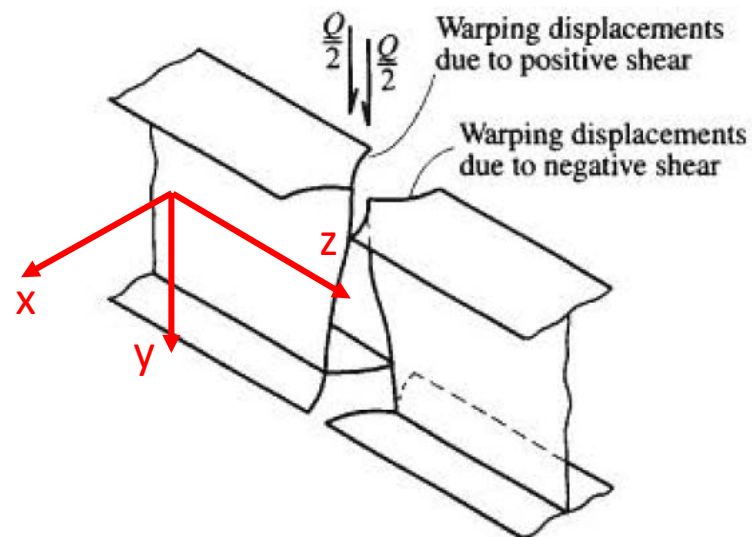
Andamento qualitativo del «warping» dovuto alla torsione.

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Se la distribuzione di spostamenti v_z legati al «warping» è indipendente da «z», le sezioni adiacenti si distorcono in maniera identica, senza produrre perturbazioni dello stato di tensione (Es. Trave soggetta a torsione uniforme)



Se invece il «warping» varia con «z» le distorsioni diverse di sezioni adiacenti risulterebbero incompatibili con la continuità del materiale (Es. sezioni adiacenti soggette a taglio di segno opposto: trave con carico concentrato)

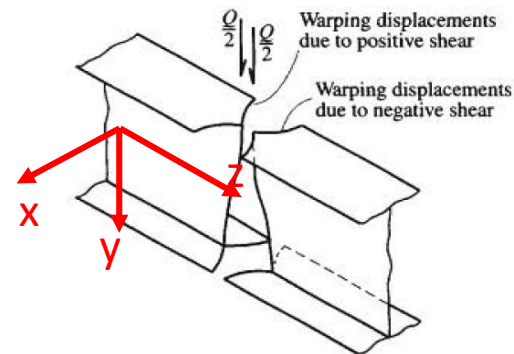


Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

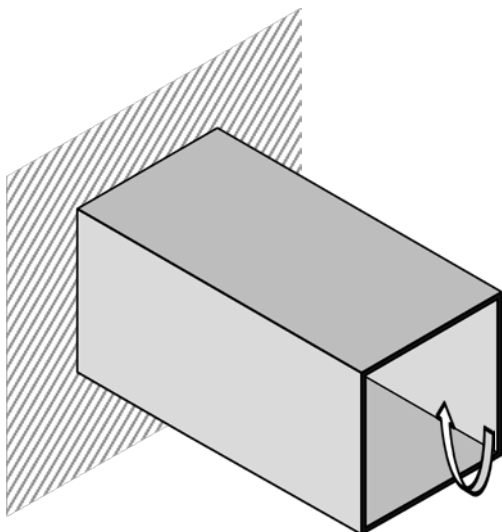
La variazione della distribuzione di spostamenti v_z di «warping» con «z» può essere dovuta a due cause principali:

- Variazione con «z» del valore della caratteristiche di sollecitazione Taglio o Torsione

trave con carico concentrato



- Presenza di vincoli in grado di impedire le deformazioni di «warping»

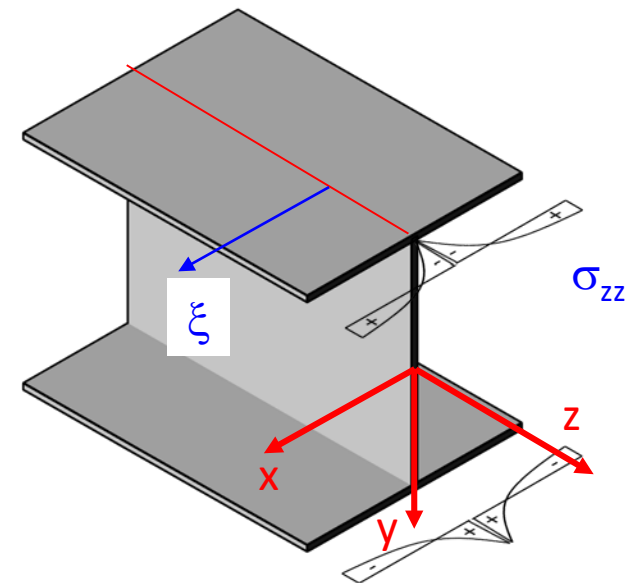
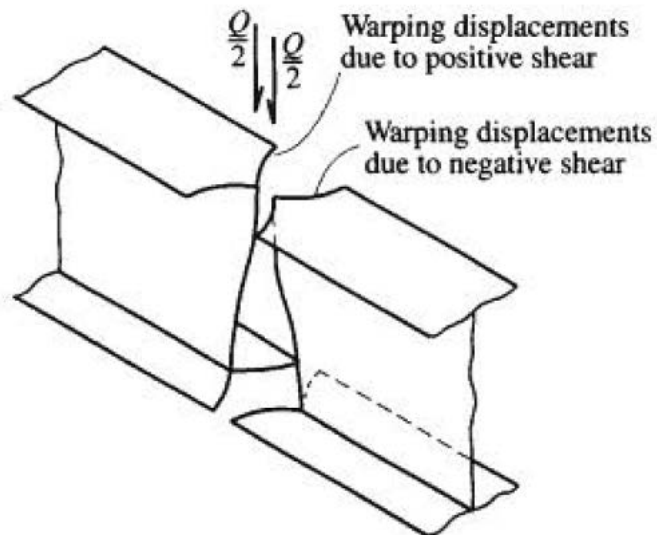


trave incastrata soggetta a torsione

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

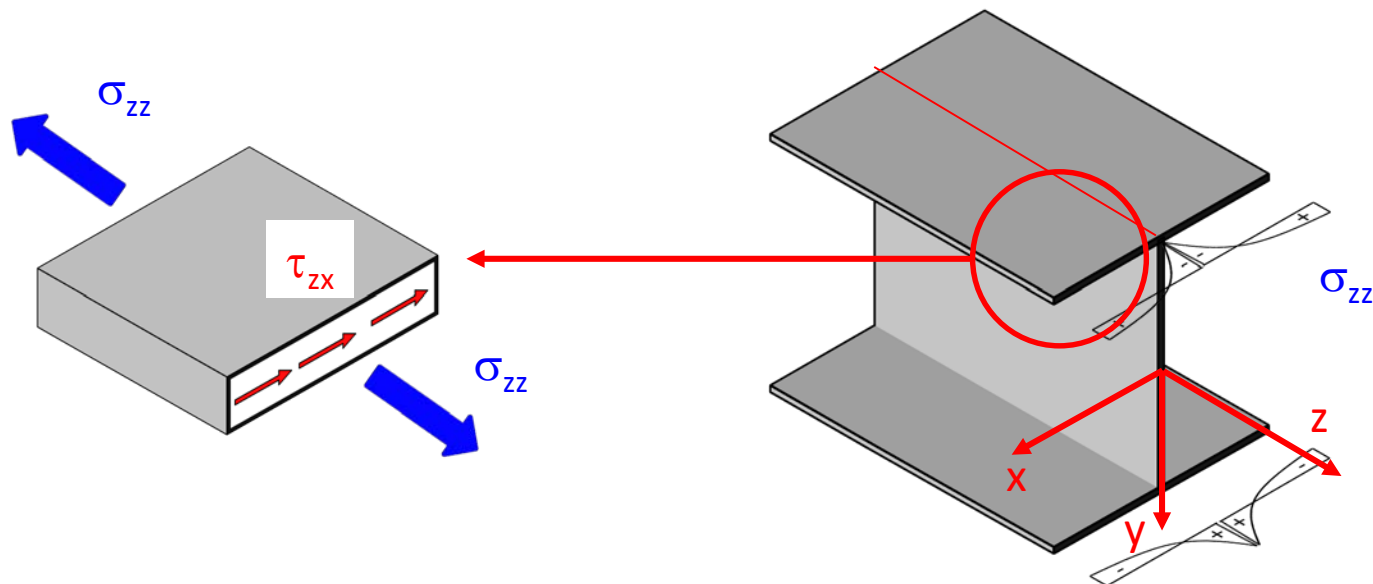
L'incompatibilità degli spostamenti « v_z » tra sezioni adiacenti viene compensata attraverso tensioni assiali « σ_{zz} », che, per l'esempio seguente, avrebbero l'andamento indicativamente mostrato in figura.

Queste tensioni, a risultante nulla, si sovrappongono a quelle calcolate tramite la teoria classica delle travi (Es.: distribuzione di Navier da flessione)



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

A tensioni assiali « σ_{zz} » variabili con « z » si accompagnano per l'equilibrio (si ricordi la teoria approssimata del Taglio di Jourawsky) tensioni tangenziali « τ_{zx} », anch'esse a risultante nulla.



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Questi effetti sono di maggiore rilevanza per le sezioni in parete sottile, in particolare se «aperte», anche in quanto le tensioni tangenziali risultano comparativamente maggiori rispetto a sezioni «compatte», nelle quali gli effetti stessi sono solitamente trascurati.

Le perturbazioni dello stato di tensione dipendono da numerosi fattori, tra i quali:

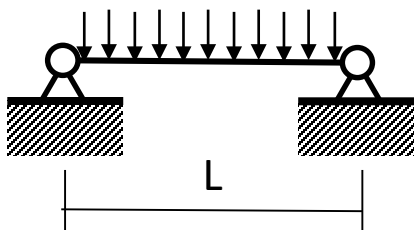
- Dimensioni della sezione, in particolare il rapporto tra dimensioni trasversali della sezione e lunghezza L della trave
- Caratteristiche di sollecitazione agenti
- Andamento delle caratteristiche di sollecitazione lungo l'asse della trave
- Tipologia di vincoli

La normativa EC3 propone, per i casi più comuni, delle relazioni analitiche approssimate.

In una struttura meccanica è solitamente conveniente ricorrere ad una modellazione FEM in grado di rappresentare questi effetti (Es.: con elementi shell o brick). La modellazione con elementi trave non è invece in grado di analizzare gli effetti stessi.

