UNIVERSITÀ DI PISA – ANNO ACCADEMICO 2002-3

CORSO DI LAUREA IN ING. ELETTRICA (N.O.)

CORSO DI MECCANICA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI MECCANICHE

VERIFICA INTERMEDIA – 24/1/2003

COGNOME E NOME **MATRICOLA**

___________________________________ ______________________

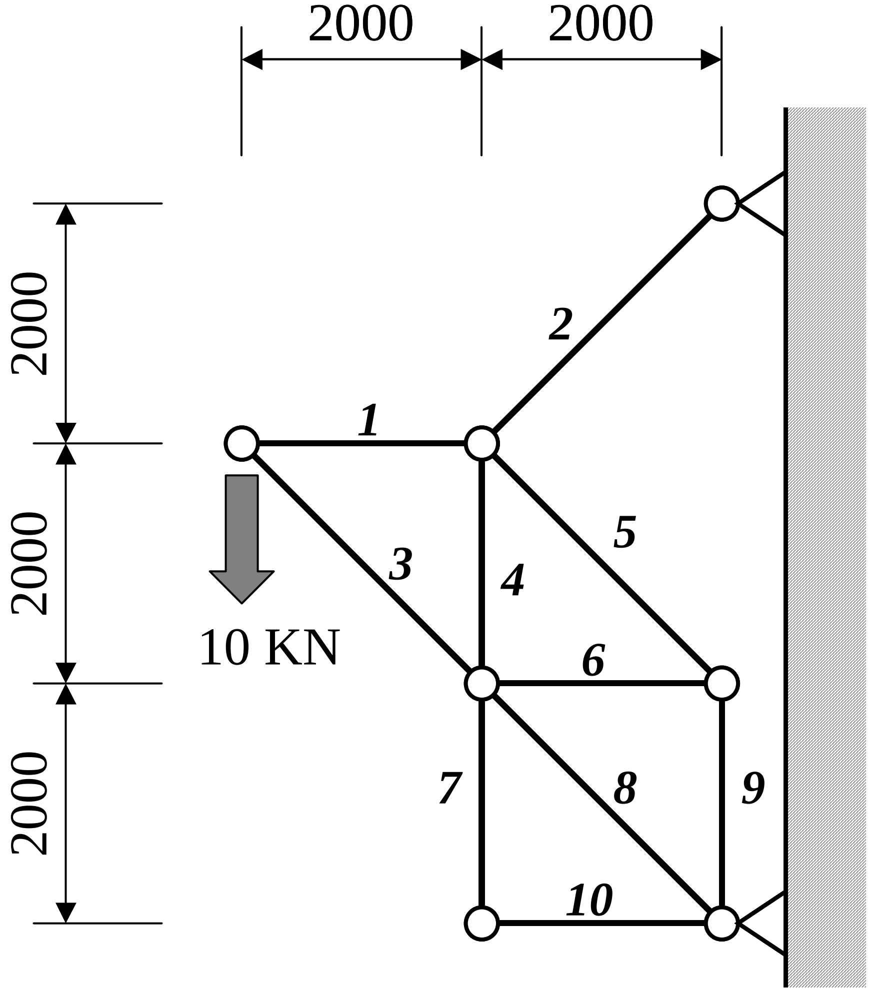
ESERCIZIO 1

Data la travatura reticolare piana mostrata in Figura, calcolare:

- reazioni vincolari
- Forza normale agente in ciascuna asta

Note:

- le aste sono identificate dal numero in corsivo riportato a fianco
- le dimensioni sono espresse in mm



