UNIVERSITÀ DI PISA – ANNO ACCADEMICO 2002-3

CORSO DI LAUREA IN ING. ELETTRICA (N.O.)

CORSO DI MECCANICA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI MECCANICHE

VERIFICA INTERMEDIA – 13/6/2003

COGNOME E NOME **MATRICOLA**

________________________________ ____________________

ESERCIZIO 1

Data la struttura spaziale mostrata in Figura 1, calcolare in modulo e verso lo spostamento verticale del punto *A''* conseguente all'applicazione del carico F, in direzione verticale, nel punto *A'*.
Dati:

- L1 = 1000 mm
- L2 = 500 mm
- F = 2 KN
- materiale : acciaio
- Φ = 200 mm
- s_1 = 10 mm
- B = 100 mm
- s_2 = 10 mm

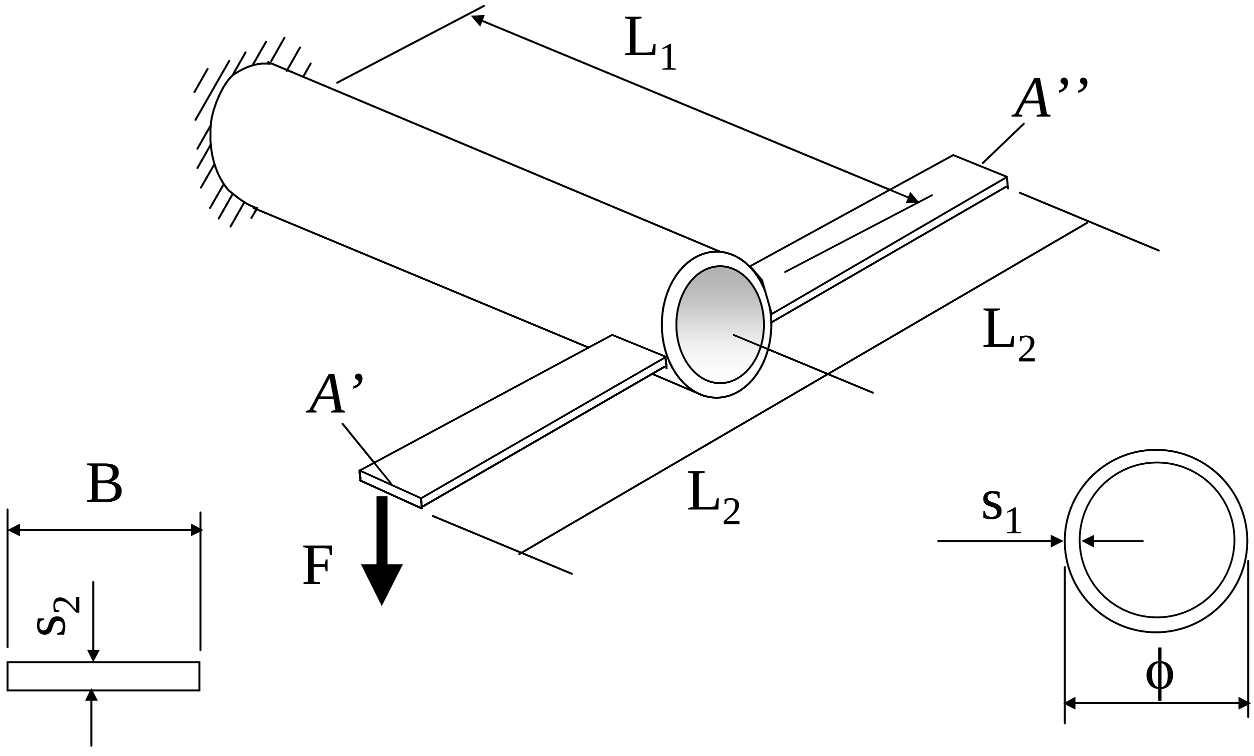


Fig. 1

ESERCIZIO 2

Verificare la resistenza della saldatura d'angolo utilizzata per il fissaggio della sezione di estremità del tubo facente parte della struttura di Fig. 2.