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempio di trave appoggiata soggetta a carico uniforme



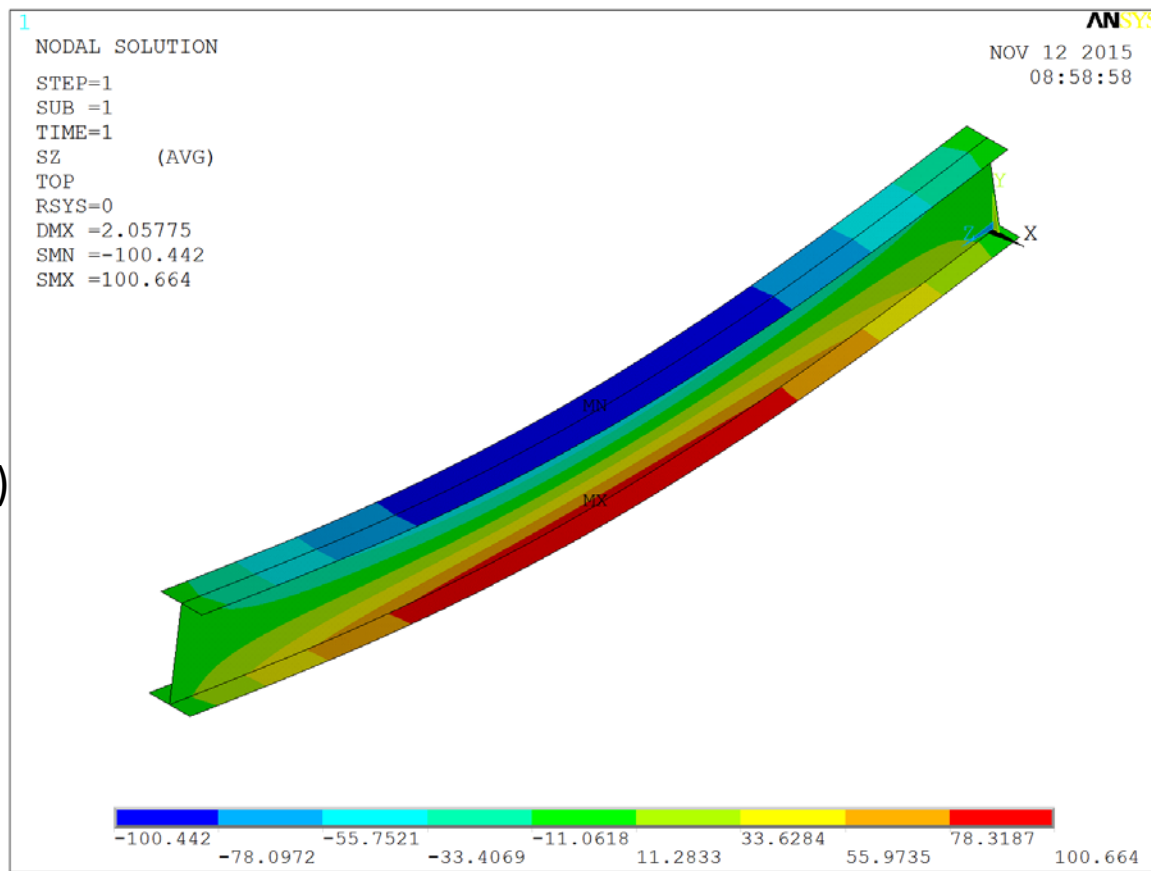
$B = 100 \text{ mm}$

$L = 2000 \text{ mm}$

$t = 10 \text{ mm}$

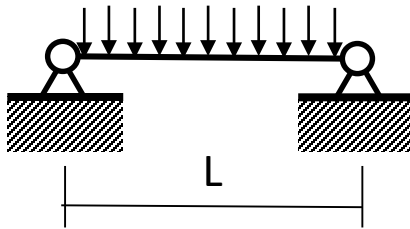
$H = 200 \text{ mm}$

$\sigma_{zz, \max} = 100 \text{ MPa (Navier)}$



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempio di trave appoggiata soggetta a carico uniforme



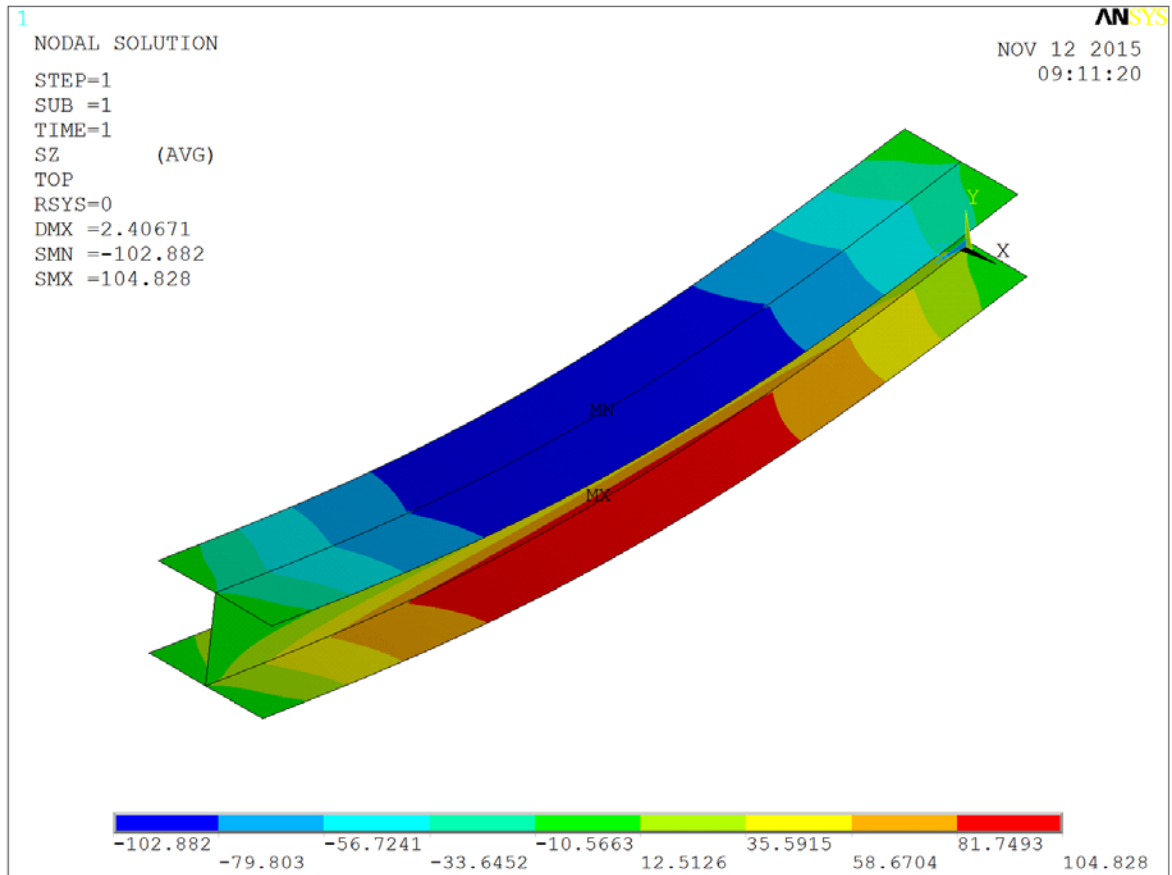
$L = 2000 \text{ mm}$

$t = 10 \text{ mm}$

$H = 200 \text{ mm}$

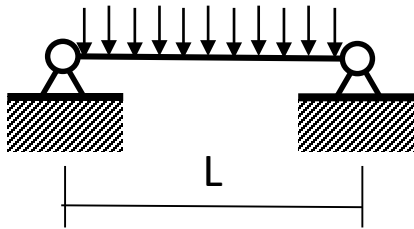
$\sigma_{zz, \max} = 100 \text{ MPa (Navier)}$

$B = 300 \text{ mm}$



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempio di trave appoggiata soggetta a carico uniforme



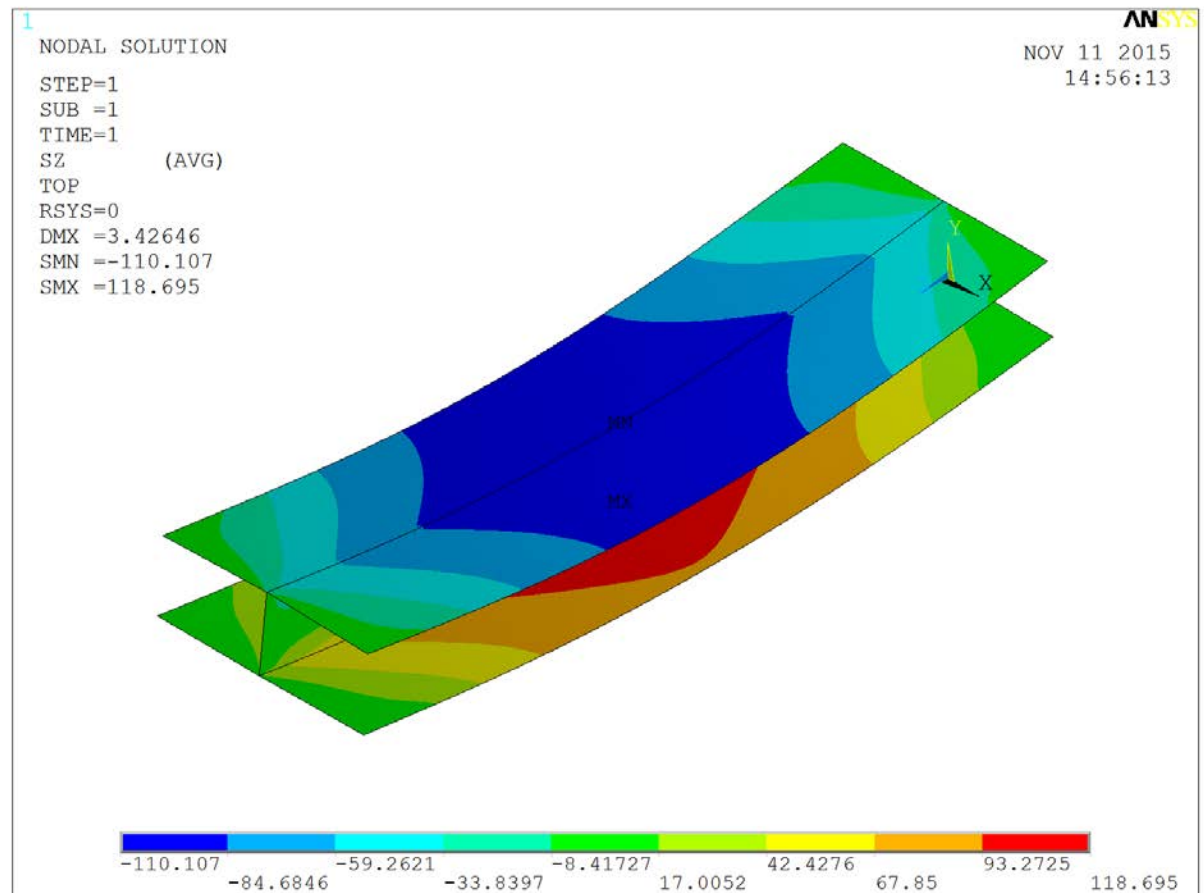
$B = 600 \text{ mm}$

$L = 2000 \text{ mm}$

$t = 10 \text{ mm}$

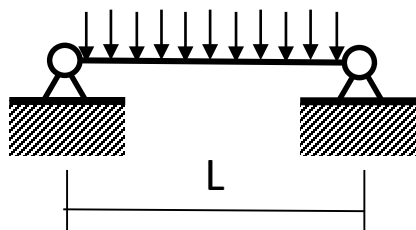
$H = 200 \text{ mm}$

$\sigma_{zz, \max} = 100 \text{ MPa}$ (Navier)



