

AVVERTENZE

La prova è organizzata in 4 Quesiti, ciascuno dei quali, se svolto senza errori, consente il conseguimento del punteggio riportato vicino al titolo (in 30esimi).

Per il Quesito 2 vengono proposte 2 alternative (2a e 2b), di diverso punteggio e difficoltà.

Svolgere, a propria scelta, una sola delle due alternative.

Quesito 1 (Punti 6)

Data la travatura reticolare mostrata nella Figura 1, determinare:

1. le reazioni vincolari
2. le forze agenti nelle aste 8, 9 e 10

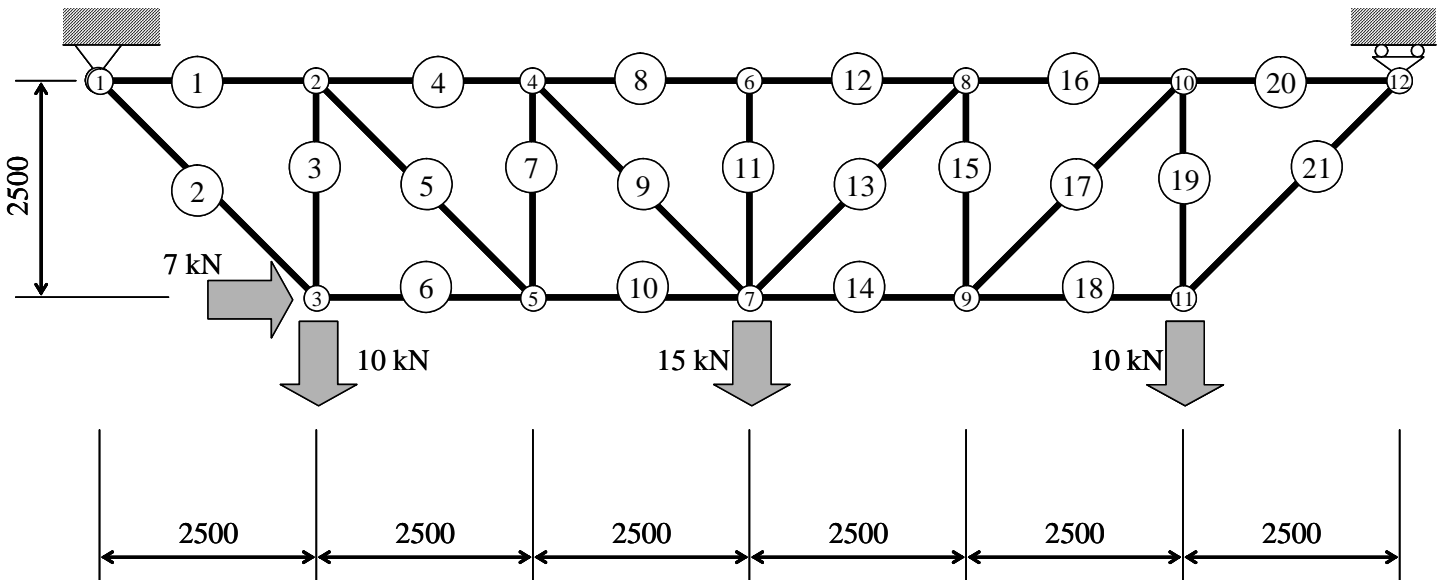
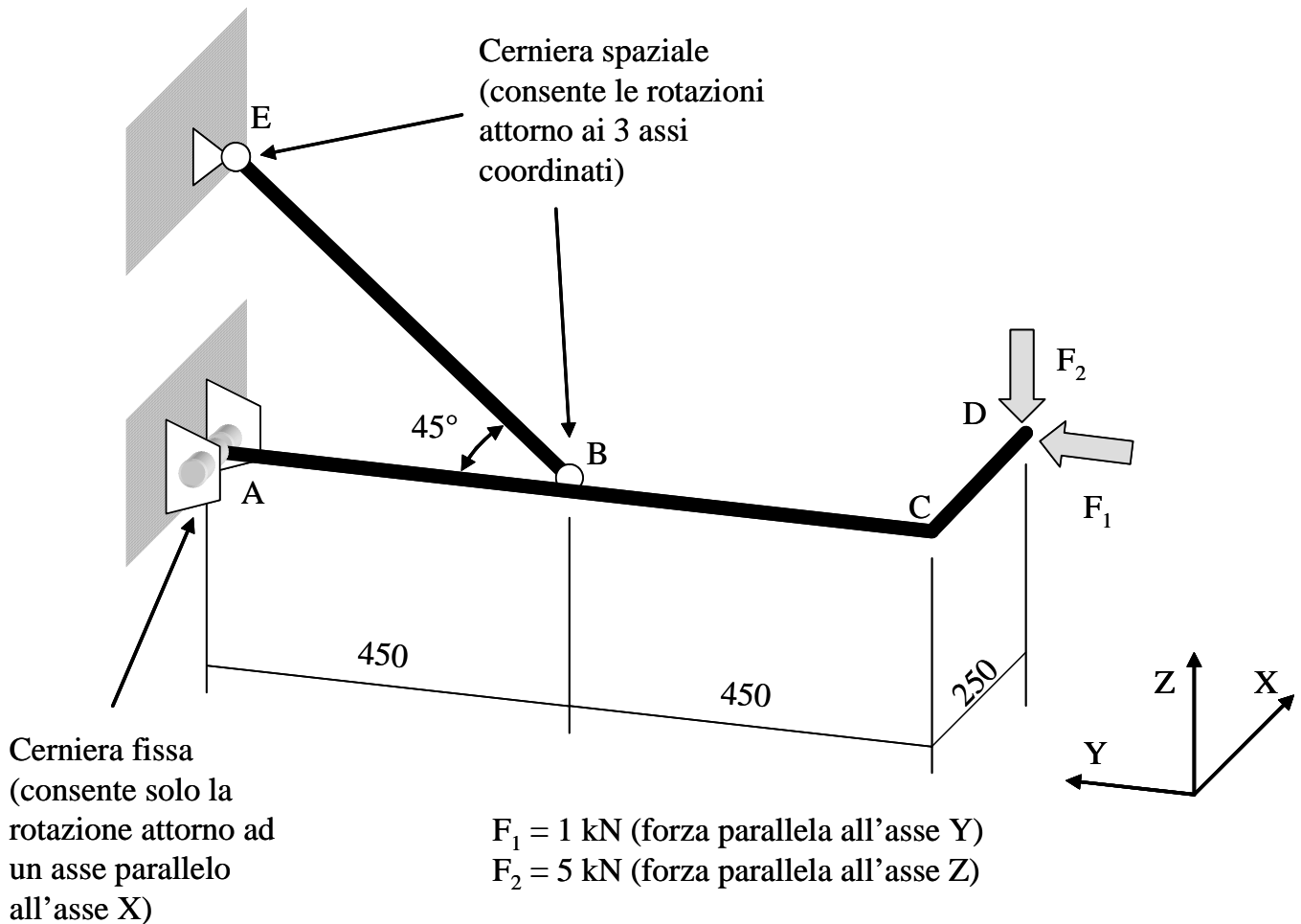


Figura 1

Quesito 2a (Punti 14)

Dato la travatura spaziale mostrata in Figura 2a.1 determinare:

1. le reazioni vincolari
2. l'andamento delle caratteristiche di sollecitazione nella trave A-B-C-D, determinandone l'espressione analitica in funzione di una opportuna coordinata presa lungo la fibra baricentrica e tracciandone il diagramma (a questo scopo è possibile servirsi del modulo riportato in Fig. 2a.2).



Nota:

- i punti A, B, C, E giacciono su un unico piano verticale (parallelo ad "Y-Z")
- i punti A, B, C, D giacciono su un unico piano orizzontale (parallelo ad "X-Y")
- il tratto di trave A-B-C è parallelo all'asse "Y"
- il tratto di trave C-D è parallelo all'asse "X"
- la trave A-B-C è continua in B