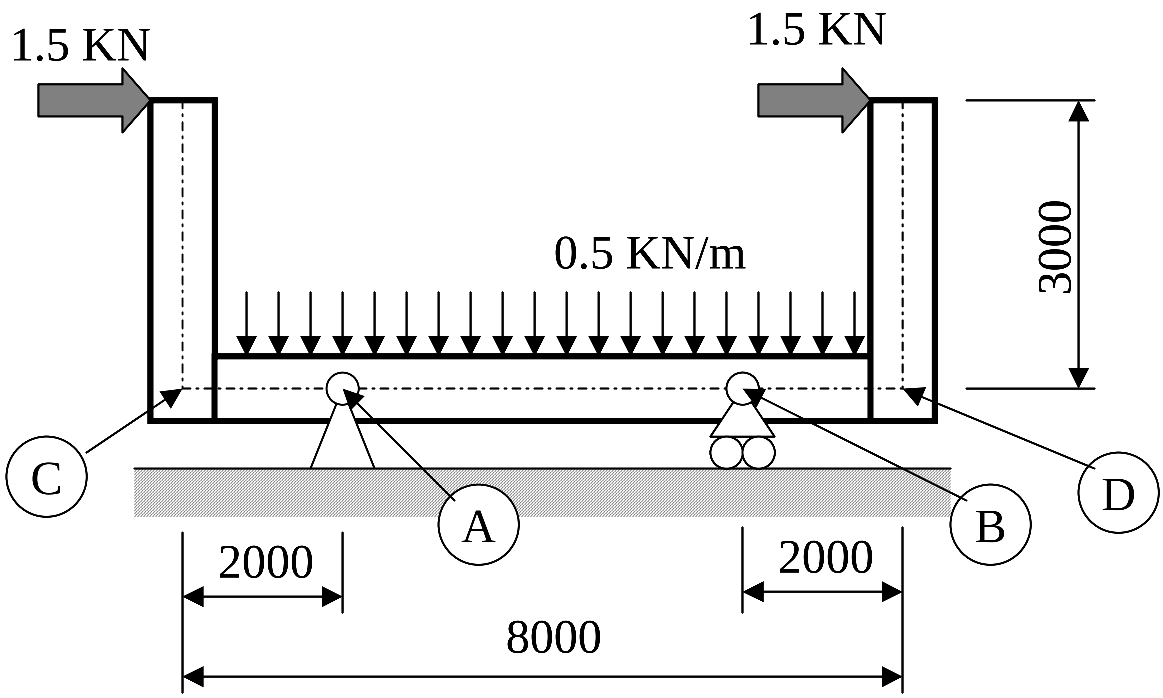
ESERCIZIO 2

Data la trave mostrata in Figura, soggetta a carichi concentrati e distribuiti:

- determinare le reazioni vincolari
- tracciare i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione, indicandone il valore numerico almeno nei punti "A", "B", "C" e "D".
- determinare i valori massimi (come valore assoluto) di ciascuna caratteristica di sollecitazione ed indicare la sezione in cui si verificano

Note:

- le dimensioni sono espresse in mm



ESERCIZIO 3

Data la sezione di trave mostrata in Figura, soggetta alle seguenti caratteristiche di sollecitazione:

- M_x = -100 KN m
- M_y = 50 KN m
- M_z = 50 KN m
- T_x = 0
- T_y = 200 KN
- N = 500 KN

e della quale è data la seguente proprietà geometrica:

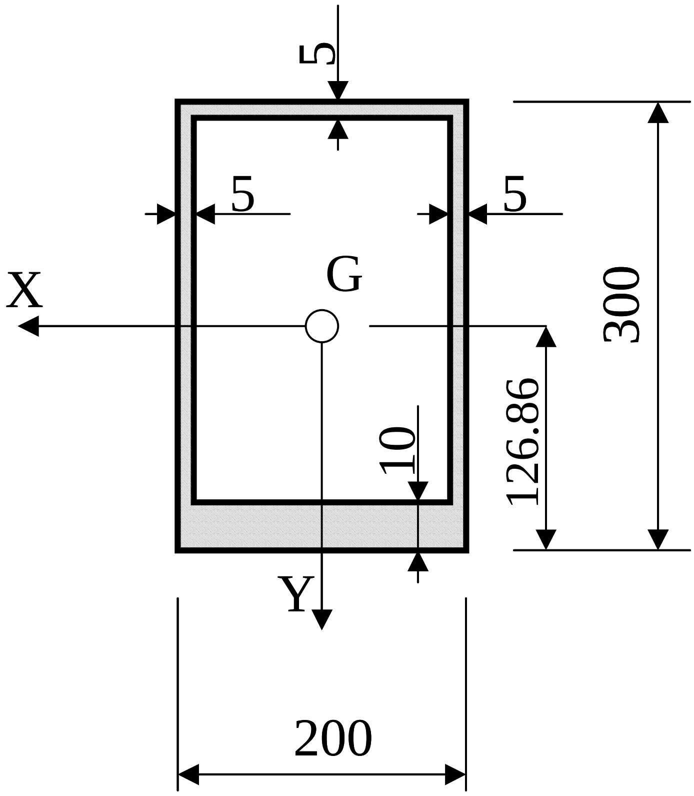
- J_x=8.00 10^7 mm^4

determinare, giustificando il risultato ottenuto:

- gli ulteriori parametri geometrici necessari per il calcolo delle tensioni (es. J_y, Area)
- il valore massimo (assoluto) della tensione normale agente sulla sezione ed il punto della sezione stessa in cui si verifica
- il valore massimo (assoluto) della tensione tangenziale agente sulla sezione ed il punto della sezione stessa in cui si verifica

Note:

- le dimensioni sono espresse in mm



UNIVERSITÀ DI PISA –ANNO ACCADEMICO 2002-3

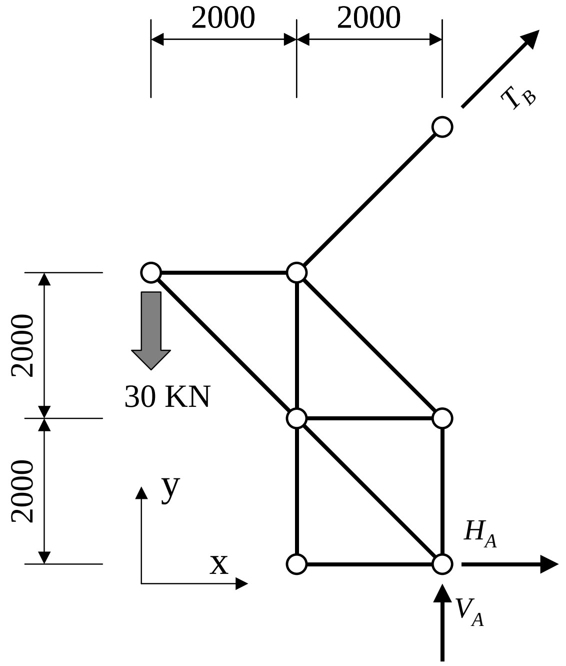
CORSO DI LAUREA IN ING. ELETTRICA (NO)
CORSO DI MECCANICA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI MECCANICHE

VERIFICA INTERMEDIA 24/01/2003

ESERCIZIO 1

CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI

Per il calcolo delle reazioni vincolari, stabilito un S.R. e sostituiti i vincoli con le appropriate reazioni incognite, si ricorre alle tre equazioni cardinali della statica. Si osservi che la reazione nel vincolo B (T_B), per l'equilibrio dell'asta 2, deve necessariamente essere diretta lungo l'asse dell'asta 2 stessa.



Equilibrio lungo "x": $R_x=0 \Rightarrow H_A + T_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

Equilibrio lungo "y": $R_y=0 \Rightarrow V_A + T_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 30 = 0$

Equilibrio a momento attorno a "z", polo "A": $M_{Z,A}=0 \Rightarrow 30KN \cdot 4m + T_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 6m = 0$

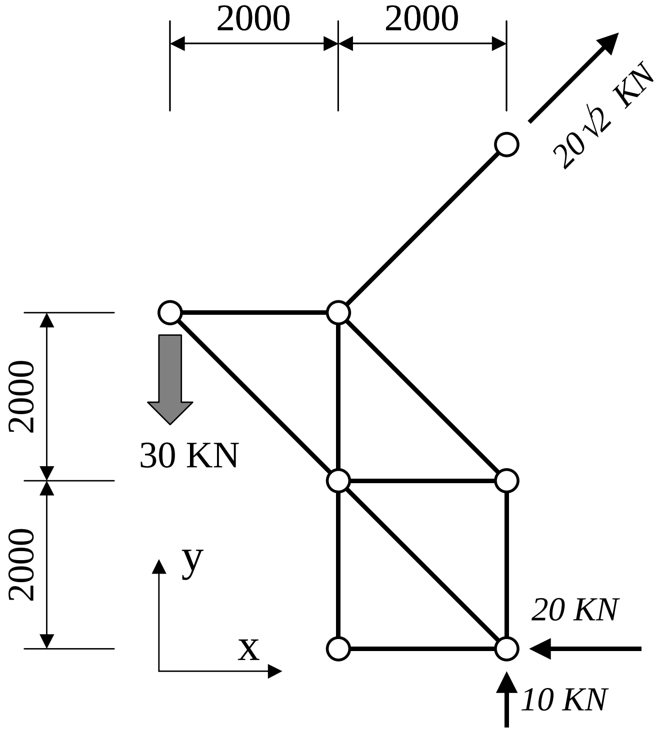
Risolvendo si ottiene:

$T_B = \frac{40}{\sqrt{2}}\ KN = 20\sqrt{2}\ KN$

$H_A = -20\ KN$

$V_A = 10\ KN$

Le reazioni vincolari effettive sono quindi dirette come rappresentato in Figura.