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempio di trave appoggiata soggetta a carico uniforme



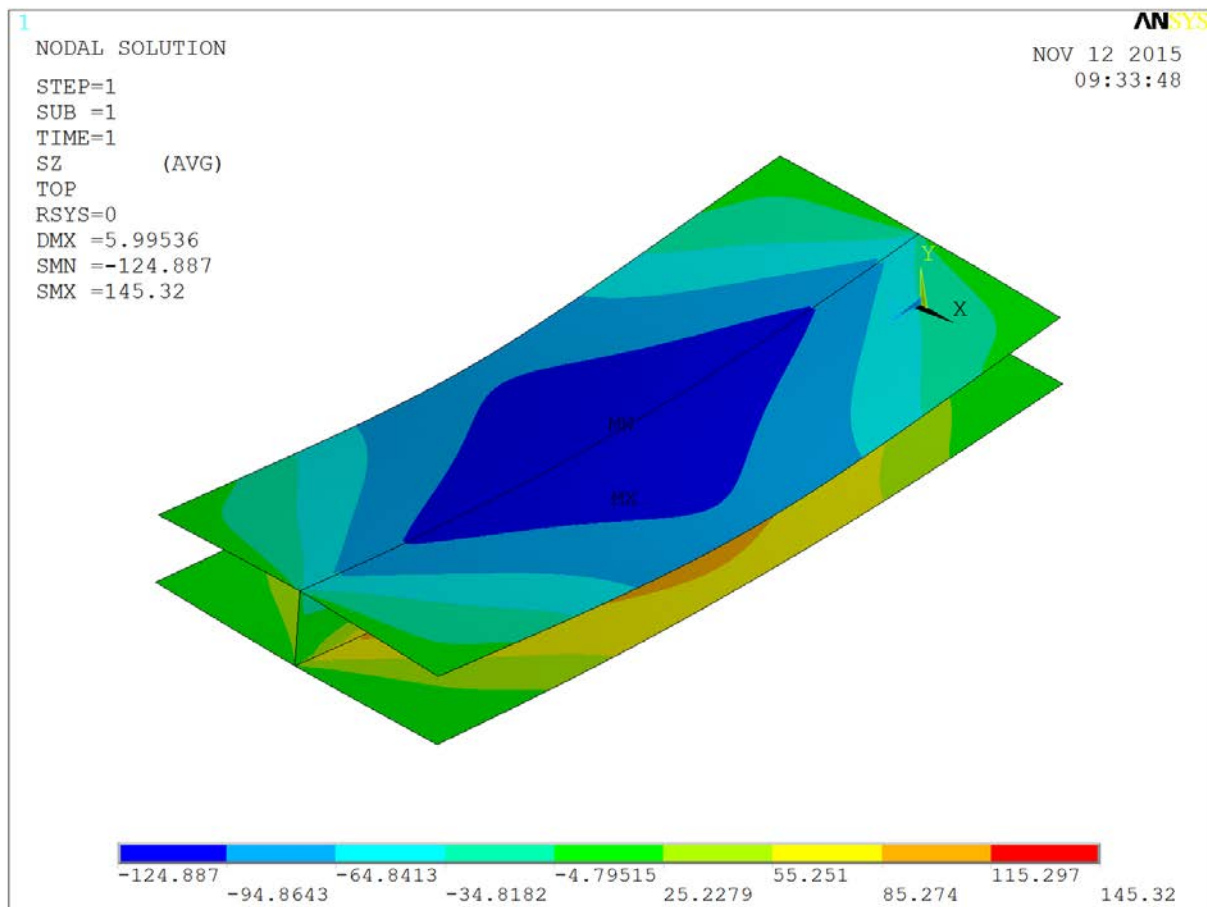
$B = 900 \text{ mm}$

$L = 2000 \text{ mm}$

$t = 10 \text{ mm}$

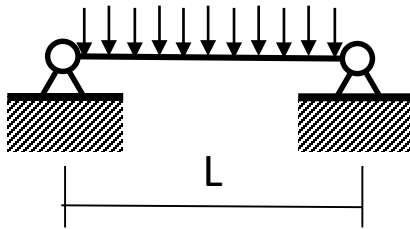
$H = 200 \text{ mm}$

$\sigma_{zz, \max} = 100 \text{ MPa}$ (Navier)



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempio di trave appoggiata soggetta a carico uniforme



$L = 2000 \text{ mm}$

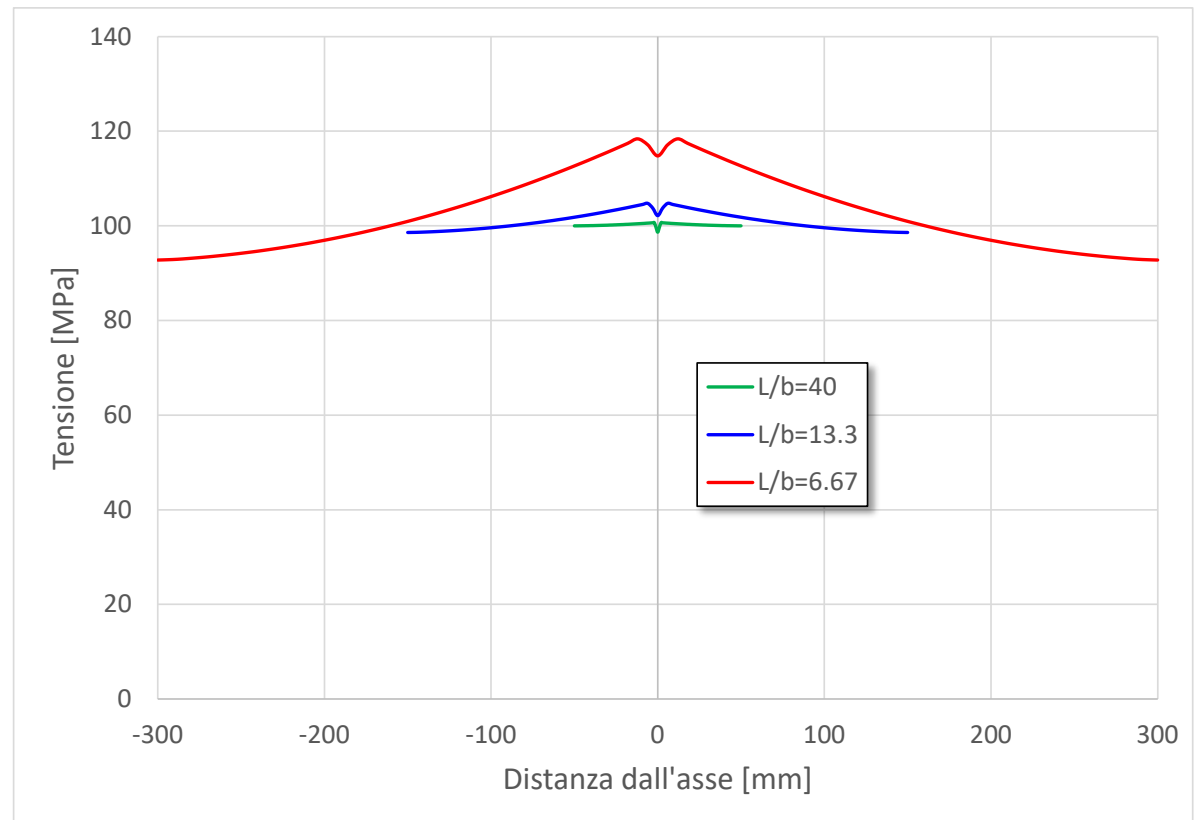
$t = 10 \text{ mm}$

$H = 200 \text{ mm}$

$\sigma_{zz, \max} = 100 \text{ MPa}$ (Navier)

$b = B/2$

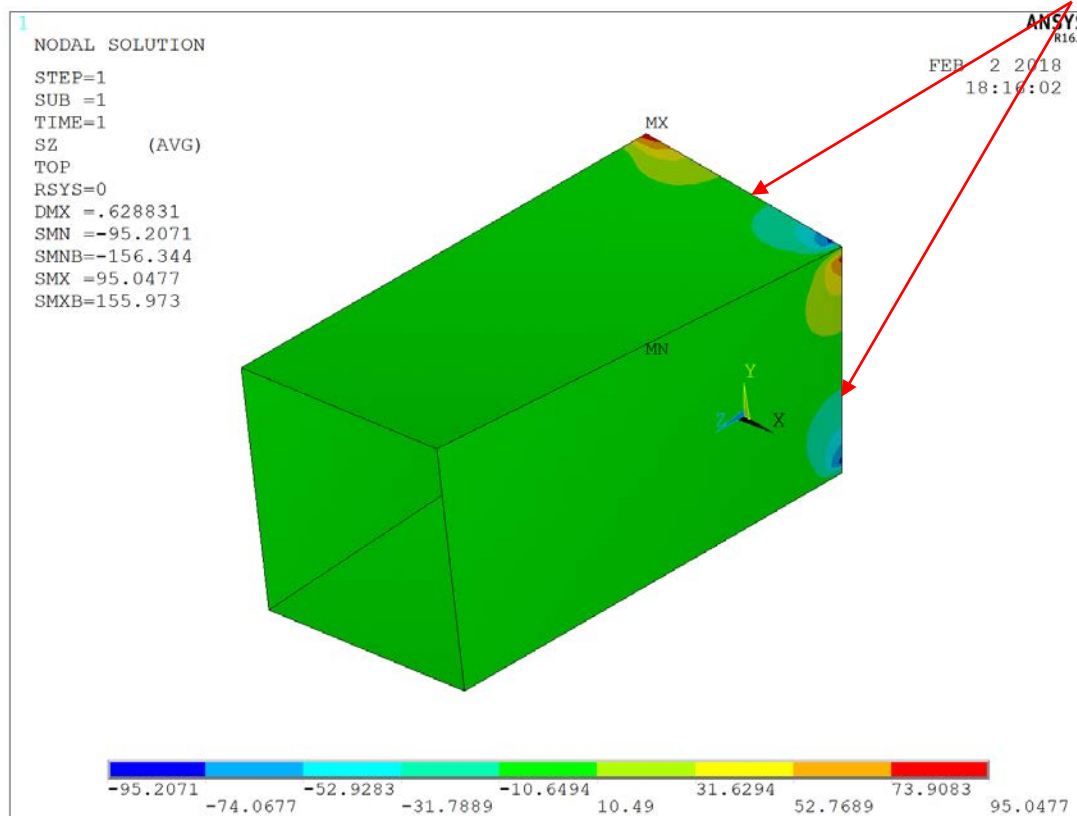
Andamento delle tensioni σ_{zz} sull'ala tesa



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempi: tensioni « σ_{zz} » da «warping» impedito in trave a mensola a cassone soggetta a torsione uniforme, in prossimità dell'incastro

Incastro



B= 200 mm

t= 10 mm

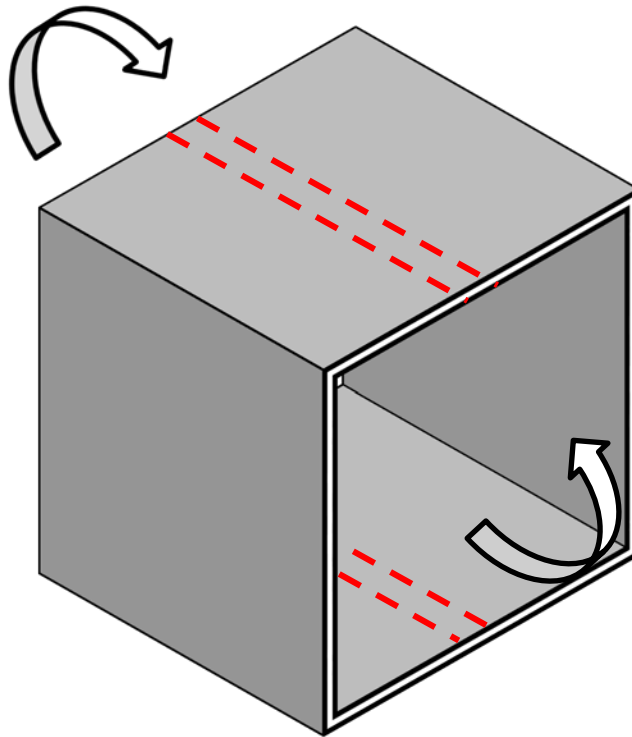
H= 200 mm

$\tau_{\max} = 100$ MPa (Bredt)

Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Un altro effetto in grado di variare la distribuzione di tensioni in una sezione in parete sottile è il cosiddetto «curling».