Figura 2a.1

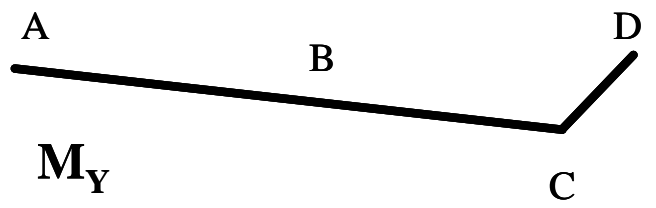
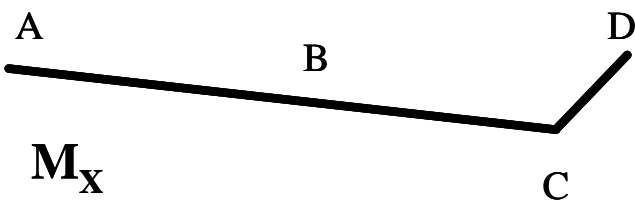
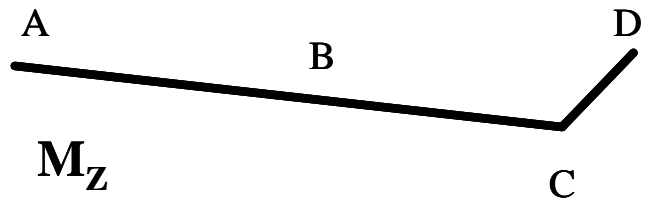
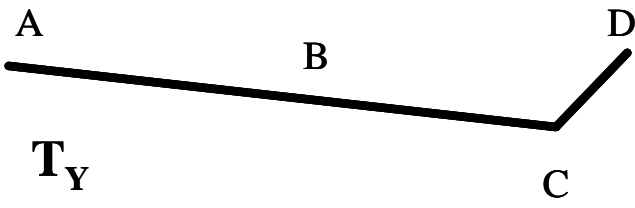
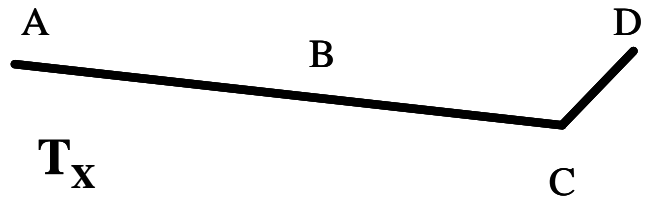
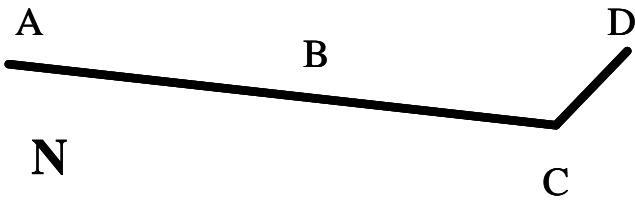


Figura 2a.2

Quesito 2b (alternativo al quesito 2a) (Punti 12)

Data la struttura piana mostrata in Figura 2b.1, determinare:

1. le reazioni vincolari
2. l'andamento delle caratteristiche di sollecitazione nelle travi A-B-C e C-D-E, determinandone l'espressione analitica in funzione di una opportuna coordinata presa lungo la fibra baricentrica e tracciandone il diagramma (a questo scopo è possibile servirsi del modulo riportato in Fig. 2b.2).

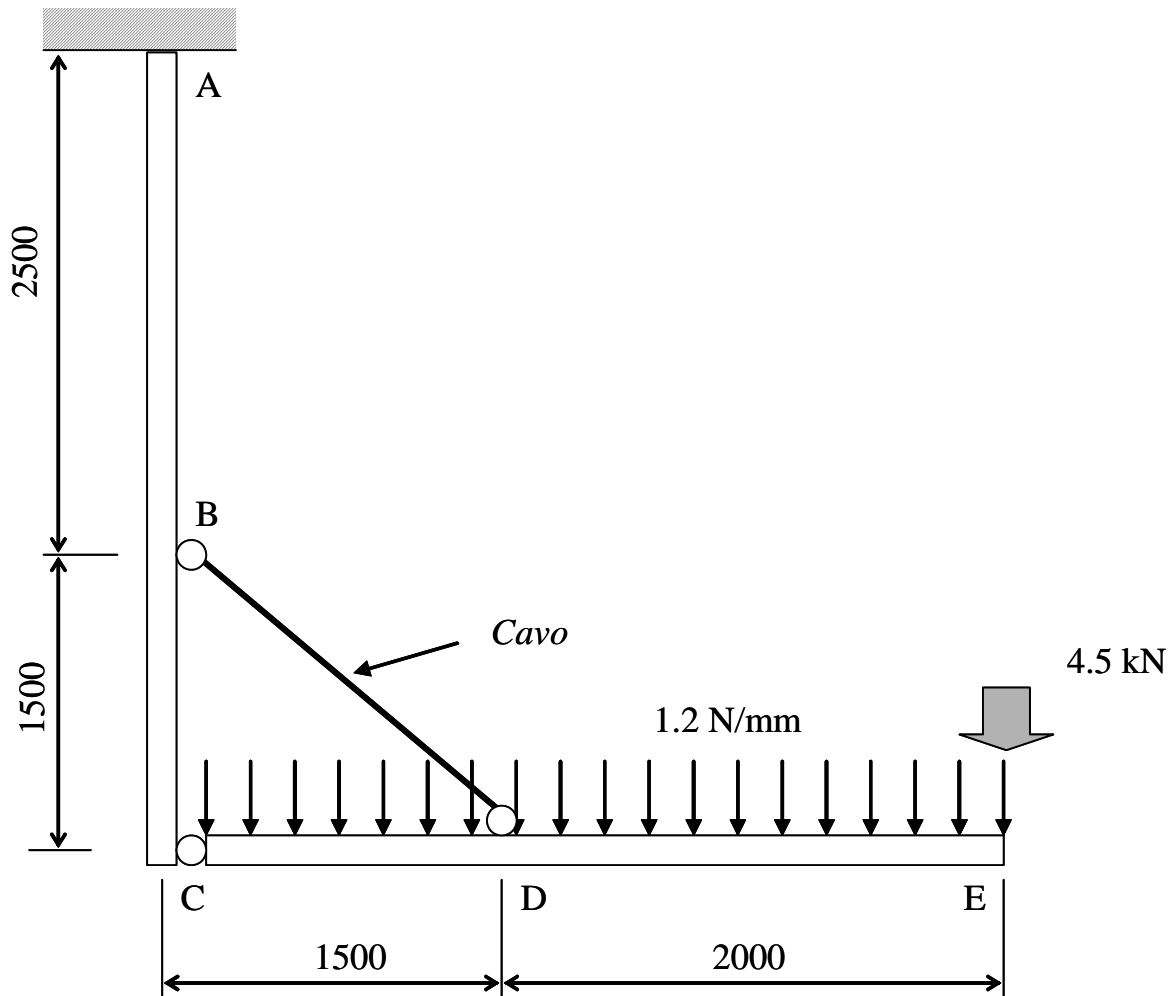


Figura 2b.1

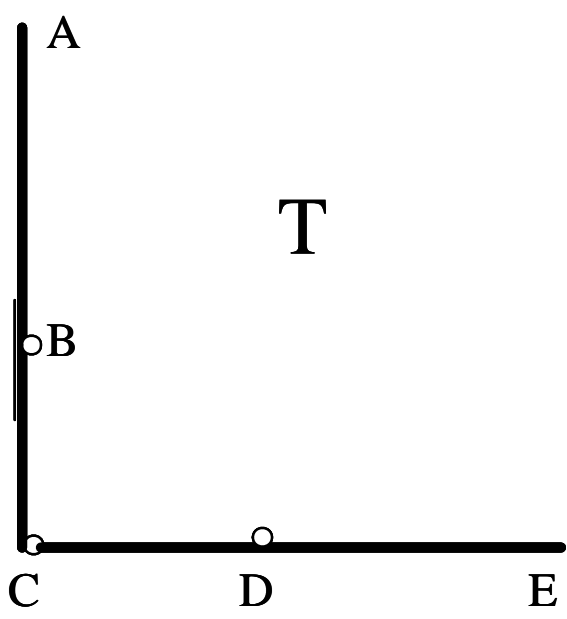
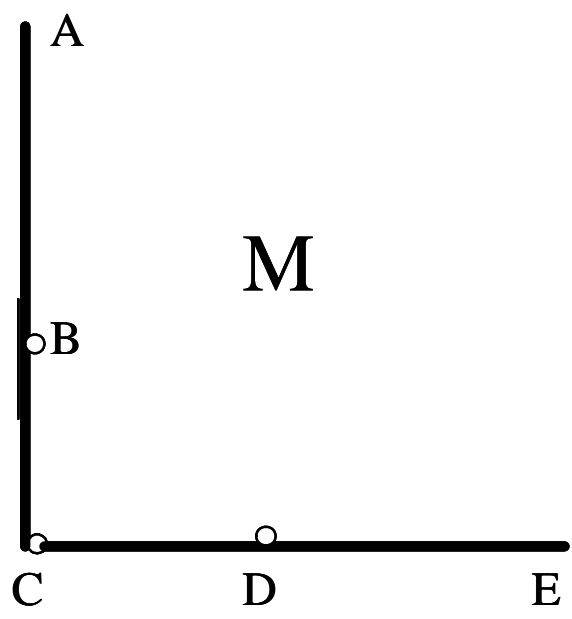
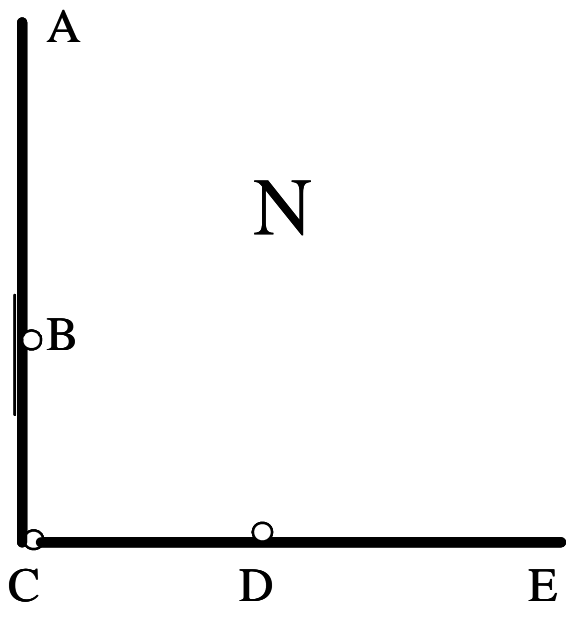