CALCOLO DEGLI SFORZI NORMALI NELLE ASTE

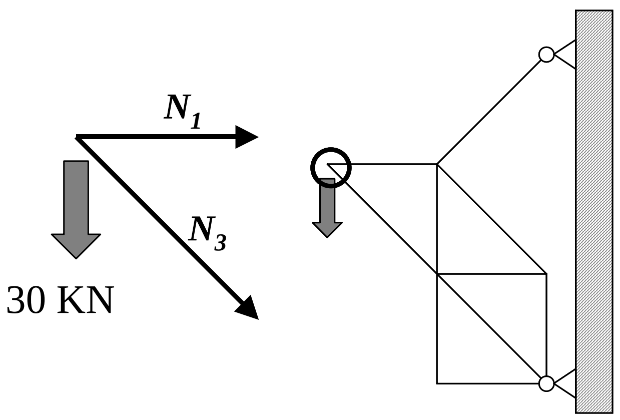
In primo luogo si noti come le aste 10 e 7 risultino sicuramente scariche, essendo convergenti in un nodo cui non sono applicate forze esterne. Pertanto è possibile asserire che:

$N_{10} = N_7 = 0$

Dall'equilibrio del vincolo B si deduce poi immediatamente che:

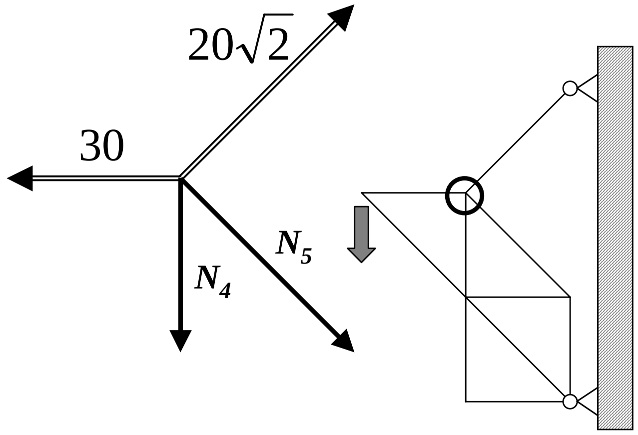
$N_2 = 20\sqrt{2}$

Sforzi nelle aste 1 e 3.



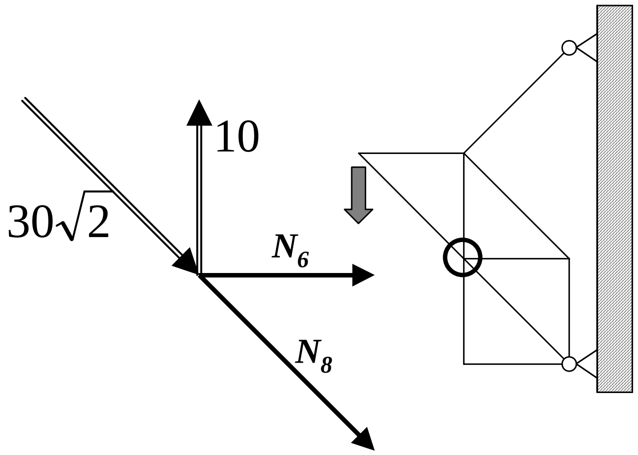
$$\begin{cases} R_x = 0 \Rightarrow N_1 + N_3 \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 0 \\ R_y = 0 \Rightarrow -N_3 \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 30 \\ N_3 = -30\sqrt{2} \end{cases}$$

Sforzi nelle aste 4 e 5.