Dati:

- L1 = 1000 mm
- L2 = 500 mm
- F = 20 KN
- materiale : acciaio
- Φ = 200 mm
- b = 5 mm
- σ_{amm} = 300 MPa (tensione ammissibile materiale base)
- f_1 = 0.7 (efficienze saldature d'angolo)
- f_2 = 0.85

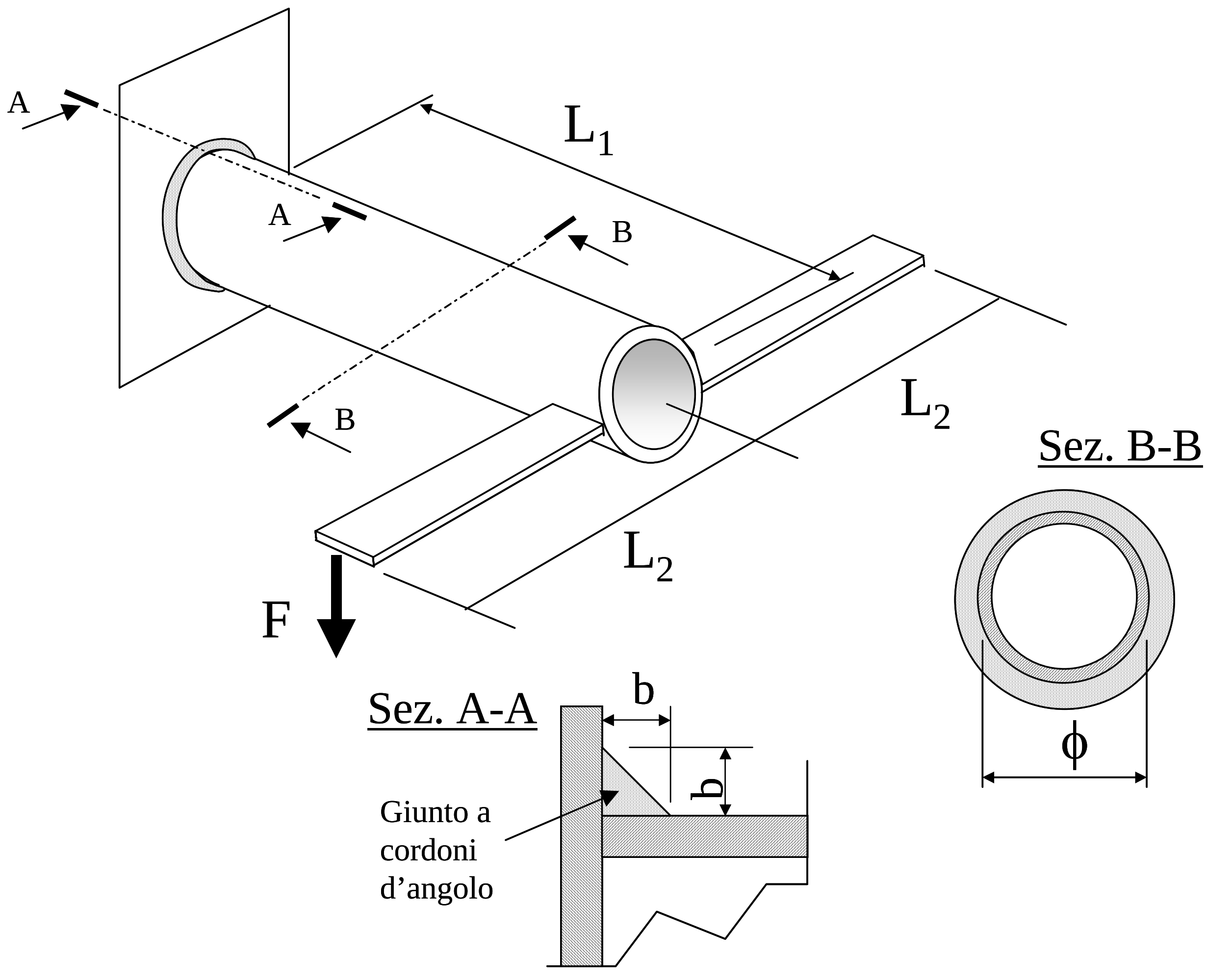


Fig. 2

ESERCIZIO 3

Calcolare il numero di rotazioni ammissibili in esercizio senza cedimenti strutturali per l'albero mostrato in Figura 3, soggetto alle seguenti caratteristiche di sollecitazione:

- M_x = 150 Nm
- M_y = 100 Nm
- N = 200 KN

avente le seguenti dimensioni:

- D = 60 mm
- d = 45 mm
- K_t = 2.5 (fattore di forma)

e realizzato con un materiale avente le seguenti caratteristiche:

- σ_S = 500 MPa
- curva di resistenza a fatica mostrata in Figura 4

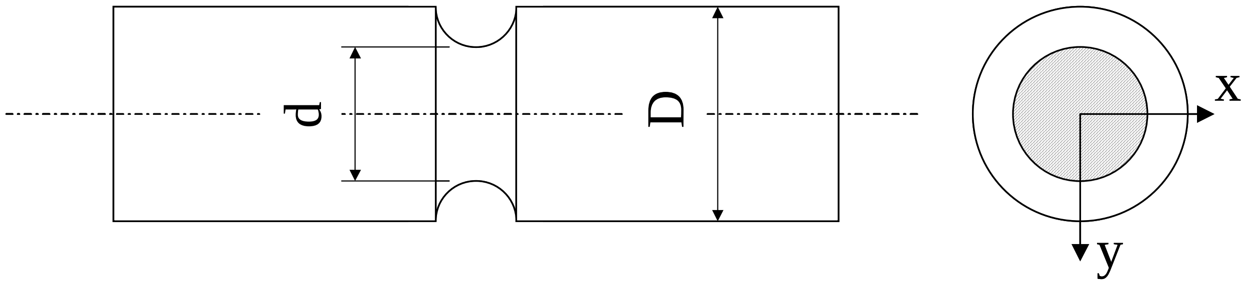


Fig. 3

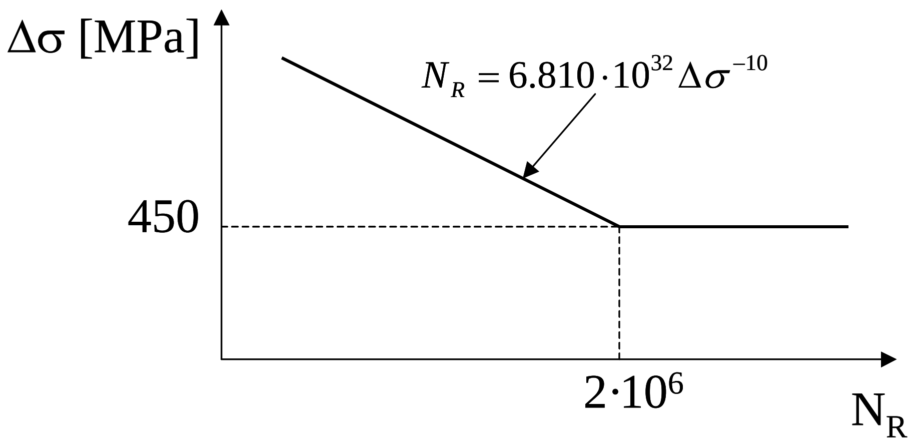


Fig. 4

ESERCIZIO 4

Data la travatura reticolare piana in acciaio mostrata in Figura 5, calcolare, trascurando i problemi connessi con la resistenza degli snodi di collegamento, il massimo valore che può essere assunto dal carico P senza compromettere l'integrità della travatura stessa.

Dati:

- H = 50 mm
- W = 15 mm
- L = 1 m
- σ_{amm} = 400 MPa (tensione ammissibile materiale)