Figura 2b.2

Quesito 3 (Punti 3)

Data la sezione a cassone con rotaia mostrata in Fig. 3,:

1. determinare la posizione del baricentro "G"
2. determinare i momenti di inerzia J_X e J_Y rispetto ai due assi centrali "X-Y" mostrati in fig. 3
3. stabilire, motivando la risposta, se i due assi X ed Y sono principali di inerzia

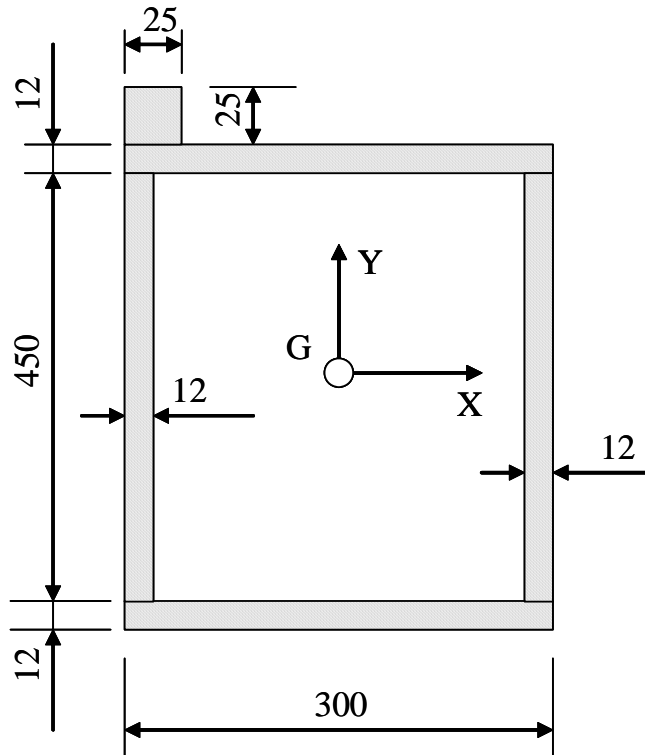


Figura 3

Quesito 4 (Punti 7)

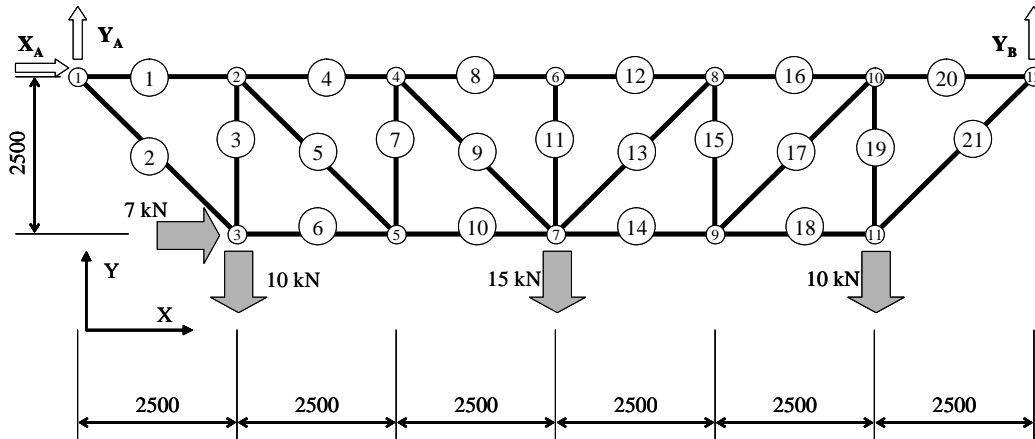
Rispondere ad almeno 3 delle seguenti domande:

1. noti, per un sistema di forze assegnato, la risultante (\mathbf{R}) ed il momento rispetto ad un polo A (\mathbf{M}_A), quanto vale il momento rispetto ad un diverso polo B (\mathbf{M}_B)? Sotto quali condizioni risulta $\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_B$?
2. Se si sostituisce il sistema di forze applicato ad una struttura con un altro "staticamente equivalente":
 - a. le reazioni vincolari rimangono uguali? Perché?
 - b. le caratteristiche di sollecitazione rimangono uguali? Perché?
3. che cosa rappresentano fisicamente le "caratteristiche di sollecitazione"?
4. che cosa si intende, in un punto di una sezione piana fatta in un corpo continuo, con:
 - a. tensione normale?
 - b. tensione tangenziale?
5. data una figura piana:
 - a. quali sono i momenti di inerzia del secondo ordine?
 - b. come sono definiti?
 - c. quali di essi possono assumere valore nullo? sotto quali condizioni?

Quesito 1

CALCOLO REAZIONI VINCOLARI ESTERNE

La struttura è esternamente isostatica. Per il calcolo delle reazioni vincolari esterne si impiegano le equazioni cardinali della statica. Si fissa preliminarmente un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e si traccia un diagramma di corpo libero sostituendo i vincoli con le relative reazioni vincolari incognite



Dalle Equazioni di equilibrio si ottiene (forze in KN, lunghezze in mm):

$$Y_A := 0 \quad X_B := 0 \quad Y_B := 0$$

Given

$$R_x = 0 \rightarrow X_B + 7 = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow Y_A + Y_B - 15 - 10 - 10 = 0$$

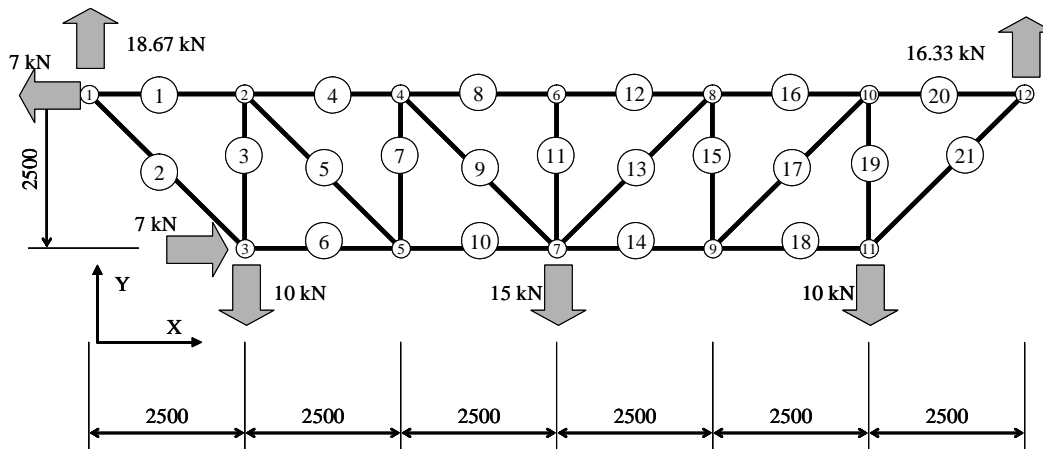
$$M_{R_A} = 0 \rightarrow Y_B \cdot 2500 \cdot 6 + 7 \cdot 2500 - 10 \cdot 2500 - 15 \cdot 7500 - 10 \cdot 12500 = 0$$

$$\begin{pmatrix} Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{pmatrix} := \text{Find}(Y_A, X_B, Y_B)$$

Ottenendo i seguenti valori delle reazioni vincolari (in KN):

$$Y_A = 18.667 \quad X_B = -7 \quad Y_B = 16.333$$

Si ottiene in tal modo il seguente diagramma di corpo libero dell'intera struttura, con tutte le forze esterne applicate

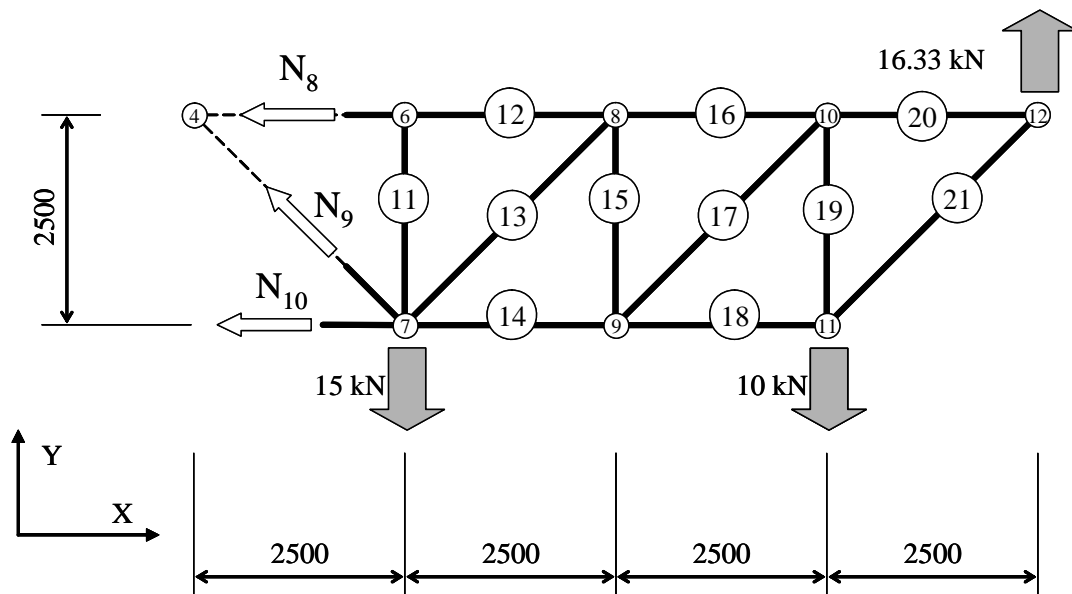


CALCOLO DELLE FORZE NORMALI NELLE ASTE

Il metodo più semplice per condurre il calcolo delle forze normali agenti nelle aste richieste è il metodo delle sezioni. Si procede pertanto nel modo seguente (vedi Fig.):