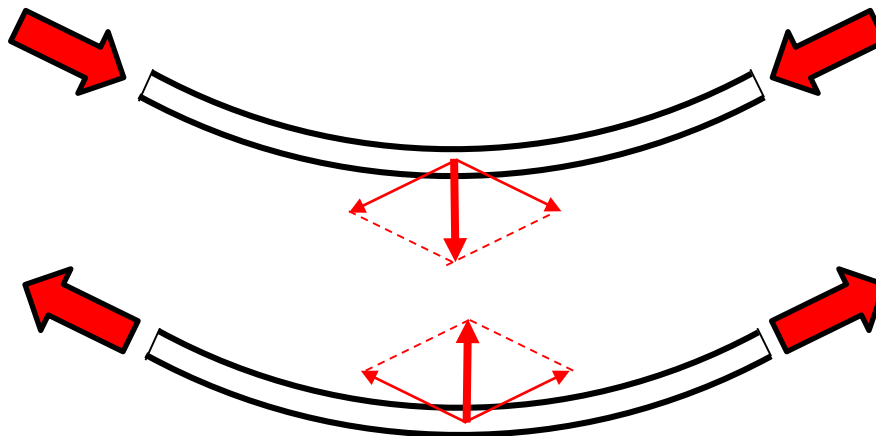
Si analizzi, ad esempio, la distribuzione di tensione in una trave scatolaata inflessa



Si consideri adesso una sottile striscia di materiale ritagliata nella flangia superiore o in quella inferiore, parallelamente alla direzione dell'asse.

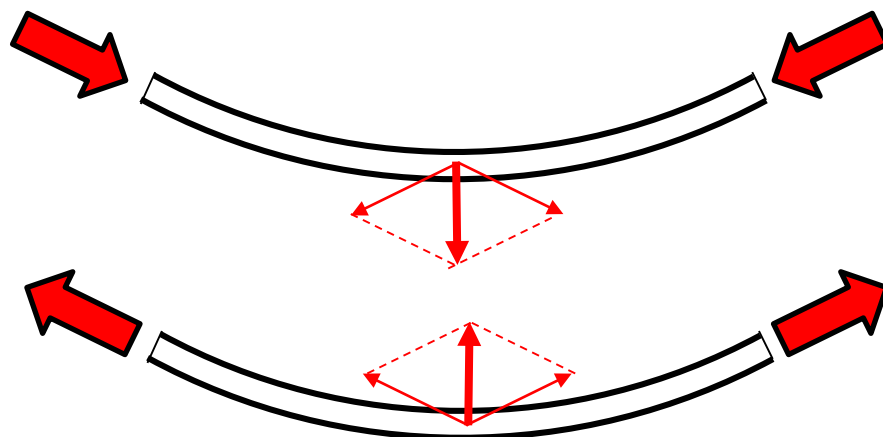
Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

La composizione delle due forze normali agenti sulla strisciolina in seguito alla flessione genera una forza trasversale diretta in modo da aumentare la deformazione, riducendo la rigidezza apparente della strisciolina stessa. Questo effetto, tipico, come noto, delle travi «snelle», si manifesta nelle zone lontane dalle parti verticali della sezione, nelle quali non si risente più in maniera significativa l'effetto irrigidente di queste ultime.



Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Questo effetto riduce la rigidità apparente delle zone delle flange più lontane dagli elementi verticali della sezione, determinando, di fatto, un trasferimento di carico da queste ultime alle regioni limitrofe.

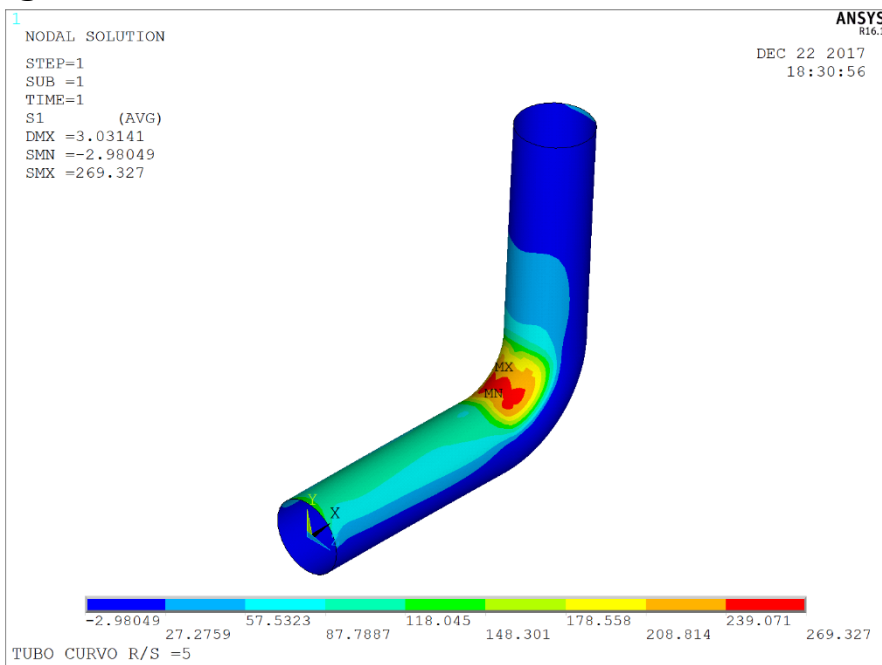


Anche per la analisi degli effetti di questo fenomeno sulle strutture meccaniche è possibile/conveniente ricorrere ad una idonea modellazione FEM (Es.: con elementi shell o brick). Anche in questo caso, la modellazione con elementi trave non risulta idonea.

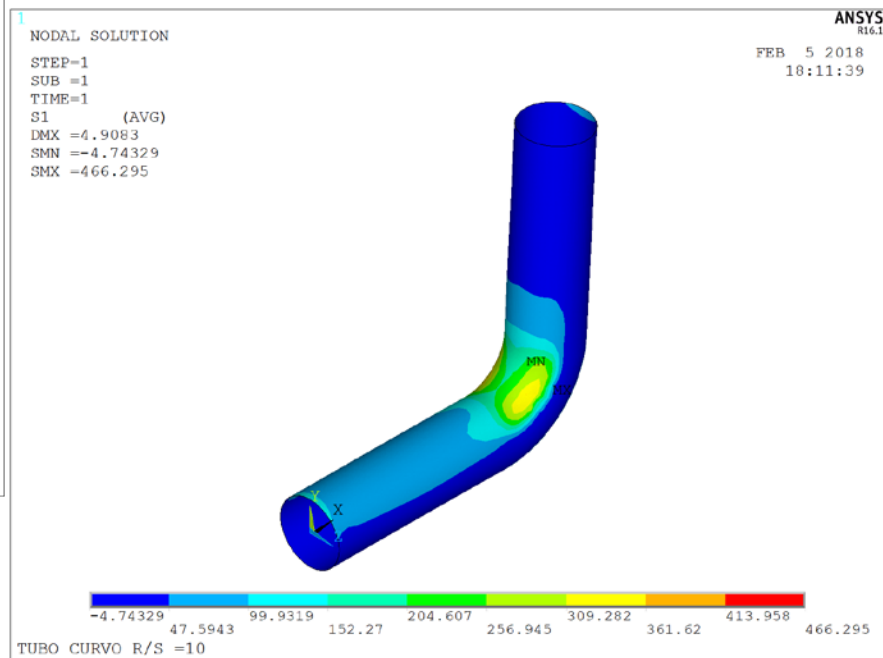
Sezioni in parete sottile – Distribuzioni di tensione/spostamento

Esempi: perturbazione tensioni « σ_{zz} » in tubo curvo soggetto a flessione, dovute principalmente al «curling» - Tubo curvo inflesso nel suo piano

Tubo spesso ($R/s = 5$): distribuzione alla Navier, salvo perturbazioni dovuta alla grande curvatura



Tubo sottile ($R/s = 10$): la fibra superiore risulta poco caricata, con il carico che passa dalle regioni verticali, più rigide