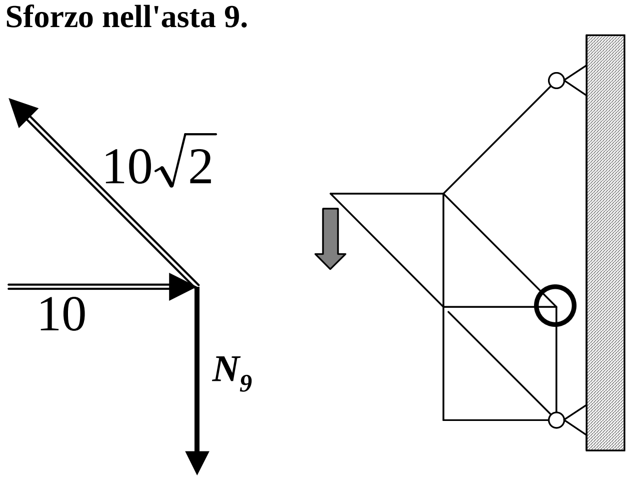
$$\begin{cases} R_x = 0 \;\Rightarrow\; N_5 \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 20 - 30 = 0 \\ R_y = 0 \;\Rightarrow\; -N_4 - N_5 \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_5 = 10\sqrt{2} \\ N_4 = 10 \end{cases}$$

Sforzi nelle aste 6 e 8.



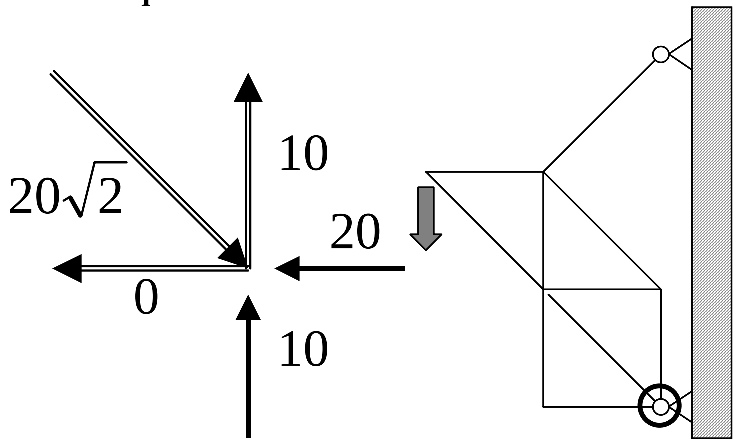
$$\begin{cases} R_x = 0 \;\Rightarrow\; N_6 + N_8 \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 30 = 0 \\ R_y = 0 \;\Rightarrow\; -N_8 \dfrac{\sqrt{2}}{2} + 10 - 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_6 = -10 \\ N_8 = -20\sqrt{2} \end{cases}$$

Sforzo nell'asta 9.



$$\begin{cases} R_x = 0 \;\Rightarrow\; 10 - 10 = 0 \; (verifica) \\ R_y = 0 \;\Rightarrow\; -N_9 + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_9 = 10 \end{cases}$$

Verifica equilibrio nodo vincolato A.



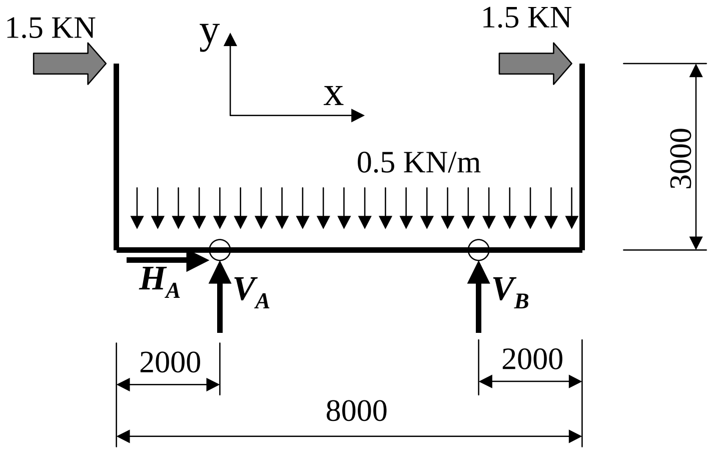
$$\begin{cases} R_x = 0 \Rightarrow 20 - 20 = 0 \\ R_y = 0 \Rightarrow 10 + 10 - 20 = 0 \end{cases}$$

NB: le verifiche del soddisfacimento dell’equilibrio dei nodi vincolati in base agli sforzi nelle aste ed alle reazioni vincolari non sono indispensabili, ma consigliabili in quanto consentono di evidenziare eventuali errori.