- si ipotizza di tagliare la struttura con una sezione che attraversa le tre aste in esame
- si assume una forza incognita per ognuna delle tre aste, con verso concorde con quello di un tirante
- si impone l'equilibrio della parte destra (o sinistra) della struttura sotto l'azione delle forze (note ed incognite) agenti su di essa.

Nell'imporre l'equilibrio a momento si assume per comodità un polo coincidente con il nodo 4, nel quale le rette di azione di due delle forze incognite sono convergenti.



Imponendo l'equilibrio in direzione X, Y ed a momento si ottiene il seguente sistema di equazioni:

$$N_8 := 0 \quad N_9 := 0 \quad N_{10} := 0$$

Given

$$N_8 + N_{10} + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 16.333 - 15 - 10 = 0$$

$$N_{10} \cdot 2500 + 15 \cdot 2500 + 10 \cdot 7500 - 16.333 \cdot 10000 = 0$$

$$\begin{pmatrix} N_8 \\ N_9 \\ N_{10} \end{pmatrix} := \text{Find}(N_8, N_9, N_{10})$$

$$N_8 = -28.999$$

$$N_9 = 12.257$$

$$N_{10} = 20.332$$

Quesito 2a

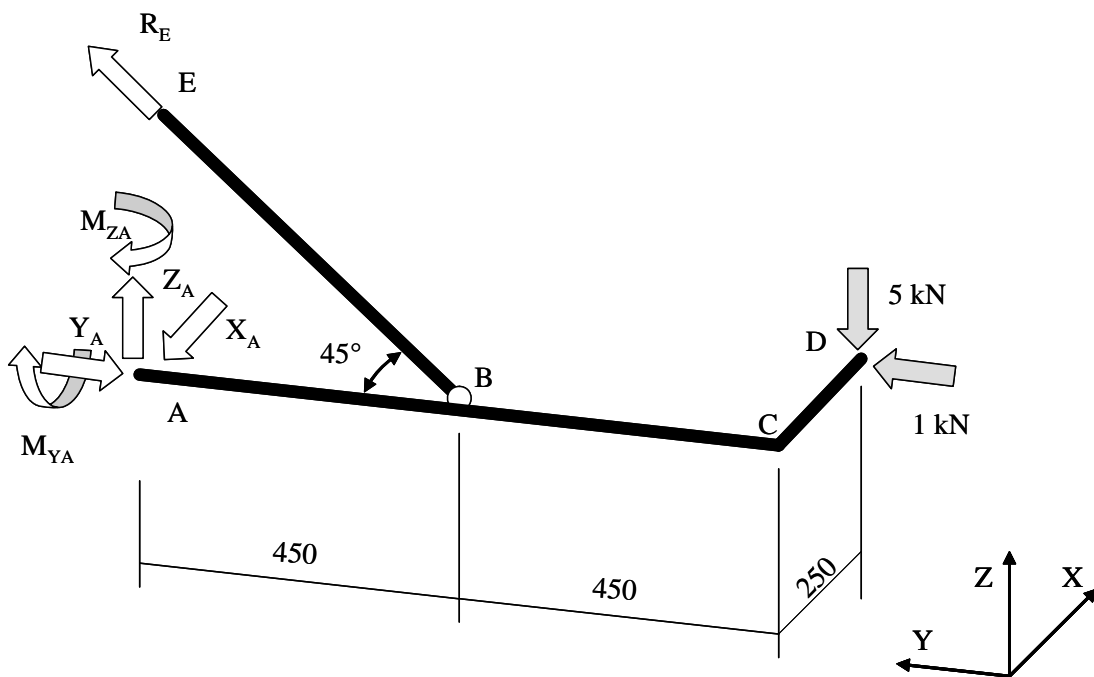
CALCOLO DELLE REAZIONI VINCOLARI

L'asta B-E risulta incernierata ad entrambi gli estremi. Pertanto, come le aste di una travatura reticolare, risulta soggetta a sola forza normale.

La reazione vincolare nel punto E, pertanto, essendo diretta necessariamente lungo la congiungente i centri delle cerniere B ed E, risulta incognita per quanto concerne modulo e verso, ma non per la direzione.

La struttura risulta quindi esternamente isostatica, per cui le reazioni vincolari possono essere valutate tramite le 6 equazioni cardinali della statica.

A tale scopo, fissato preliminarmente un sistema di riferimento cartesiano generale "X-Y-Z", si procede in primo luogo a classificare i vincoli, sostituendoli con le relative reazioni vincolari incognite ed ottenendo lo schema di calcolo riportato nella Figura.



Dalle Equazioni di equilibrio si ottiene (forze in kN, lunghezze in m, momenti calcolati rispetto al polo A):

$$X_A := 0 \cdot \text{kN} \quad Y_A := 0 \quad Z_A := 0 \quad M_{Y_A} := 0 \quad M_{Z_A} := 0 \quad R_E := 0$$

Given

$$R_x = 0 \text{ ---> } -X_A = 0$$

$$R_y = 0 \text{ ---> } -Y_A + 1 \cdot \text{kN} + R_E \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_z = 0 \text{ ---> } Z_A + R_E \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 5 \cdot \text{kN} = 0$$

$$MR_{x_A} = 0 \text{ ---> } 5 \cdot \text{kN} \cdot 0.9 \cdot \text{m} - R_E \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 0.45 \cdot \text{m} = 0$$

$$MR_{y_A} = 0 \text{ ---> } M_{Y_A} + 5 \cdot \text{kN} \cdot 0.25 \cdot \text{m} = 0$$

$$MR_{z_A} = 0 \text{ ---> } -M_{Z_A} + 1 \cdot \text{kN} \cdot 0.25 \cdot \text{m} = 0$$

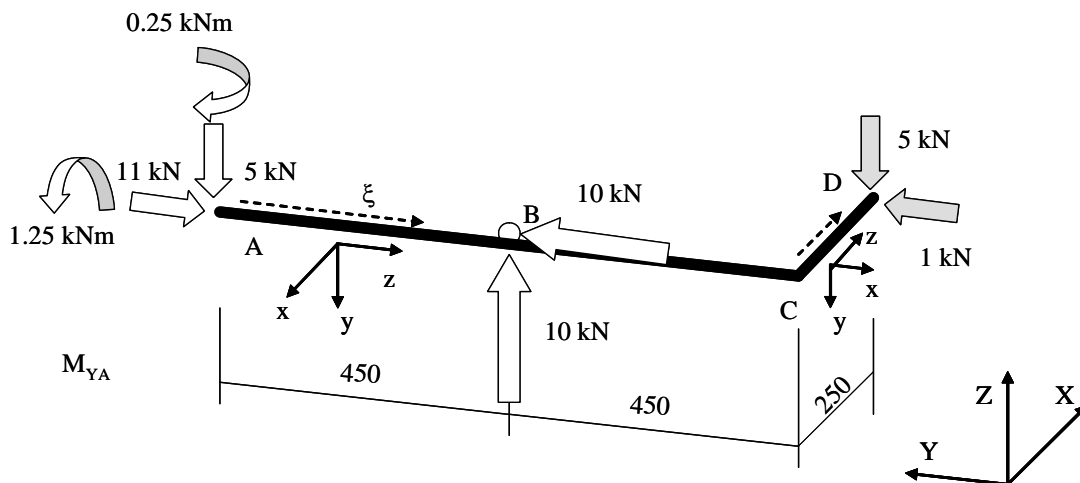
$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ M_{Y_A} \\ M_{Z_A} \\ R_E \end{pmatrix} := \text{Find}(X_A, Y_A, Z_A, M_{Y_A}, M_{Z_A}, R_E)$$

Ottenendo i seguenti valori delle reazioni vincolari (in kN e kNm):

$$X_A = 0 \text{ kN} \quad Y_A = 11 \text{ kN} \quad Z_A = -5 \text{ kN}$$

$$M_{Y_A} = -1.25 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{Z_A} = 0.25 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad R_E = 14.142 \text{ kN}$$

Si ottiene in tal modo il seguente diagramma di corpo libero della trave A-B-C-D, con tutte le forze esterne applicate (per comodità, la reazione vincolare R_E è stata scomposta nelle sue componenti lungo "Y" e lungo "Z")



DIAGRAMMI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Ai fini del tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione, si introduce la coordinata curvilinea ξ (origine nel punto A, termine nel punto D, valore compreso tra 0 e 1.150 m) e si fissa sulla generica sezione il sistema di riferimento locale x-y-z per il calcolo della caratteristiche di sollecitazione, la cui disposizione nei diversi tratti di trave è mostrata in figura.