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità

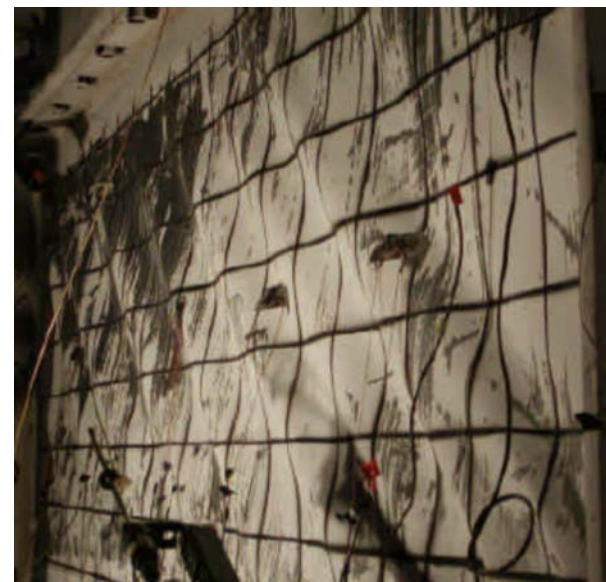
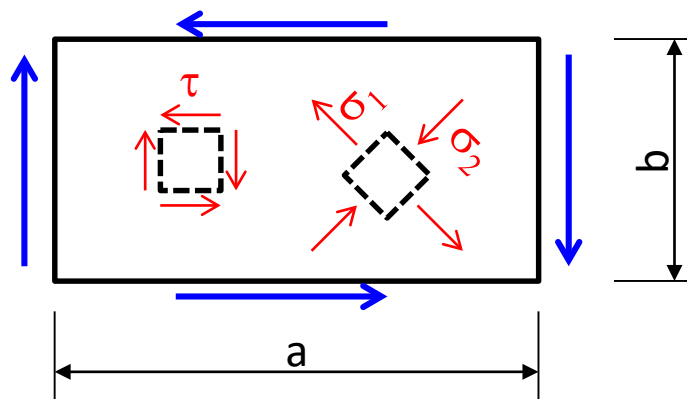
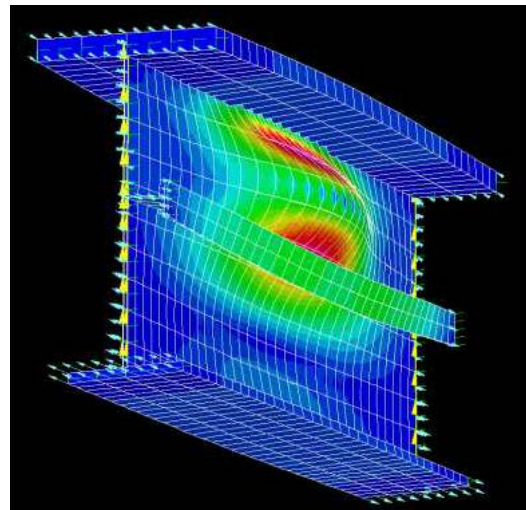
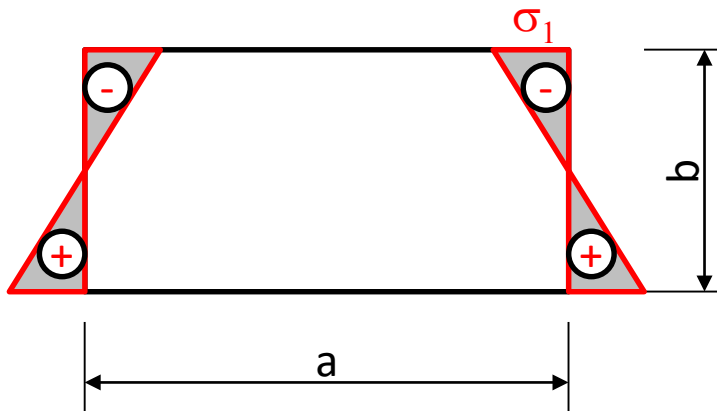
Per questo tipo di sezioni, oltre ai classici fenomeni di instabilità «a trave» (Eulero, flesso-torsionale), che coinvolgono l'intero elemento strutturale,



divengono rilevanti (nel senso che possono avvenire per livelli di carico minori dei precedenti) fenomeni di instabilità «locale», relativi ai diversi elementi che costituiscono la sezione stessa.

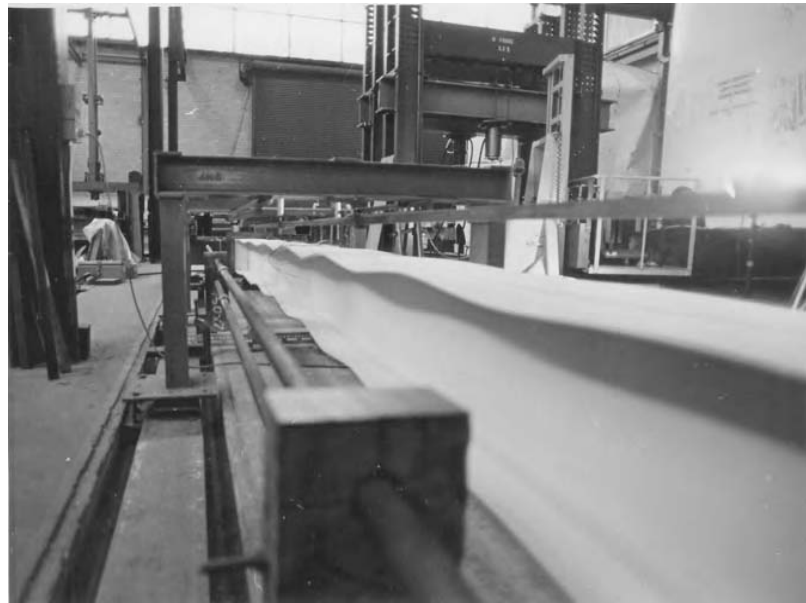


Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità: esempi



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità: esempi

Instabilità flange



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità

Queste forme di instabilità locale, in linea di principio, possono anch'esse essere previste utilizzando modelli FEM in grado di rappresentare la deformazione delle singole parti della sezione (shell o brick). Tuttavia le relative analisi sono piuttosto complesse e non sempre convenienti nella pratica progettuale.

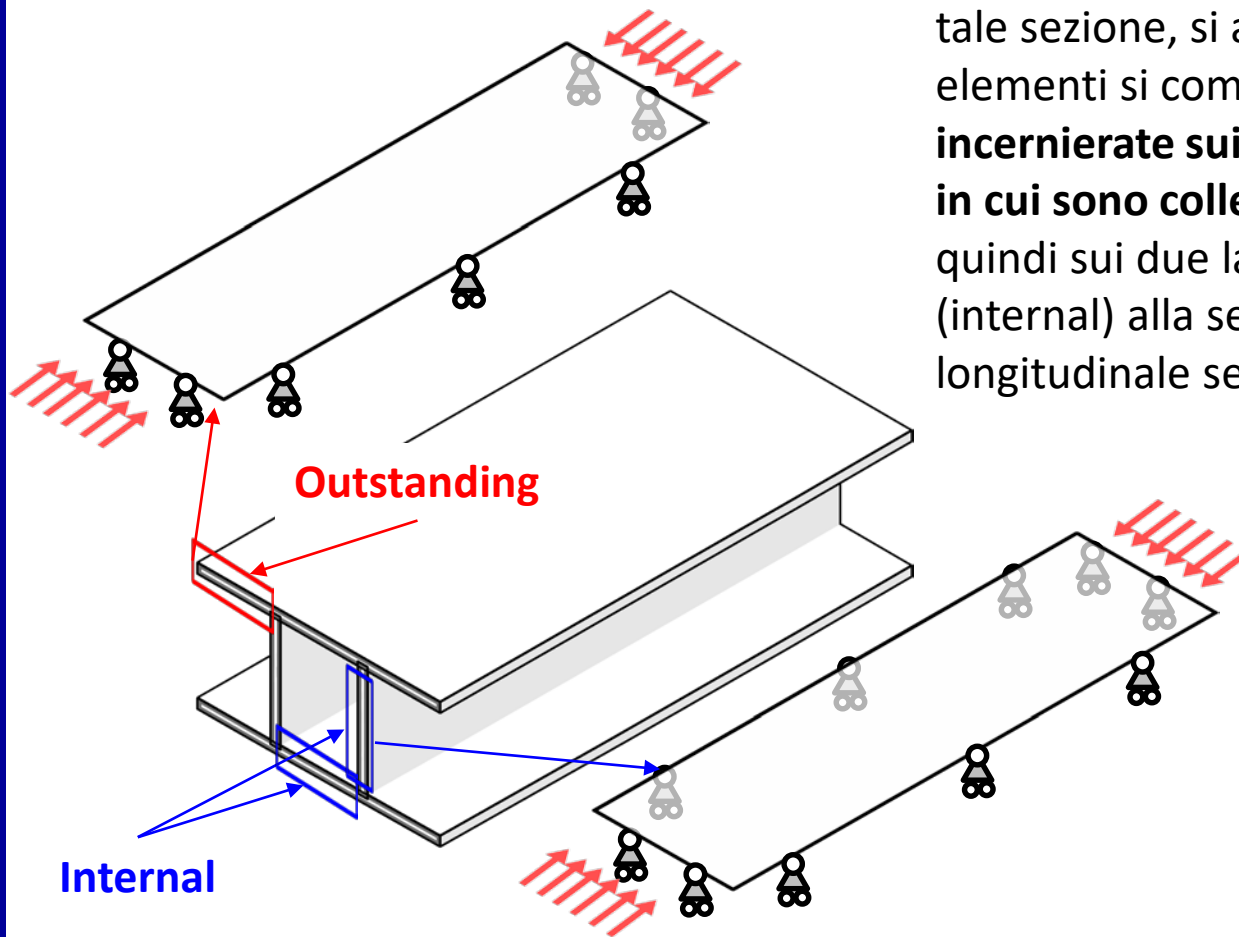
Risulta quindi utile disporre di modelli semplici e conservativi, che possano essere utilizzati, almeno in prima approssimazione, per analizzare il rischio di una perdita di stabilità della sezione.



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità

La maggior parte dei profilati in parete sottile risulta composto da elementi piani rettangolari (assimilabili a piastre) uniti tra di loro per saldatura o ottenuti per deformazione plastica.

Nel costruire un modello di instabilità di tale sezione, si assume che i suoi diversi elementi si comportino come **piastre incernierate sui lati trasversali e su quelli in cui sono collegate agli altri elementi**, quindi sui due lati longitudinali se interni (internal) alla sezione e su un solo lato longitudinale se esterni (outstanding).

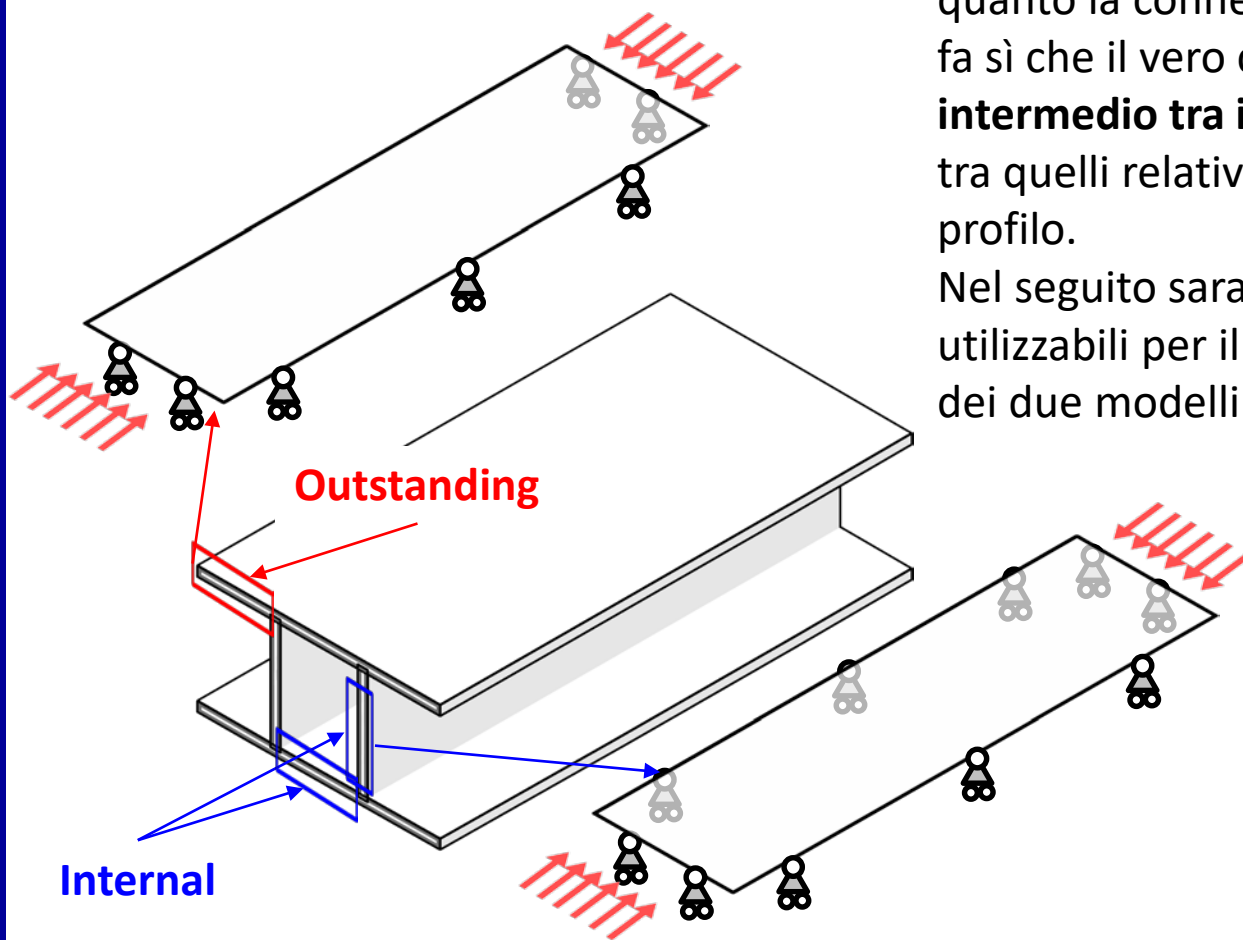


Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità

Il carico critico della trave viene assunto come **il più basso** tra quelli relativi ai diversi elementi componenti.