ESERCIZIO 2

CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI

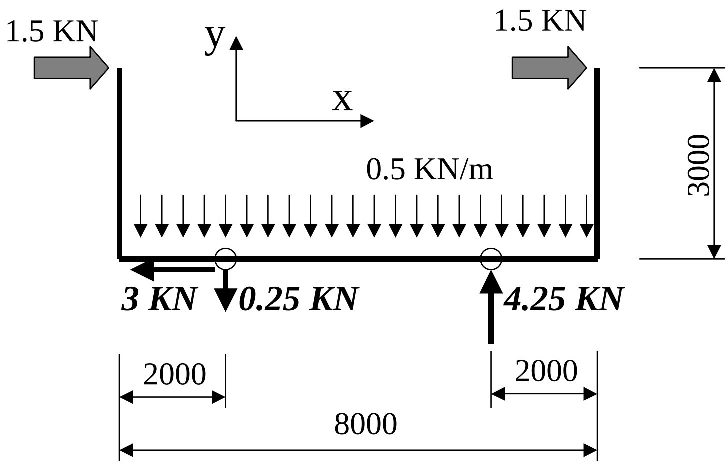
La struttura piana data è esternamente ed internamente isostatica e risulta caricata da forza concentrate e carichi distribuiti.
Stabilito un S.R., si sostituiscono i vincoli con le relative 3 reazioni incognite, ottenendo il diagramma di corpo libero riportato in Figura.



Le reazioni vincolari incognite possono quindi essere calcolate ricorrendo alle equazioni cardinali della statica.

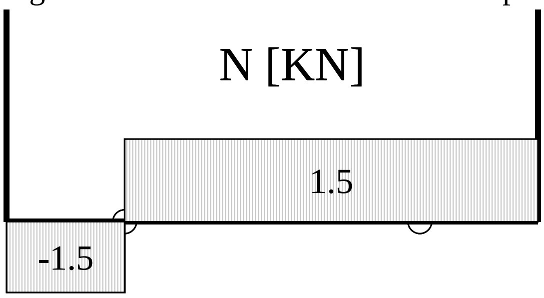
$$\begin{cases} R_X = 0 \Rightarrow 1.5 + 1.5 + H_A = 0 \\ R_Y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 0.5 \cdot 8 = 0 \\ M_Z = 0 \Rightarrow V_B \cdot 4 - 2 \cdot 1.5 \cdot 3 - 0.5 \cdot 8 \cdot 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_A = -3 KN \\ V_A = -0.25 \\ V_B = 4.25 KN \end{cases}$$

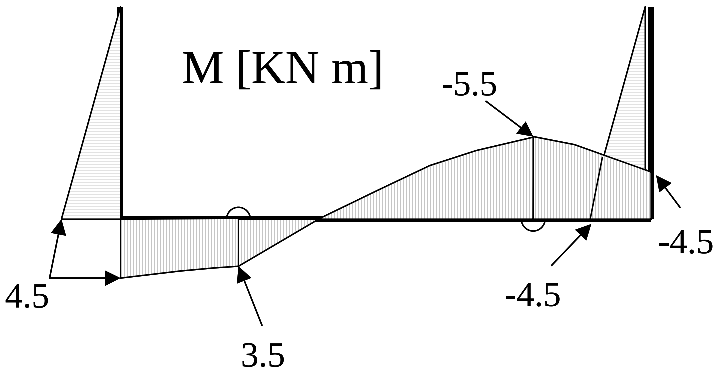
Si ottiene in tal modo il seguente diagramma riportante, in modulo e verso, tutte le frze esterne applicate alla struttura.