Si noti che, per semplificare la rappresentazione, i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione sono stati linearizzati. Ai fini di una più semplice interpretazione, si noti che i punti significativi indicati sulla figura corrispondono ai seguenti valori della coordinata curvilinea ξ : Punto A -> $\xi=0$; Punto B -> $\xi=0.450$; Punto C -> $\xi=0.900$; Punto D -> $\xi=1.150$

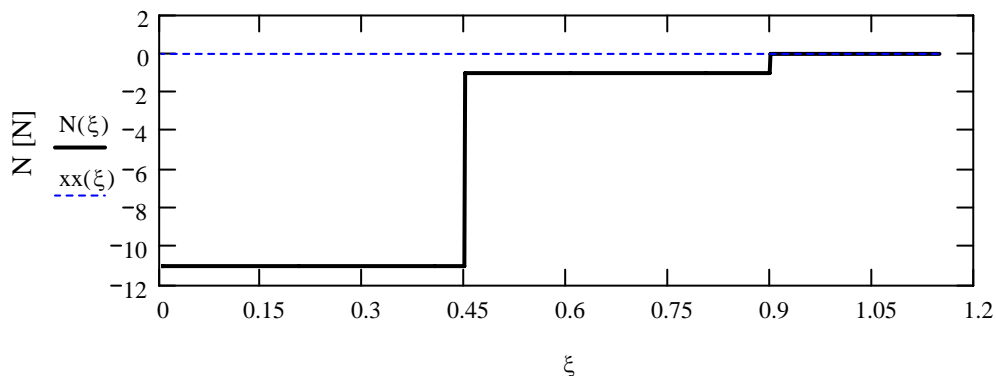
Forza Normale [kN]

(questa variabile fittizia ha il solo scopo di far comparire sui diagrammi la linea corrispondente al valore 0)

$$\xi := 0, 0.001 \dots 1.15$$

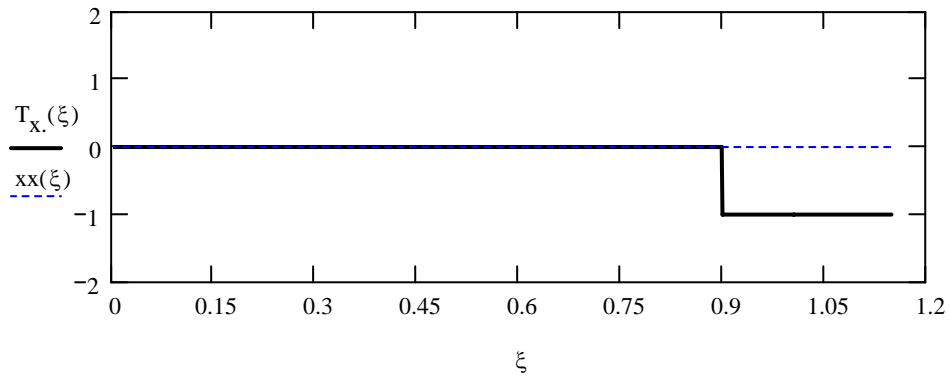
$$xx(\xi) := 0$$

$$N(\xi) := \begin{cases} -11 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 0.45 & \text{Tratto A-B} \\ -1 & \text{if } 0.45 \leq \xi \leq 0.900 & \text{Tratto B-C} \\ 0 & \text{otherwise} & \text{Tratto C-D} \end{cases}$$



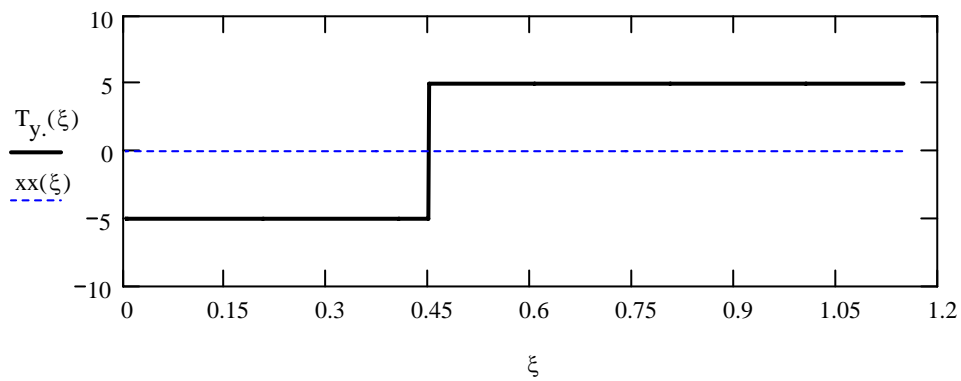
Taglio T_x (in kN)

$$T_x(\xi) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 0.9 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$



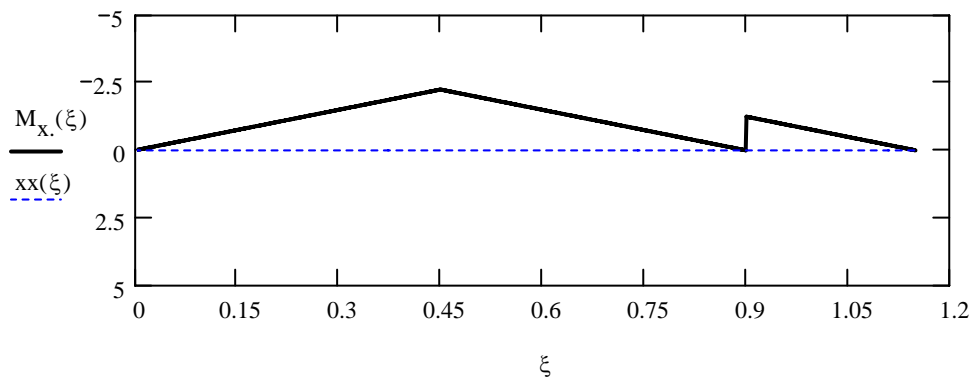
Taglio T_y (in kN)

$$T_y(\xi) := \begin{cases} -5 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 0.45 \\ 5 & \text{otherwise} \end{cases}$$



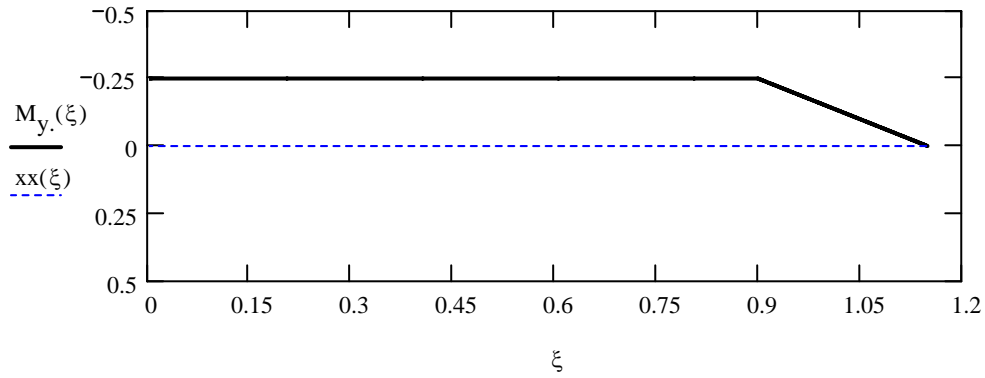
Momento M_x (in kNm)

$$M_x(\xi) := \begin{cases} -5 \cdot \xi & \text{if } 0 \leq \xi \leq 0.45 \\ -5 \cdot (0.9 - \xi) & \text{if } 0.45 \leq \xi \leq 0.9 \\ -5 \cdot (1.15 - \xi) & \text{otherwise} \end{cases}$$



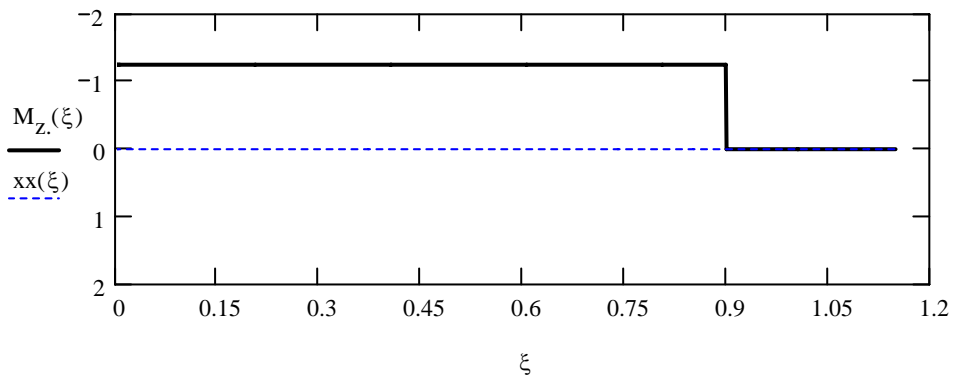
Momento M_y (in kNm)

$$M_y(\xi) := \begin{cases} -0.25 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 0.45 \\ -0.25 & \text{if } 0.45 \leq \xi \leq 0.9 \\ -1 \cdot (1.15 - \xi) & \text{otherwise} \end{cases}$$