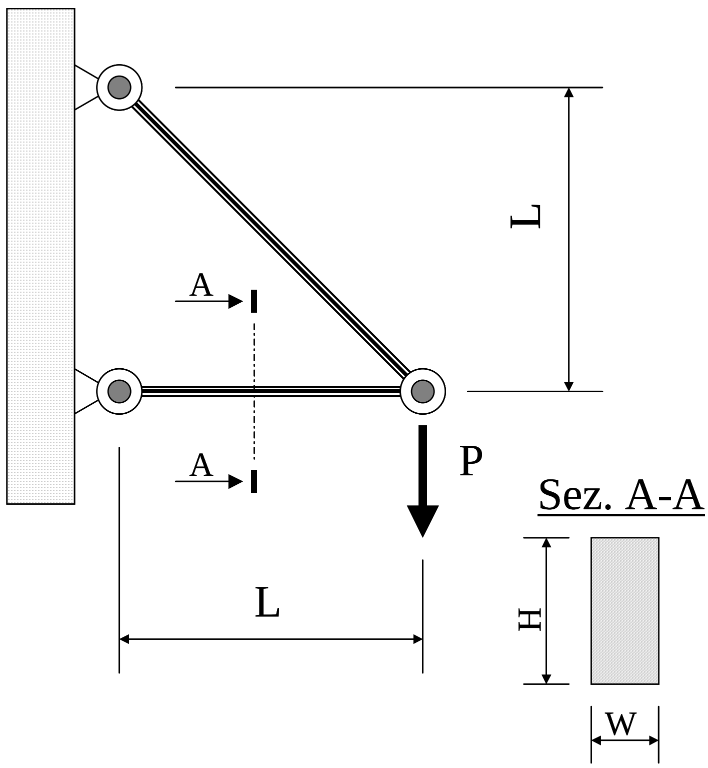


Fig. 5

UNIVERSITÀ DI PISA – ANNO ACCADEMICO 2002-3

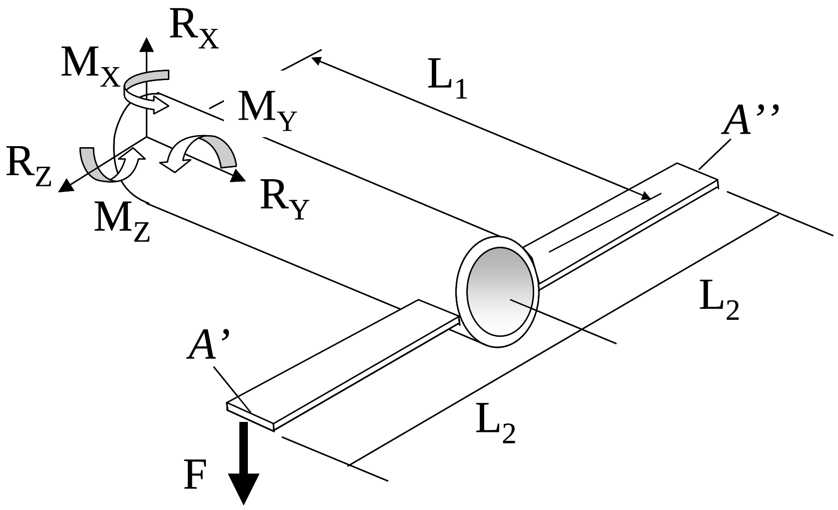
CORSO DI LAUREA IN ING. ELETTRICA (N.O.)

CORSO DI MECCANICA E TECNICA DELLE COSTRUZIONI MECCANICHE

VERIFICA INTERMEDIA – 13/6/2003

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 1



CALCOLO REAZIONI VINCOLARI

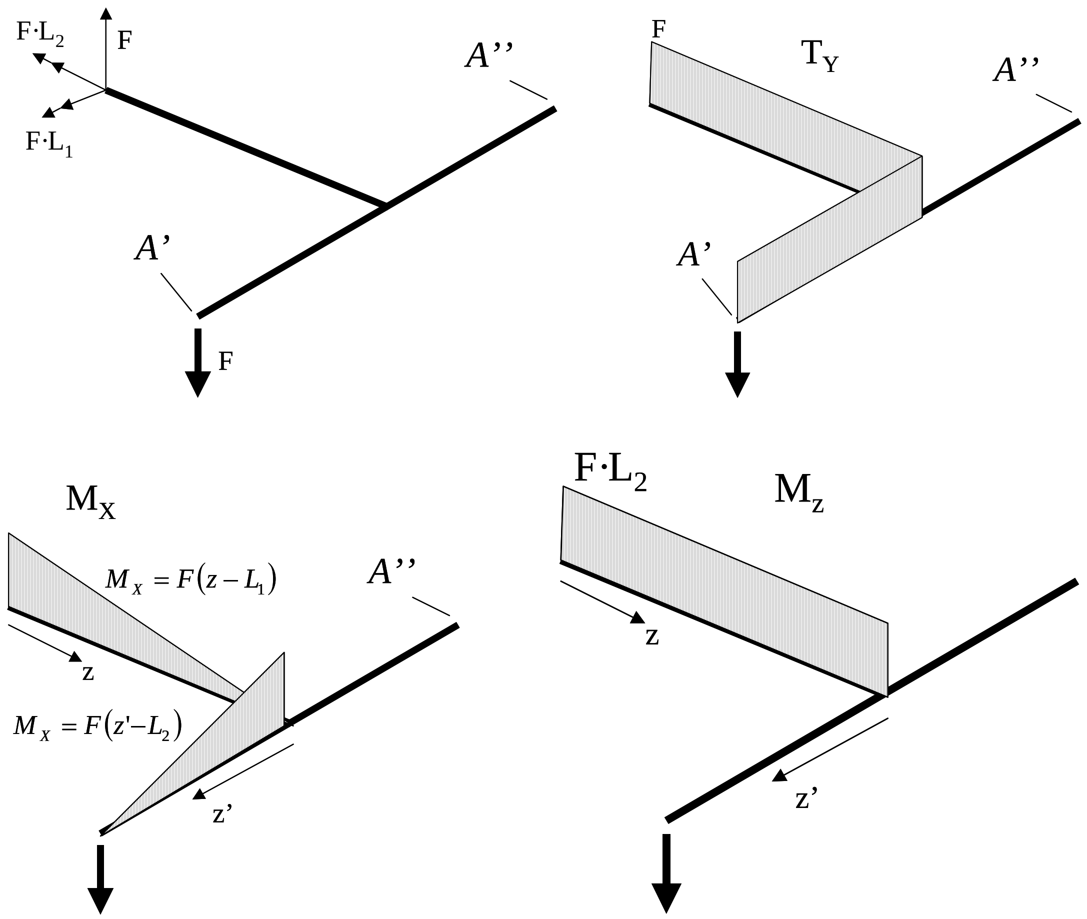
Il calcolo delle reazioni vincolari non è indispensabile. Esso viene tuttavia incluso per completezza.