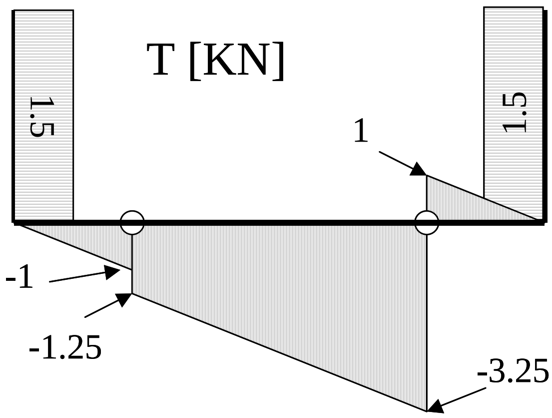


DIAGRAMMI DELLE CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Una volta note tutte le forze esterne (carichi e reazioni vincolari) applicate alla trave, è possibile tracciare i diagrammi delle 3 caratteristiche di sollecitazione
A tale scopo, considerata una generica sezione della trave, si stabilisce il consueto sistema di riferimento locale. Le caratteristiche di sollecitazione agenti nella sezione generica possono poi essere ottenute considerando le risultanti ed il momento risultante delle forze esterne applicate alla trave a valle della sezione considerata (oppure quelli delle forze applicate a monte, con segno cambiato).
I diagrammi in tal modo ottenibili sono riportati nel seguito.







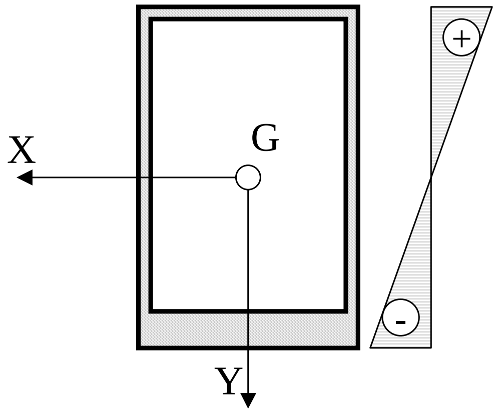
I valori massimi assoluti delle caratteristiche di sollecitazione e la relativa sezione sono riportati nella tabella seguente:

Caratteristica	**Valore massimo (assoluto)**	**Sezione**
N	1.5 KN	A, B, D
T	-3.25 KN	B
M	-5.5 KN m	B

ESERCIZIO 3

Di seguito vengono analizzati gli andamenti di tensione prodotti dalle singole caratteristiche di sollecitazione:

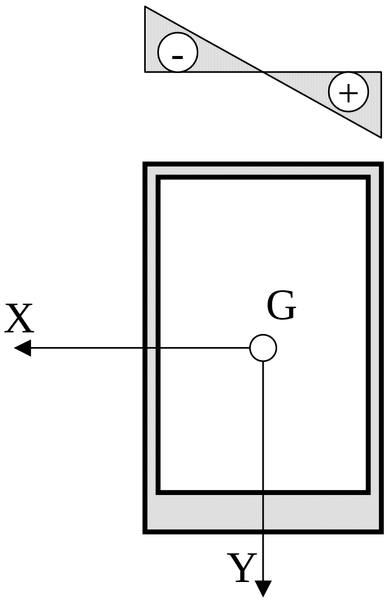
Momento flettente M_x.



$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

$$\sigma_{z,\max} = \frac{-10^8\ Nmm}{8 \cdot 10^7\ mm^4} \cdot (126.86 - 300\ mm) = 216.43\ MPa$$

Momento flettente M_y.

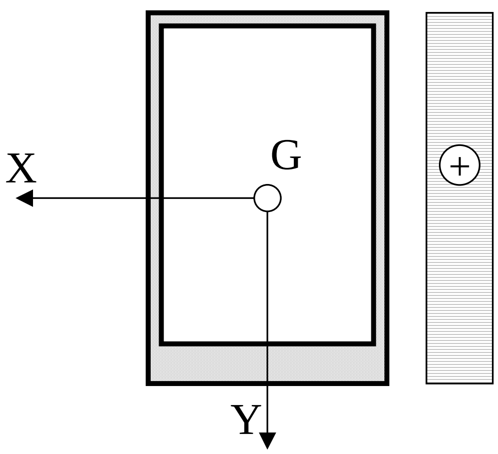


$$\sigma_z = -\frac{M_y}{J_y} \cdot x$$

$$J_y = \frac{1}{12}\left(300 \cdot 200^3 - 285 \cdot 190^3\right) = 3.71 \cdot 10^7\ mm^4$$