Momento M_z (in kNm)

$$M_z(\xi) := \begin{cases} -5 \cdot 0.25 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 0.9 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Quesito 2b

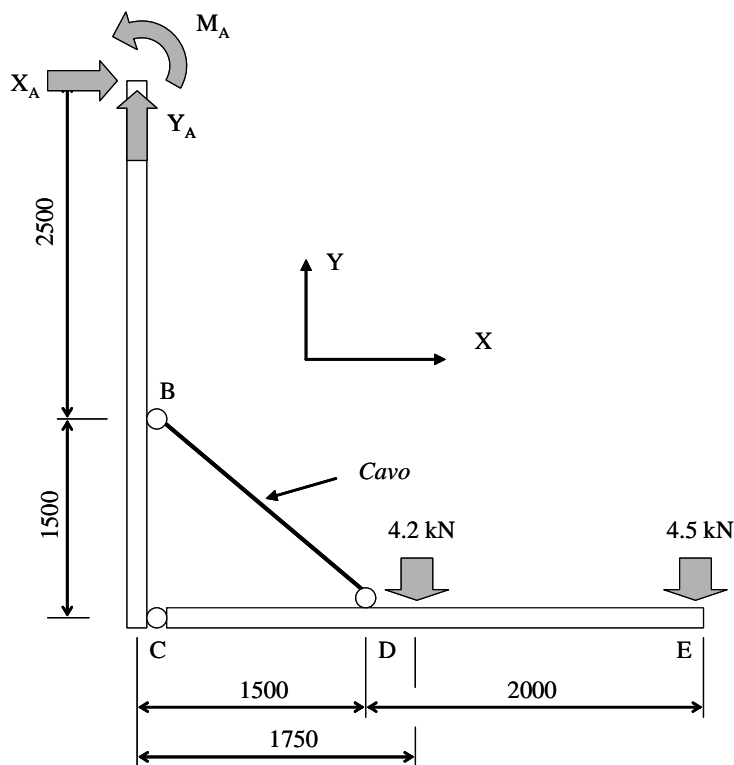
CALCOLO REAZIONI VINCOLARI

Calcolo reazioni vincolari esterne

La struttura è esternamente isostatica. Per il calcolo delle reazioni vincolari esterne sono quindi sufficienti le equazioni cardinali della statica.

A tale scopo, si fissa preliminarmente un sistema di riferimento cartesiano ortogonale e si traccia un diagramma di corpo libero sostituendo i vincoli con le relative reazioni vincolari incognite.

Ai fini del relativo calcolo, il carico distribuito viene sostituito con un carico concentrato "staticamente equivalente". Si ottiene in tal modo il seguente schema:



Dalle Equazioni di equilibrio si ottiene (forze in kN, lunghezze in mm, momenti calcolati rispetto al polo A):

$$X_A := 0 \quad Y_A := 0 \quad M_A := 0$$

Given

$$R_x = 0 \text{ --->} \quad X_A - 0 \cdot \text{kN} = 0$$

$$R_y = 0 \text{ --->} \quad Y_A - 4.2 \cdot \text{kN} - 4.5 \cdot \text{kN} = 0$$

$$M_{z_A} = 0 \text{ --->} \quad M_A - 4.2 \cdot \text{kN} \cdot 1750 \cdot \text{mm} - 4.5 \cdot \text{kN} \cdot 3500 \cdot \text{mm} = 0$$

$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ M_A \end{pmatrix} := \text{Find}(X_A, Y_A, M_A)$$

Ottenendo i seguenti valori delle reazioni vincolari esterne

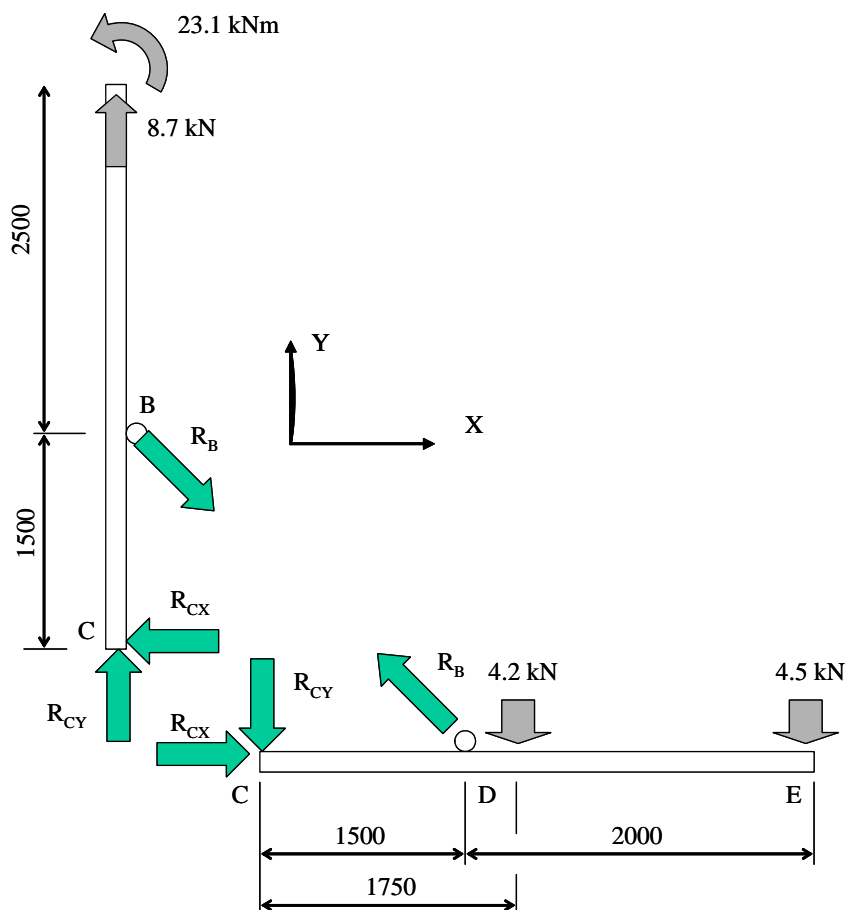
$$X_A = 0 \text{ kN} \quad Y_A = 8.7 \text{ kN} \quad M_A = 23.1 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

Calcolo reazioni vincolari interne

La struttura presenta tre reazioni vincolari interne incognite (la forza esercitata dal cavo e le due componenti di forza scambiate attraverso la cerniera in C) ed è internamente isostatica.

Per il calcolo delle reazioni vincolari interne si traccia un diagramma di corpo libero per i due corpi della struttura, sostituendo i vincoli interni con le relative reazioni incognite.

Si ottiene in tal modo il seguente schema:



Per il calcolo delle reazioni interne incognite, è sufficiente considerare l'equilibrio della trave orizzontale, ottenendo (forze in kN, lunghezze in mm, momenti calcolati rispetto al polo A):

$$R_{CX} := 0 \quad R_{CY} := 0 \quad R_B := 0$$

Given

$$R_x = 0 \rightarrow R_{CX} - R_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow -R_{CY} + R_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 4.2 \cdot \text{kN} - 4.5 \cdot \text{kN} = 0$$