$$\begin{cases} R_X - F = R_X - 2000 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_X = 2000\, N \\ R_Y = 0 \\ R_Z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_X = 0 \\ M_Y + F \cdot L_2 = M_Y + 1 \cdot 10^6 = 0 \ \Rightarrow \ M_Y = -1 \cdot 10^6 \ Nmm \\ M_Z - F \cdot L_1 = M_Z - 2 \cdot 10^6 = 0 \ \Rightarrow \ M_Z = 2 \cdot 10^6 \ Nmm \end{cases}$$

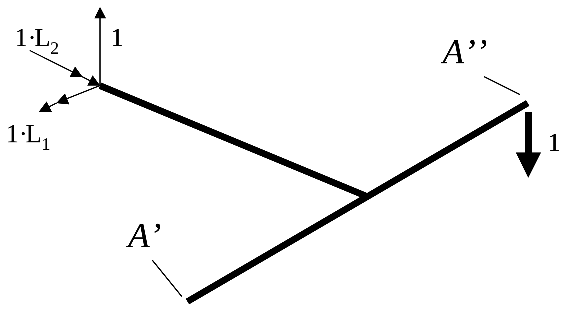
CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

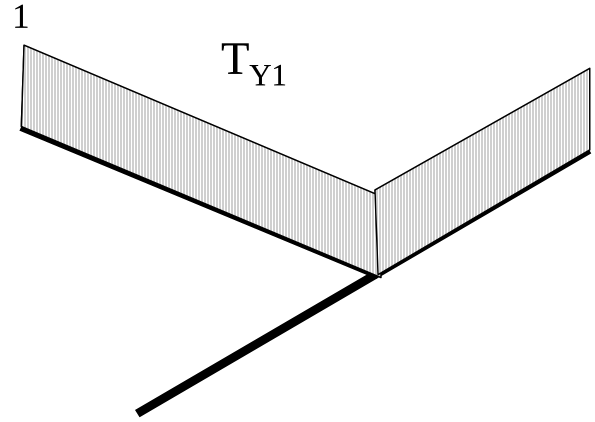
La rappresentazione di corpo libero ed i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione sono riportati nel seguito.

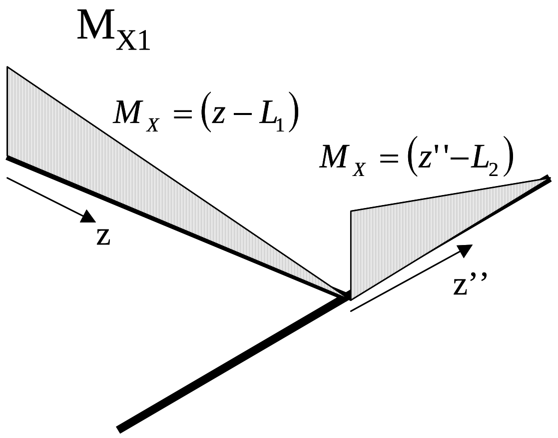


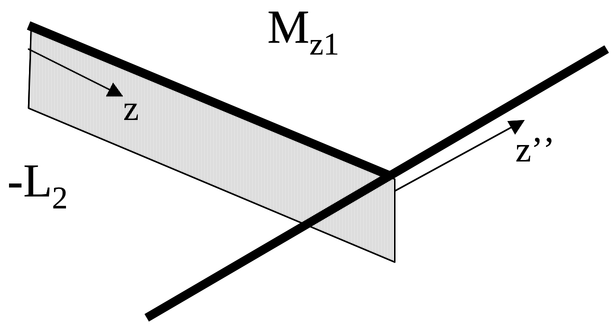
DETERMINAZIONE SPOSTAMENTO

Per determinare lo spostamento richiesto si farà uso degli integrali di Mohr. A tale scopo si considera una condizione di carico ausiliaria che prevede l'applicazione di una forza unitaria nel punto di cui si vuole determinare lo spostamento e nella stessa direzione di quest'ultimo.
Nel seguito si riportano la rappresentazione di corpo libero ed i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione relativi alla condizione di carico ausiliaria.