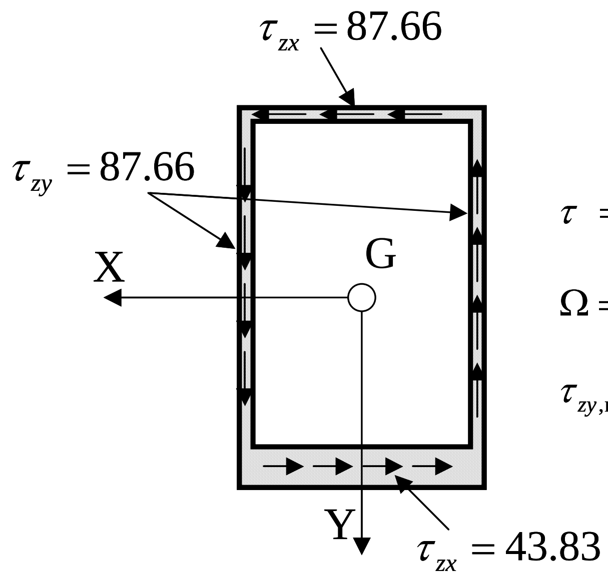
$$\sigma_{z,\max} = -\frac{5 \cdot 10^7\ Nmm}{3.71 \cdot 10^7\ mm^4} \cdot (-100\, mm) = 134.77\ MPa$$

Forza normale N.



$$A = 300 \cdot 200 - 285 \cdot 190 = 5850\ mm^2$$

$$\sigma_z = \frac{N}{A} = \frac{5 \cdot 10^5}{5850} = 85.47\ MPa$$



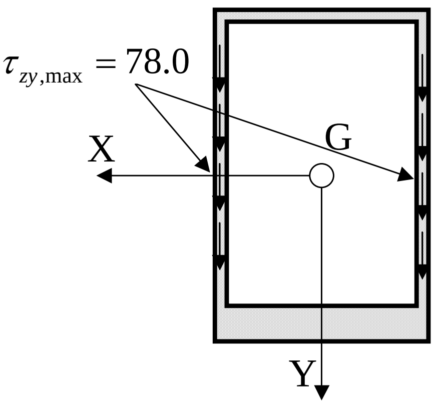
$$\tau = \frac{M_t}{2\Omega s}$$

$$\Omega = 292.5 \cdot 195 = 57038\ mm^2$$

$$\tau_{zy,\max} = \frac{5 \cdot 10^7\ Nmm}{2 \cdot 5.704 \cdot 10^4\ mm^3 \cdot 5mm} = 87.66\ MPa$$

Momento torcente M_z.

Taglio T_y.



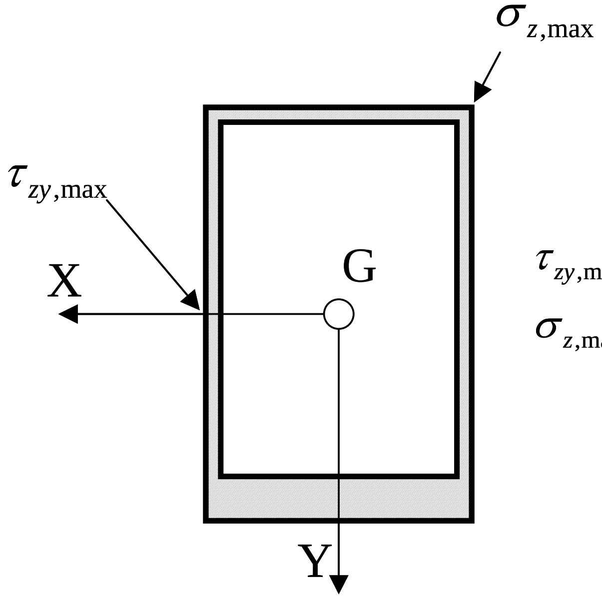
$$\tau_{zy} = \frac{T_y \cdot S_x(y)}{J_x \cdot b(y)}$$

$$S_X(0) = 200 \cdot 5 \cdot (300 - 126.86 - 2.5) +$$

$$+ 2 \cdot 5 \cdot (300 - 126.86 - 5) \cdot \frac{(300 - 126.86 - 5)}{2} = 3.12 \cdot 10^5\ mm^3$$

$$\tau_{zy,\max} = \frac{2 \cdot 10^5\ N \cdot 3.12 \cdot 10^5\ mm^3}{8 \cdot 10^7\ mm^4 \cdot 10mm} = 78.0\ MPa$$

Andamento complessivo



$$\tau_{zy,\max} = 78.0 + 87.66 = 165.66\ MPa$$

$$\sigma_{z,\max} = 216.43 + 134.77 + 85.47 = 436.67\ MPa$$