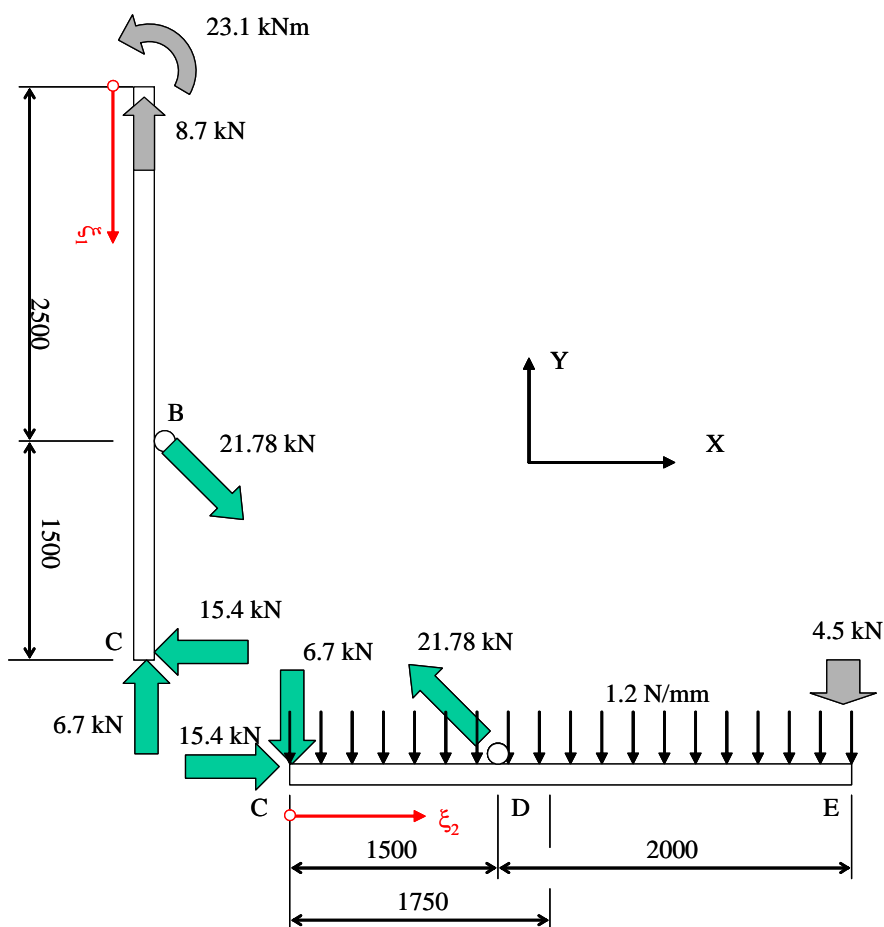
$$Mz_C = 0 \rightarrow R_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1500 \cdot \text{mm} - 4.2 \cdot \text{kN} \cdot 1750 \cdot \text{mm} - 4.5 \cdot \text{kN} \cdot 3500 \cdot \text{mm} = 0$$

$$\begin{pmatrix} R_{CX} \\ R_{CY} \\ R_B \end{pmatrix} := \text{Find}(R_{CX}, R_{CY}, R_B)$$

Ottenendo i seguenti valori delle reazioni vincolari interne

$$R_{CX} = 15.4 \text{ kN} \quad R_{CY} = 6.7 \text{ kN} \quad R_B = 21.779 \text{ kN}$$

ed il seguente diagramma di corpo libero dell'intera struttura, con tutte le forze applicate



DIAGRAMMI CARATTERISTICHE SOLLECITAZIONE

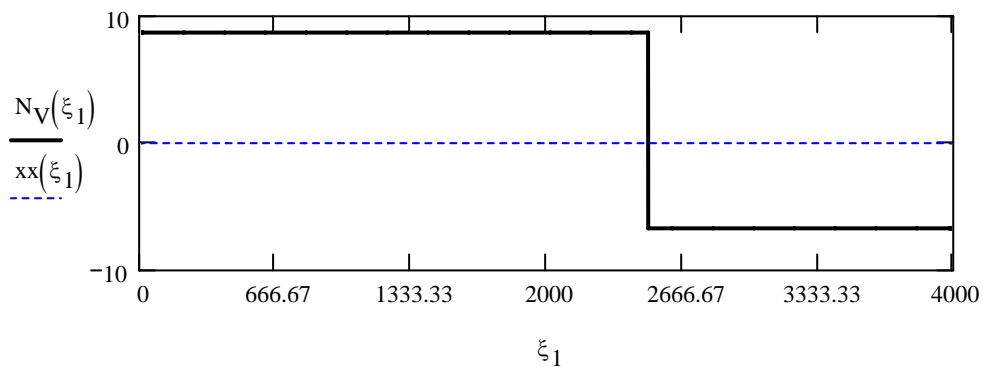
Ai fini del tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione, si introducono le coordinate curvilinee ξ_1 (trave verticale, origine nel punto A) e ξ_2 (trave orizzontale, origine nel punto C) e si fissa sulla generica sezione il sistema di riferimento corrente N-T secondo le usuali convenzioni.

Trave verticale

Forza Normale (in kN)

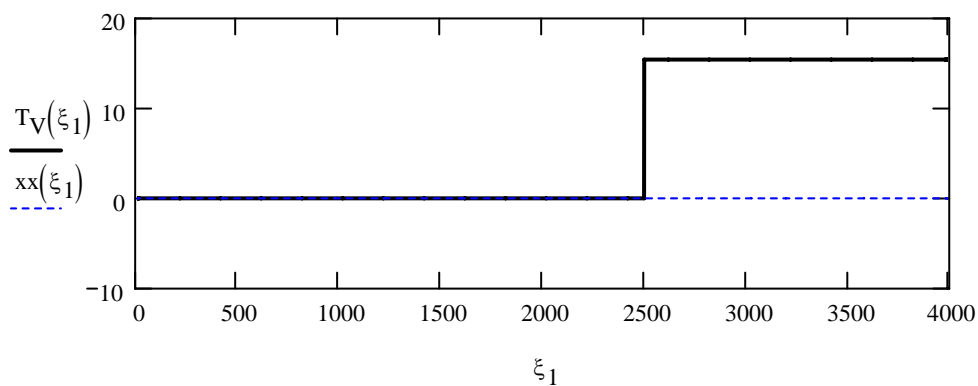
La forza normale è data da:

$$\xi_1 := 0, 1 \dots 4000 \quad \text{xx}(\xi_1) := 0$$
$$N_V(\xi_1) := \begin{cases} 8.7 & \text{if } 0 \leq \xi_1 \leq 2500 \\ 8.7 - 21.78 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{otherwise} \end{cases}$$



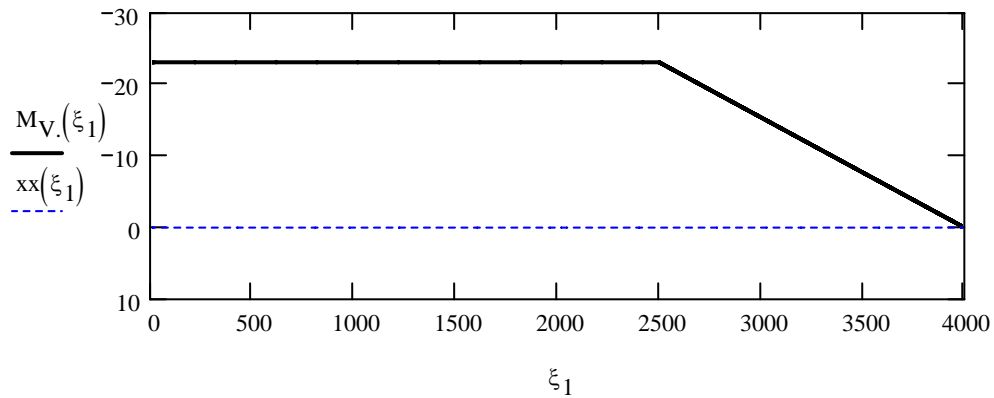
Taglio T (in kN)

$$T_V(\xi_1) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq \xi_1 \leq 2500 \\ 21.78 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{otherwise} \end{cases}$$



Momento M (in kNm)

$$M_V(\xi_1) := \begin{cases} -23.1 & \text{if } 0 \leq \xi_1 \leq 2500 \\ -23.1 + 21.78 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\xi_1 - 2500}{1000} & \text{otherwise} \end{cases}$$

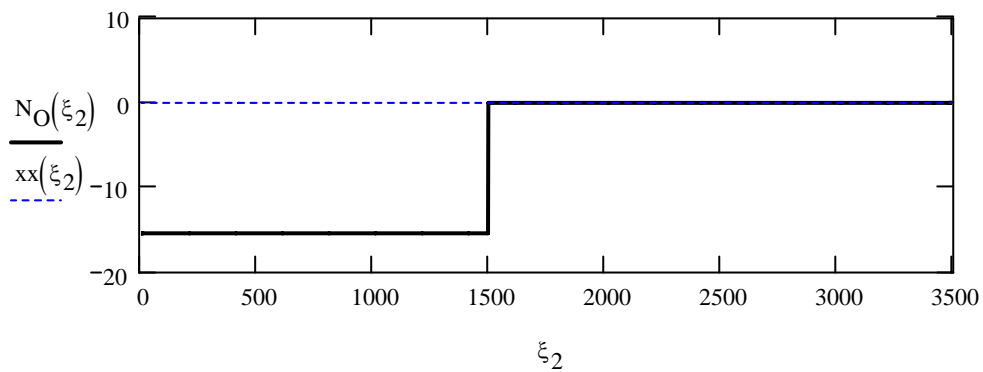


Trave orizzontale

Forza Normale (in kN)

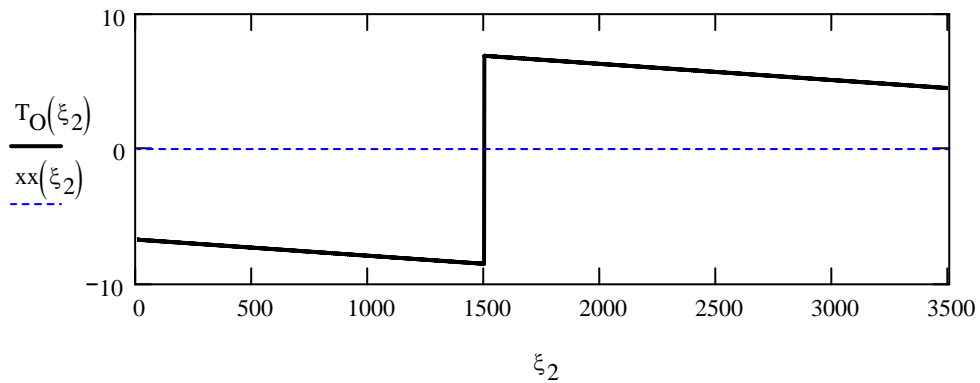
La forza normale è data da:

$$N_O(\xi_2) := \begin{cases} -15.4 & \text{if } 0 \leq \xi_2 \leq 1500 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \overline{xx}(\xi_2) := 0$$