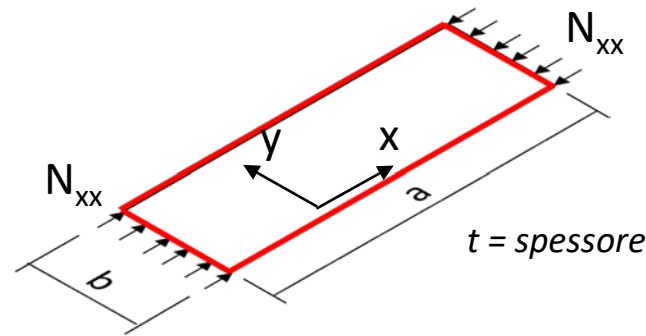
Questo approccio risulta cautelativo in quanto la connessione tra le diverse parti fa sì che il vero carico critico risulti **intermedio tra il più basso ed il più alto** tra quelli relativi ai vari elementi del profilo.

Nel seguito saranno introdotte le relazioni utilizzabili per il calcolo del carico critico dei due modelli di piastra indicati.



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

Si consideri una lastra rettangolare semplicemente appoggiata su tutti i bordi e soggetta ad un carico di compressione lungo due lati opposti.



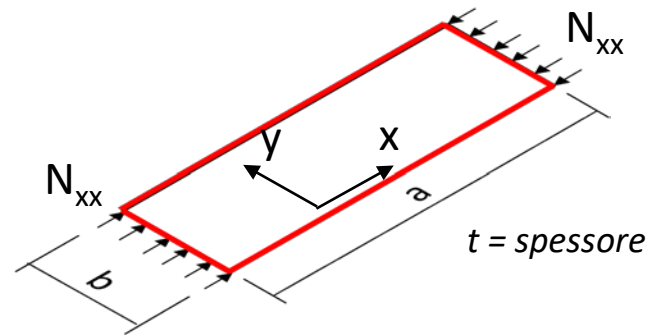
L'equazione generale delle piastre per il caso in esame fornisce:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + N_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

L'equazione, simile a quella delle trave di Eulero, considera l'effetto delle azioni membranali sulle azioni flettenti, prodotto dall'eventuale incurvamento del piano medio.

Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

Si consideri una lastra rettangolare semplicemente appoggiata su tutti i bordi e soggetta ad un carico di compressione lungo due lati opposti.



L'equazione generale delle piastre per il caso in esame fornisce:

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + N_{xx} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$

$$D = \frac{E \cdot t^3}{12(1-\nu^2)}$$

con le c.c.:

$$\left\{ \begin{array}{l} w(0, y) = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=0} = 0 \\ w(a, y) = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=a} = 0 \\ w(x, 0) = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=0} = 0 \\ w(x, b) = 0 \quad \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{y=b} = 0 \end{array} \right.$$

Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

La soluzione generale proponibile, che soddisfa le c.c., è del tipo:

$$w(x, y) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

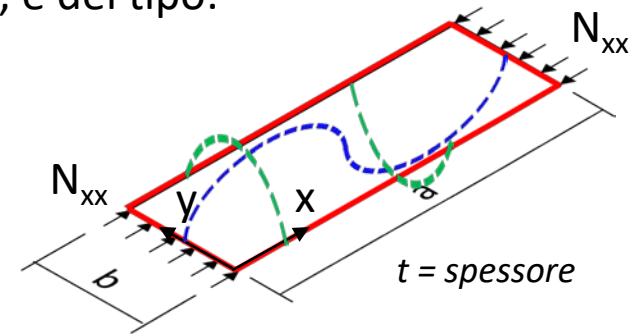
che, sostituita nell'equazione generale, fornisce:

$$\left\{ D \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 \right) - N_{xx} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) = 0$$

L'equazione è identicamente soddisfatta se:

$$D \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 \right) = N_{xx} \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 \quad \text{Divisione di entrambi i membri per } \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2$$

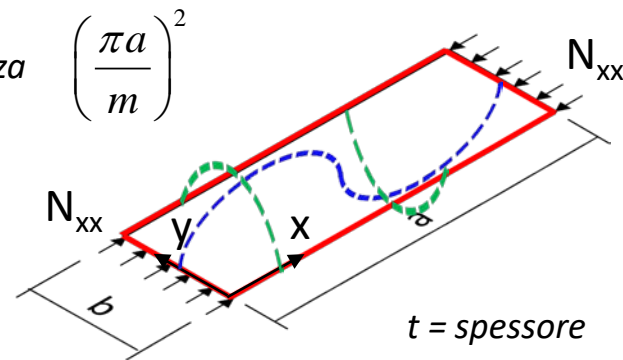
$$D \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + 2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \frac{\left(\frac{n\pi}{b} \right)^4}{\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2} \right) = N_{xx}$$



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

$$D \left(\left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + 2 \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^4 + \left(\frac{m\pi}{a} \right)^4 \right) = N_{xx}$$

Si mette in evidenza $\left(\frac{\pi a}{m} \right)^2$



$$D \left(\frac{\pi a}{m} \right)^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{n}{b} \right)^2 \left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^4 \right) = N_{xx}$$

$$N_{xx} = D \left(\frac{\pi a}{m} \right)^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right)^2$$

Il valore minimo di N_{xx} (N_{cr}) si ottiene, ovviamente, per $n=1$ (1 semionda sul lato corto b) :

$$N_{cr} = D \left(\frac{\pi a}{m} \right)^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 \right)^2$$

Dividendo e moltiplicando per b^2

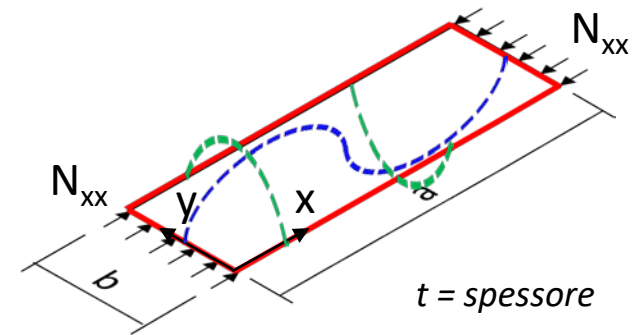
$$N_{cr} = D \frac{\pi^2}{b^2} \left(\frac{ab}{m} \right)^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 \right)^2$$

Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

$$N_{cr} = D \frac{\pi^2}{b^2} \left(\frac{ab}{m} \right)^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 \right)^2 \quad \text{Svolgendo i calcoli}$$

$$N_{cr} = D \frac{\pi^2}{b^2} \left(\frac{ab}{m} \frac{m^2}{a^2} + \frac{ab}{m} \frac{1}{b^2} \right)^2 = D \frac{\pi^2}{b^2} \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$$

Posto: $k_\sigma = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$



Si ottiene:

$$N_{cr} = k_\sigma D \frac{\pi^2}{b^2}$$

Da cui:

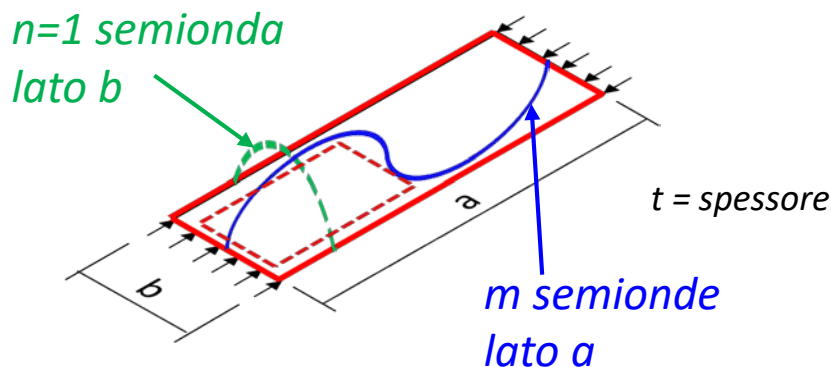
$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{t} = k_\sigma \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t} \right)^2}$$

Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

Il valore della tensione critica è ottenuto per $n=1$ (una semi-onda lungo il lato b). Il valore stesso varia con m (numero di semionde lungo il lato a) ed il rapporto $\alpha = a/b$ secondo la legge:

$$\sigma_{crit} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

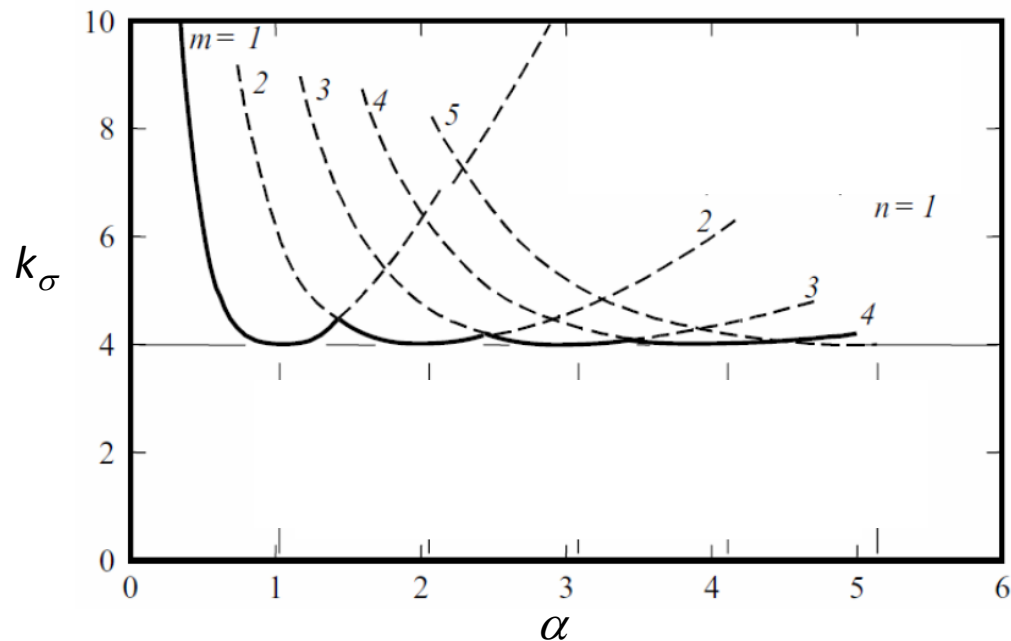
$$k_{\sigma} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right)^2$$