Il calcolo dello spostamento tramite gli integrali di Mohr fornisce la seguente espressione:

$$\delta = \int_0^{L_1} \frac{M_x M_{x1}}{EJ_x} dz + \int_0^{L_1} \frac{M_z M_{z1}}{GJ_p} dz + \int_0^{L_2} \frac{M_x \cdot 0}{EJ_x} dz' + \int_0^{L_2} \frac{0 \cdot M_{x1}}{EJ_x} dz'' =$$

$$= \int_0^{L_1} \frac{F(z - L_1)(z - L_1)}{EJ_x} dz - \int_0^{L_1} \frac{FL_2 L_2}{GJ_p} dz =$$

$$= \frac{F}{EJ_x} \int_0^{L_1} \left(z^2 - 2L_1 z + L_1^2\right) dz - \frac{FL_2^2}{GJ_p} \int_0^{L_1} dz = \frac{FL_1^3}{3EJ_x} - \frac{FL_2^2 L_1}{GJ_p}$$

In cui:
E = modulo di Young = 210000 MPa

G = modulo di taglio = $\dfrac{E}{2(1+\nu)}$ =80770 MPa

J_x = momento di inerzia della sezione circolare = $2.701 \cdot 10^7$ mm^4
J_p = momento di inerzia polare della sezione circolare = $5.402 \cdot 10^7$ mm^4

Sostituendo i valori delle grandezze nella precedente espressione si ottiene:

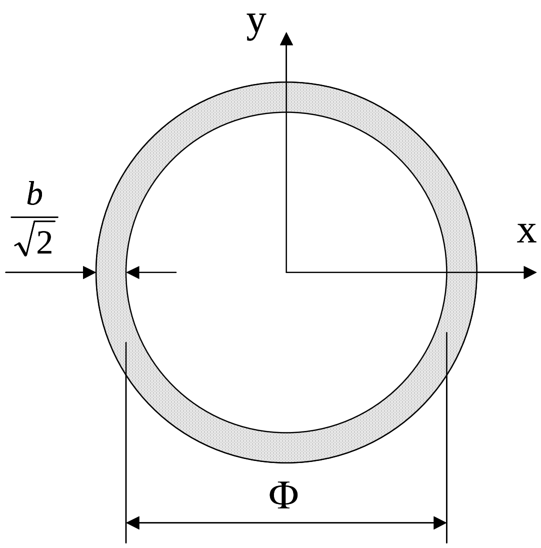
$$\delta = 0.0029 \ mm$$

NOTA
Il risultato finale poteva essere ottenuto immediatamente considerando che lo spostamento del punto A" è dato dalla somma di due contributi:

- uno spostamento verso il basso pari a quello dell'estremità della trave circolare prodotto dalla flessione, pari a: $\dfrac{FL_1^3}{EJ_x}$
- uno spostamento verso l'alto, dovuto alla rotazione dell'estremità della trave circolare attorno al suo asse prodotta dalla torsione amplificata da un braccio pari a L_2, che risulta valutabile come: $\theta \cdot L_2 = \dfrac{FL_2L_1}{GJ_p} L_2 = \dfrac{FL_2^2L_1}{GJ_p}$

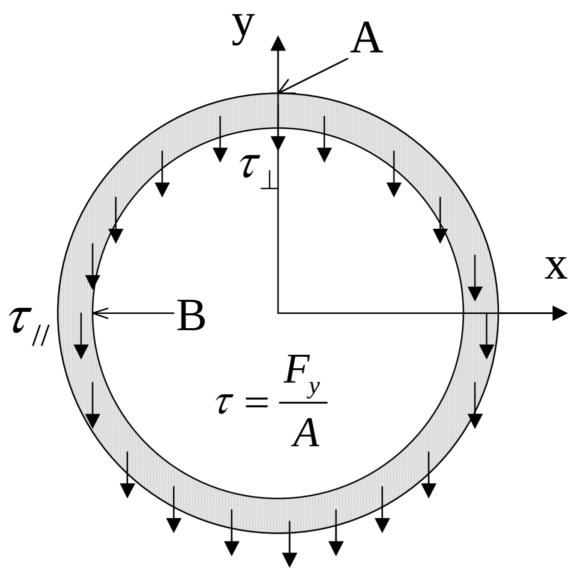
ESERCIZIO 2

La sezione resistente del giunto saldato, ottenuta ribaltando la sezione di gola, è mostrata in Figura.