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

$$\sigma_{crit} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

$$k_{\sigma} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m}\right)^2$$



Valore minimo di k_{σ} , dato α :

$$\frac{dk_{\sigma}}{dm} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\alpha}{m^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad m = \alpha$$

Il valore minimo di k_{σ} si ottiene per semionde il più vicino possibile ad avere le stesse dimensioni nelle due direzioni

Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

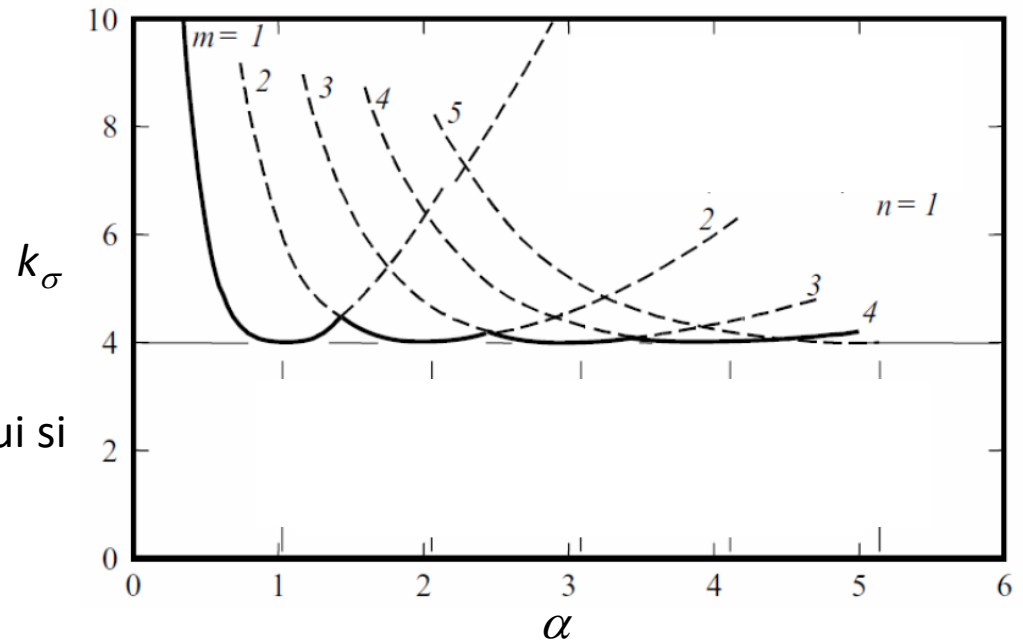
Valore minimo di k_σ per

$$m = \alpha \quad \downarrow \quad \downarrow \quad k_\sigma = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2$$

$$k_\sigma = \left(\frac{\alpha}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha} \right)^2 = 4$$

NB: Il valore minimo di k_σ è indipendente da m e pari a 4 per cui si può porre cautelativamente, per qualunque valore di α :

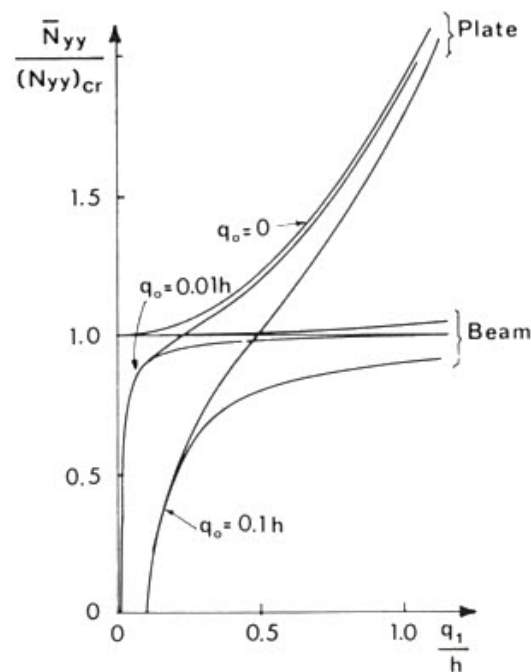
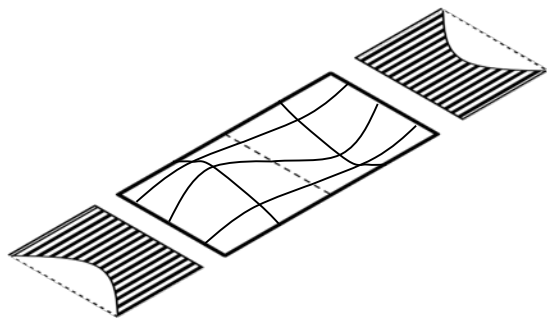
$$\sigma_{crit} \approx \frac{\pi^2 E}{3(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t} \right)^2}$$



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

La rigidità membranale post-buckling della lastra è molto superiore a quella assiale della trave:

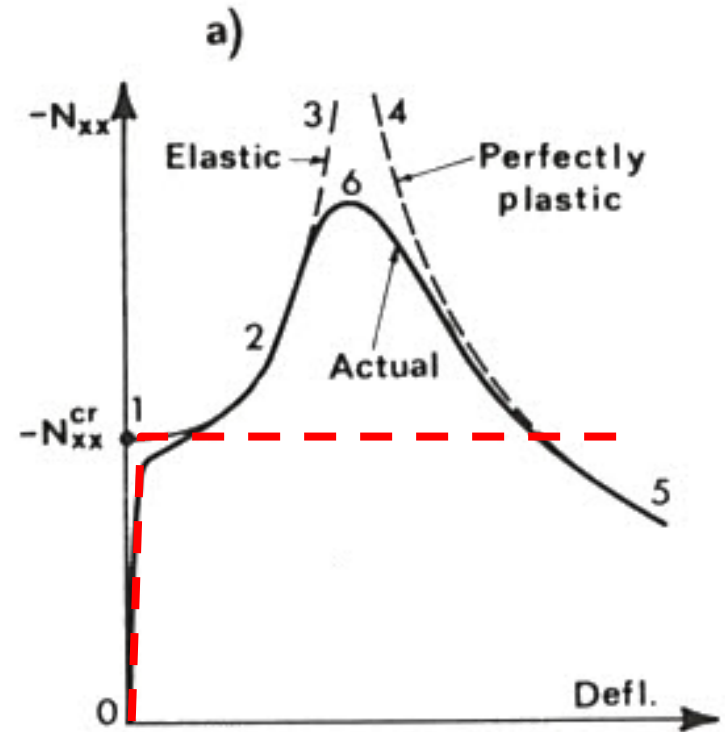
Nella trave lo stato di tensione è uniforme sulla sezione, mentre nella lastra si possono avere trasferimenti di sollecitazione dalla zona centrale, dove l'imbozzamento è elevato e quindi la rigidità bassa, alle zone laterali nelle quali l'imbozzamento è limitato e la rigidità maggiore.



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

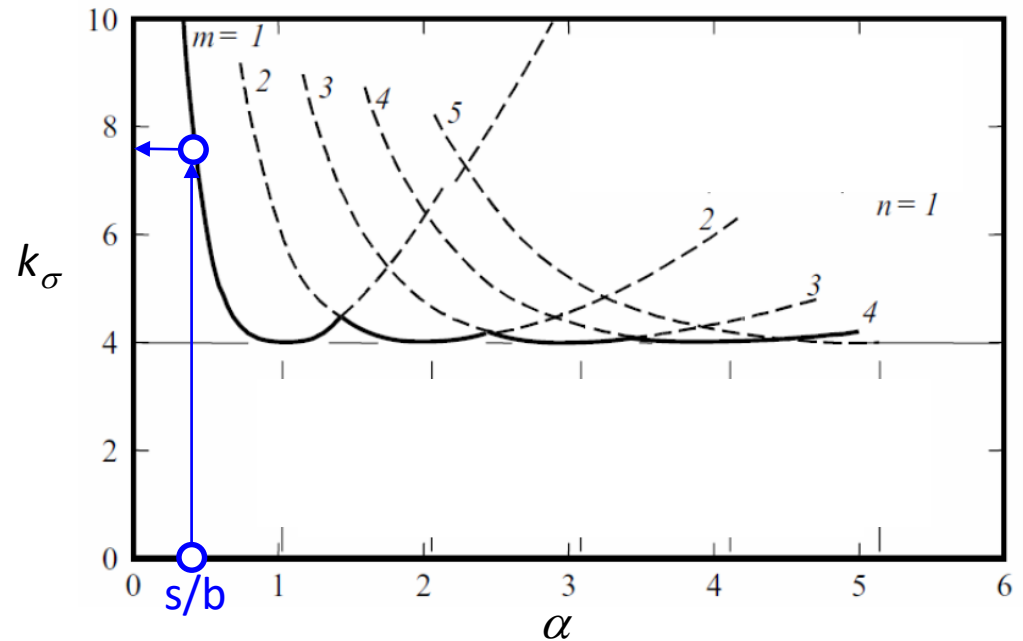
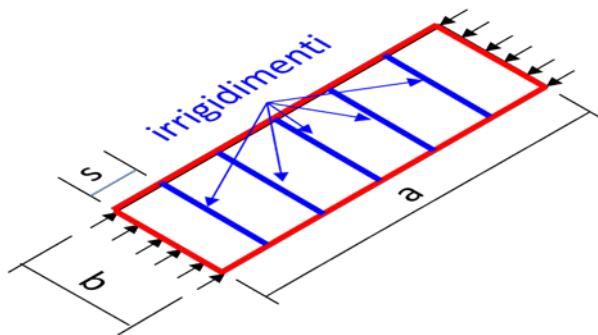
L'andamento del carico in funzione dello spostamento massimo laterale, fino al collasso elasto-plastico finale è mostrato indicativamente nella Figura.

Questo andamento può essere approssimato (cautelativamente) con un andamento bi-lineare, che, di fatto, trascura le possibili riserve di resistenza legate al comportamento post-buckling



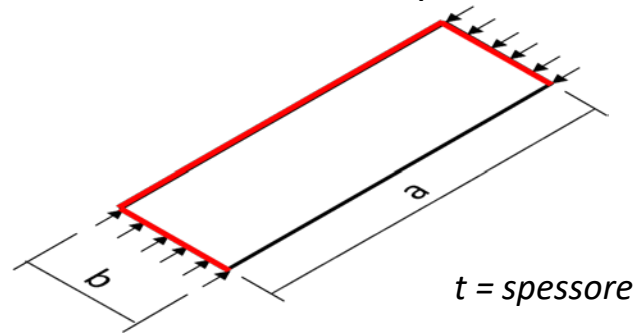
Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata sui 4 bordi)

OSS: se si vuole aumentare la tensione critica è necessario introdurre irrigidimenti aventi una spaziatura minore di b .

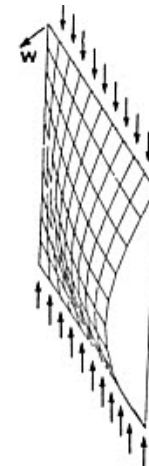


Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata su 3 bordi)

Si consideri adesso una lastra semplicemente appoggiata su tre bordi (in rosso) e libera sul quarto, soggetta ad un carico di compressione.



La lastra raggiungerà l'instabilità assumendo, anche in questo caso, una superficie deformata a doppia curvatura:



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (lastra appoggiata su 3 bordi)

Il valore minimo della tensione critica ha la stessa espressione generale del caso precedente:

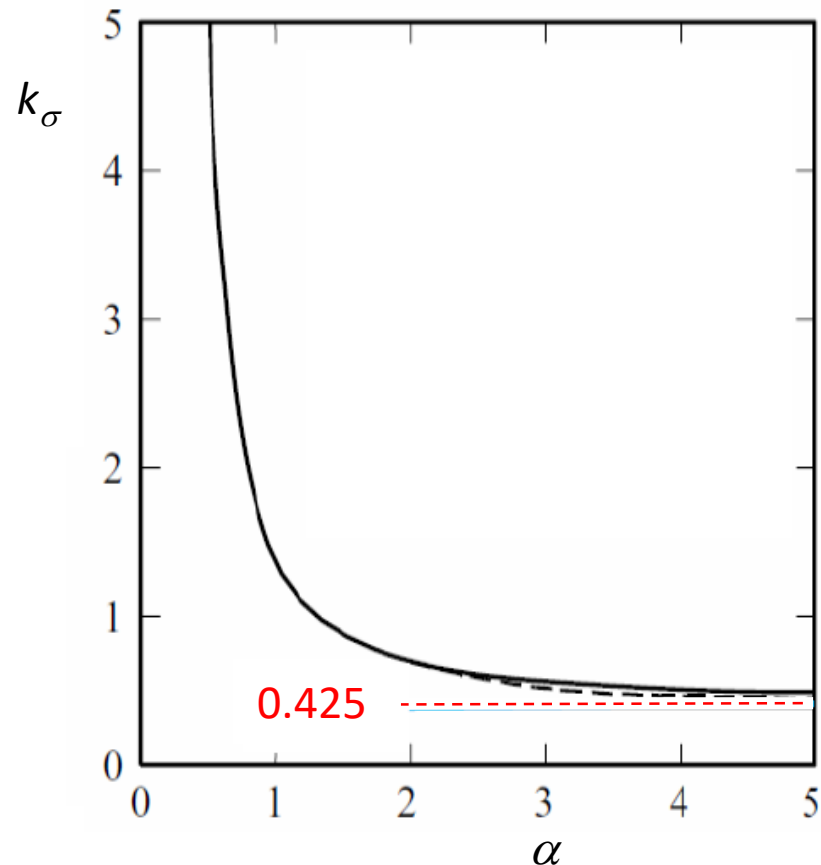
$$\sigma_{crit} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

Per α relativamente grande (lastre allungate) si può porre:

$$k_{\sigma} = \left(0.425 + \frac{1}{\alpha^2} \right)$$

Al limite:

$$\sigma_{crit} \approx \frac{0.425 \cdot \pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$



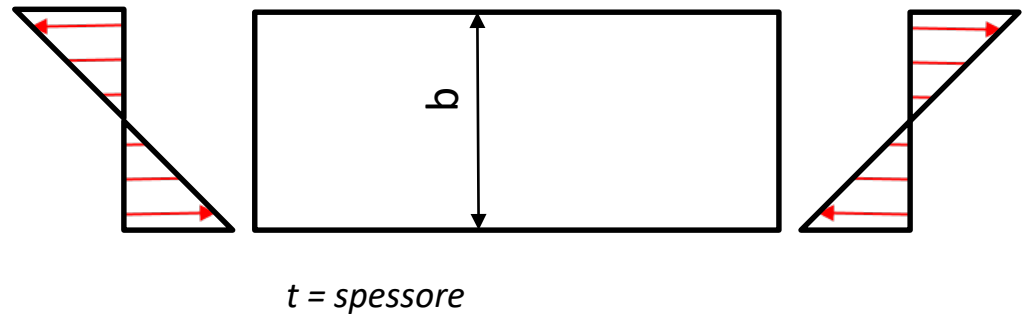
Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (altri casi notevoli)

Nel caso in cui la lastra, appoggiata su 4 lati, sia sollecitata a flessione si può porre:

$$\sigma_{crit} = k_{\sigma} \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

Con :

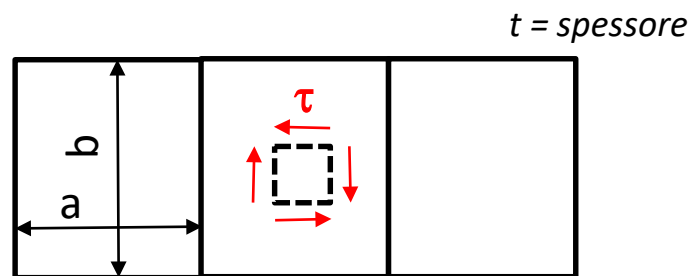
$$k_{\sigma} = 23.9$$



Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (altri casi notevoli)

Nel caso in cui la lastra, appoggiata su 4 lati, sia sollecitata a taglio, si può porre:

$$\tau_{crit} = k_{\tau} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$



Con :

Caso $a \geq b$

$$k_{\tau} = 5.34 + 4.00 \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

Caso $a < b$

$$k_{\tau} = 4.00 + 5.34 \left(\frac{b}{a}\right)^2$$

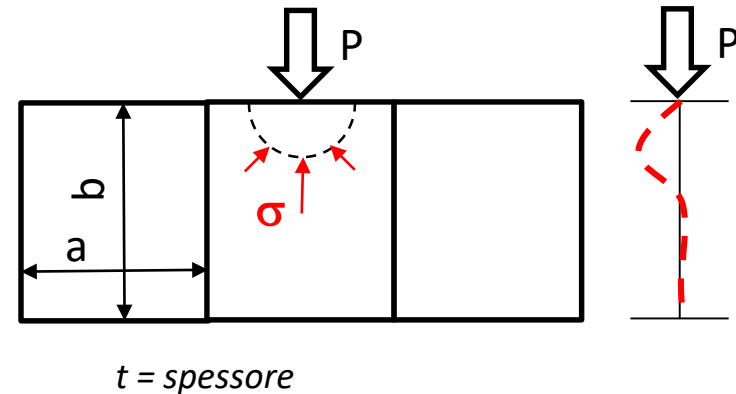


Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità (altri casi notevoli)

Nel caso in cui ad una trave, ad esempio a doppio T, sia applicato un carico localizzato (Es: la ruota di una gru) l'anima subisce tensioni verticali di compressione sotto il carico, dalle quali possono derivare fenomeni di instabilità locale:

Il modello base per il calcolo del valore critico di P è quello di una piastra di larghezza unitaria:

$$P_{cr} = k_F \frac{\pi^2 D}{b} = k_F \frac{\pi^2 E t^3}{12(1-\nu^2)b}$$



k_F è un coefficiente, derivato essenzialmente da dati sperimentali, che tiene conto della effettiva geometria, della distanza dei rinforzi verticali «a», della larghezza su cui si può ragionevolmente ritenere applicato il carico, etc. Nei casi contemplati dall'EC3, varia tra 2 e 6.

Sezioni in parete sottile – Fenomeni di instabilità

OSS: i fenomeni di instabilità locale analizzati non dipendono dalla lunghezza «L» della trave (si noti come i valori critici siano indipendenti da L).

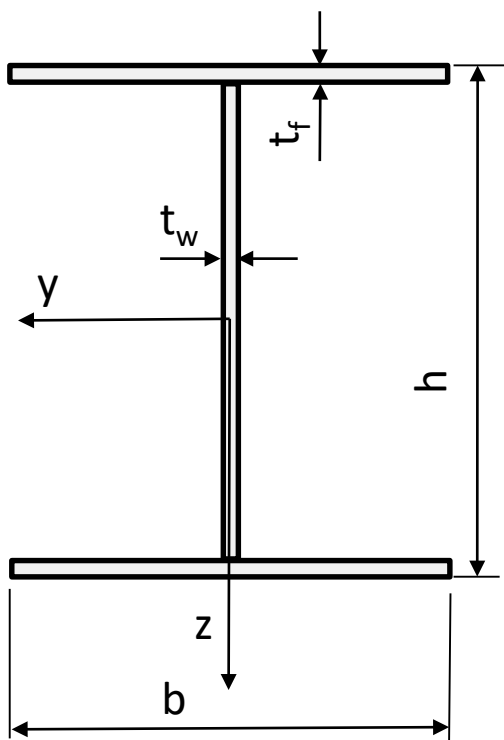
I fenomeni di instabilità globale dipendono invece dalla lunghezza della trave. Ad esempio, il carico critico Euleriano di compressione è dato da:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EJ}{L^2}$$

e tende a diminuire rapidamente all'aumentare di L. Di conseguenza, i fenomeni di instabilità locale tenderanno a divenire prevalenti al ridursi della «snellezza» della trave, mentre quelli di instabilità tenderanno a prevalere per valori elevati della stessa.

Esercizio E-1

Calcolare il carico assiale critico per instabilità locale ed Euleriana di una trave semplicemente appoggiata agli estremi, la cui sezione è mostrata in Figura. Calcolare per quale lunghezza della trave stessa, l'instabilità euleriana si verifica prima di quella locale.



$$h = 500 \text{ mm}$$

$$b = 300 \text{ mm}$$

$$t_f = 8 \text{ mm}$$

$$t_w = 8 \text{ mm}$$

$$L = 4500 \text{ mm}$$

Calcolo caratteristiche sezione :

$$A_0 := 2 \cdot t_f \cdot b + (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w = 8.672 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$I_z := 2 \cdot \frac{t_f \cdot b^3}{12} + \frac{(h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3}{12} = 3.602 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Instabilità flange (modello di piastra appoggiata su tre lati):

$$\sigma_{cr_f} := 0.425 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_0}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \left[\frac{\left(\frac{b - t_f}{2} \right)^2}{t_f} \right]} = 242.192 \cdot \text{MPa}$$

$$P_{cr_f} := \sigma_{cr_f} \cdot A_0 = 2.1 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Instabilità anima (modello di piastra appoggiata su quattro lati):

$$\sigma_{cr_w} := 4 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_0}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \left[\frac{(h - 2 \cdot t_f)^2}{t_w} \right]} = 207.418 \cdot \text{MPa}$$

$$P_{cr_w} := \sigma_{cr_w} \cdot A_0 = 1.799 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Instabilità Euleriana

$$P_{cr_E} := \pi^2 \cdot \frac{E_0 \cdot I_z}{L_0^2} = 3.687 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$L_{lim} := \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E_0 \cdot I_z}{A_0 \cdot \min(\sigma_{cr_f}, \sigma_{cr_w})}} = 6.442 \times 10^3 \cdot \text{mm}$$