Stabilito un sistema di riferimento avente origine nel baricentro della sezione resistente, si ottengono le seguenti forze ed i seguenti momenti trasmessi dal giunto:
F_Y = 20 KN
M_x=20 KNm
M_z=10 KNm
F_x=F_z=M_y=0

Le distribuzioni di tensione prodotte da tali forze e momenti possono essere valutate nel modo seguente.
<u>Forza F_y</u>



Le tensioni prodotte dalla forza F_y possono essere stimate con la relazione di Jourawsky. Tenuto conto del fatto che il loro valore è normalmente piuttosto modesto e che esse sono massime in corrispondenza dell'asse neutro della flessione, è tuttavia possibile farne una stima ipotizzando una semplice distribuzione uniforme sull'intera sezione:

$$\tau = \frac{F_y}{A}$$

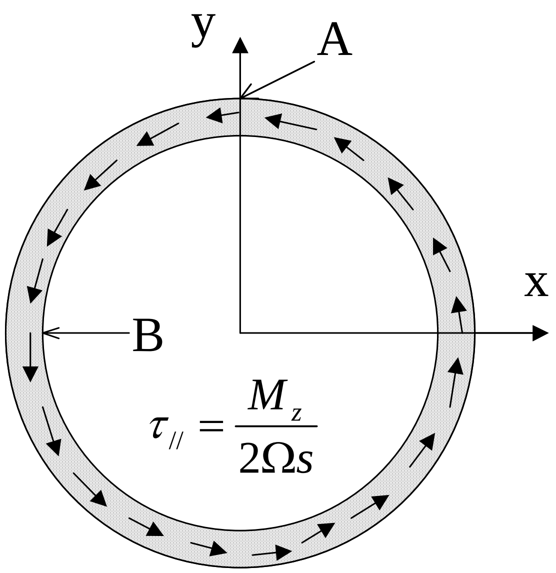
essendo :
A = area della sezione resistente = 2261 mm^2

Per cui si ottiene:

$$\tau = 12.6\ MPa$$

Si noti che le tensioni così calcolate risultano essere delle $\tau_\perp$ in corrispondenza del punto A della sezione e delle $\tau_{//}$ in corrispondenza del punto B.

Momento M_z



Il momento M_z produce delle tensioni tangenziali $\tau_{//}$ stimabili con la relazione di Bredt.:

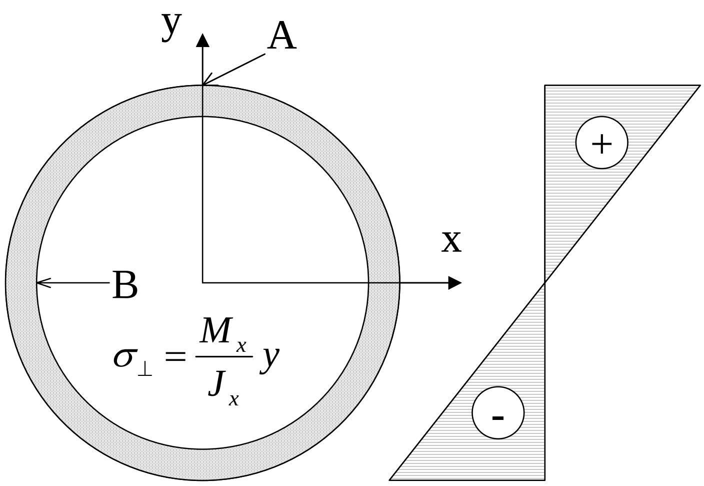
$$\tau_{//} = \frac{M_z}{2\Omega s}$$

dove:
Ω = area racchiusa dal profilo medio = 32537 mm^2
s = spessore = 3.54 mm

Per cui si ottiene:

$$\tau_{//} = 43.47\ MPa$$

Momento M_x



Il momento M_x produce delle tensioni $\sigma_{\perp}$ valutabili con la formula di Navier:

$$\sigma_{\perp} = \frac{M_x}{J_x} y$$

dove:
J_x = momento d'inerzia della sezione = $1.171 \cdot 10^7$ mm^4

Tale tensione assume in corrispondenza del punto A un valore massimo pari a:

$$\sigma_{\perp} = 170.8\ MPa$$

VERIFICA

La verifica viene condotta con il metodo della sfera mozza, che richiede il soddisfacimento delle due seguenti relazioni:

$\sqrt{\sigma_{\perp}^2 + \tau_{//}^2 + \tau_{\perp}^2} = 176.7\ MPa \leq f_1 \sigma_{amm} = 210\,MPa$ Verificata

$\left|\sigma_{\perp}\right| + \left|\tau_{\perp}\right| = 183.4\ MPa \leq\ f_2 \sigma_{amm} = 255\ MPa$ Verificata

ESERCIZIO 3

I due momenti flettenti producono un momento flettente risultante pari a:

$$M_{tot} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = 180.3\ Nm$$

Dato che la sezione è circolare, il valore massimo di tensione nominale prodotto dalla flessione nella sezione ridotta può essere stimato come:

$$\sigma_{z,\max} = \frac{M_{tot}}{J_x}\frac{d}{2} = 89.6\ MPa$$

essendo:
J_x = momento d'inerzia della sezione ridotta = $2.013 \cdot 10^5$ mm^4
La tensione nominale prodotta dalla forza normale può invece essere stimata come:

$$\sigma_z = \frac{N}{A} = 125.8\ MPa$$

dove:
A = area della sezione ridotta = 1590 mm^2
La flessione, dato che l'albero ruota, produce in ciclo di tensione affaticante di ampiezza:

$$\Delta\sigma = 2\,\sigma_{z,\max} = 40.3\ MPa$$

La forza normale produce invece una tensione costante che da luogo ad un valore medio nel ciclo di tensione pari a:

$$\sigma_m = \frac{N}{A} = 125.8\ MPa$$

L'ampiezza del ciclo di tensione deve essere corretta per l'effetto di concentrazione di tensioni, ottenendo:

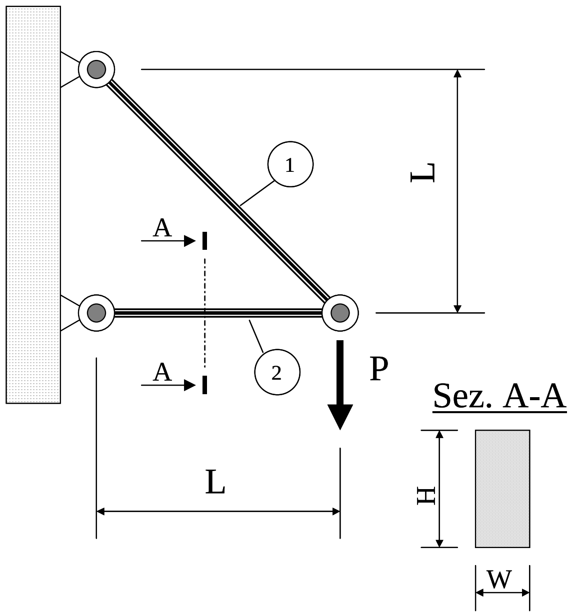
$$\Delta\sigma' = \Delta\sigma \cdot K_t = 100.9\ MPa$$

e per l'effetto della tensione media, tramite l'approccio di Sodeberg, ottenendo la tensione alternata equivalente:

$$\Delta\sigma^* = \Delta\sigma' \frac{\sigma_s}{\sigma_s - \sigma_m} = 134.6\ MPa$$

Poiché tale valore di tensione è inferiore a $\Delta\sigma_{lim}$ la durata del pezzo risulta infinita.

ESERCIZIO 4



.Si rende necessario calcolare in primo luogo le forze trasmesse da ciascuna delle aste. Il metodo dei nodi applicato al punto applicazione del carico P fornisce:

$$N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - P = 0 \;\Rightarrow\; N_1 = P\sqrt{2}$$

$$N_2 + N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \;\Rightarrow\; N_2 = -P$$

L'asta 1 risulta quindi un tirante e la 2 un puntone.
I possibili meccanismi di cedimento sono:

- superamento della tensione ammissibile
- instabilità elastica dell'asta compressa

Per quanto riguarda il primo punto, si ha:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_1}{A} = \frac{P\sqrt{2}}{A}$$

dove A = area sezione = 750 mm^2.
Uguagliando il valore massimo con la tensione ammissibile si ottiene:

$$P_{MAX,1} = \frac{\sigma_{amm} \cdot A}{\sqrt{2}} = 212 \;\; KN$$

Il valore critico del carico per l'instabilità elastica di un'asta compressa (modello di Eulero) risulta dato da:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E \cdot J_{\min}}{L_{lib}^2}$$

dove:
L_{lib} = lunghezza libera di inflessione = L = 1000 mm
J_{min}= momento d'inerzia minimo della sezione = 14062 mm^4
E = modulo di Young = 210000 MPa
Sostituendo ed uguagliando con la forza normale agente nell'asta 2 si ottiene:

$$P_{MAX,2} = 29.15 \;\; KN$$

Il massimo valore assumibile da P risulta quindi il minore dei due valori calcolati, vale a dire 29.15 KN.