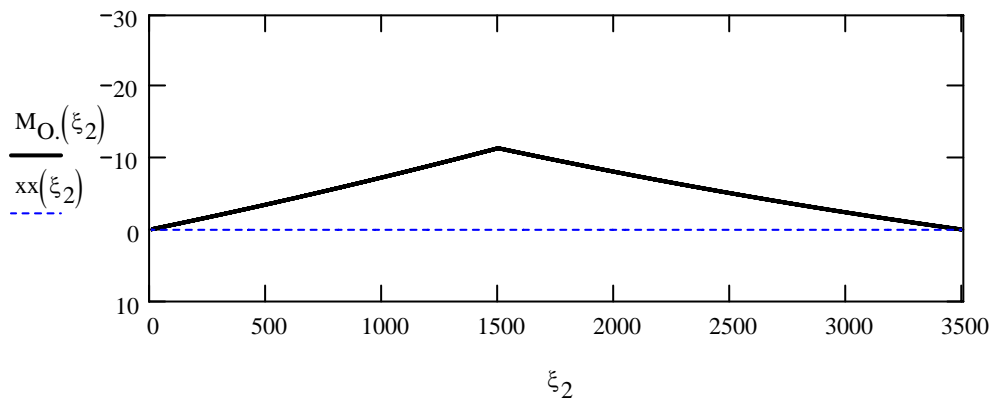
Taglio T (in kN)

$$T_O(\xi_2) := \begin{cases} -6.7 - 1.2 \cdot \frac{\xi_2}{1000} & \text{if } 0 \leq \xi_2 \leq 1500 \\ 4.5 + \frac{1.2}{1000} \cdot (3500 - \xi_2) & \text{otherwise} \end{cases}$$



Momento M (in kNm)

$$M_O(\xi_2) := \begin{cases} -6.7 \cdot \frac{\xi_2}{1000} - \frac{1.2}{1000} \cdot \frac{\xi_2^2}{2 \cdot 1000} & \text{if } 0 \leq \xi_2 \leq 1500 \\ -4.5 \cdot \frac{3500 - \xi_2}{1000} - \frac{1.2}{1000} \cdot \frac{(3500 - \xi_2)^2}{2 \cdot 1000} & \text{otherwise} \end{cases}$$



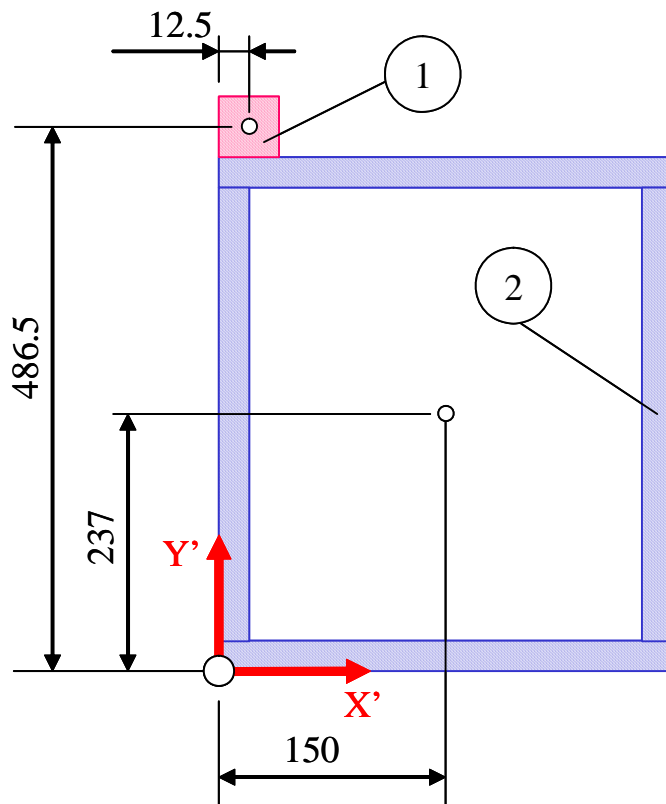
Quesito 3

POSIZIONE DEL BARICENTRO

Al fine di determinare la posizione del baricentro si fissa un sistema di riferimento ausiliario X'Y'.

Suddivisa quindi la figura in due sottofigure elementari per le quali è nota la posizione del baricentro, corrispondenti alla rotaia a sezione quadrata (1, in viola) ed alla trave a cassone (2, in blu), si calcolano le rispettive aree.

La posizione del baricentro della sezione viene quindi determinata grazie alla conoscenza dell'area e del baricentro (noto) di ciascuna sottofigura.



$$A_1 := 25^2 \quad \text{Area prima sottofigura}$$

$$X_{G1} := 12.5 \quad \text{Quota X' baricentro prima sottofigura}$$

$$Y_{G1} := 486.5 \quad \text{Quota Y' baricentro prima sottofigura}$$

$$A_2 := 300 \cdot 474 - 276 \cdot 450 \quad \text{Area seconda sottofigura}$$

$$X_{G2} := 150 \quad \text{Quota X' baricentro seconda sottofigura}$$

$$Y_{G2} := 237 \quad \text{Quota Y' baricentro seconda sottofigura}$$

$$A_{tot} := A_1 + A_2$$

Le coordinate del baricentro nel SR X'Y' possono essere determinate tramite le note relazioni:

$$X_G := \frac{A_1 \cdot X_{G1} + A_2 \cdot X_{G2}}{A_{tot}} \quad X_G = 145.386$$

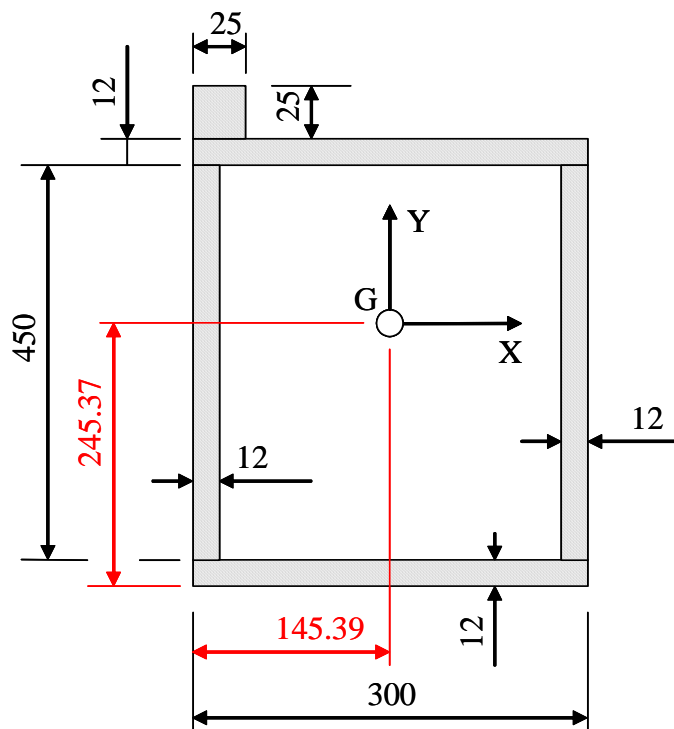
$$Y_G := \frac{A_1 \cdot Y_{G1} + A_2 \cdot Y_{G2}}{A_{tot}} \quad Y_G = 245.372$$

DETERMINAZIONE MOMENTI DI INERZIA

Momento attorno all'asse X

Il momento attorno all'asse centrale orizzontale X può essere valutato come somma dei contributi delle due sottofigure precedentemente utilizzate.

Ciascun contributo include il momento "intrinseco" (rispetto ad un asse passante per il baricentro della sottofigura) ed il momento "di trasporto".



$$J_{X1} := \frac{1}{12} \cdot (25) \cdot 25^3 + A_1 \cdot (Y_{G1} - Y_G)^2$$

$$J_{X2} := \frac{1}{12} \cdot (300 \cdot 474^3 - 276 \cdot 450^3) + A_2 \cdot (Y_{G2} - Y_G)^2$$

$$J_X := J_{X1} + J_{X2}$$

$$J_X = 6.042 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

Momento attorno all'asse Y

Il momento attorno ad Y può essere valutato in maniera analoga a quello attorno all'asse X.

$$J_{Y1} := \frac{1}{12} \cdot 25 \cdot 25^3 + A_1 \cdot (X_{G1} - X_G)^2$$

$$J_{Y2} := \frac{1}{12} \cdot (474 \cdot 300^3 - 450 \cdot 276^3) + A_2 \cdot (X_{G2} - X_G)^2$$

$$J_Y := J_{Y1} + J_{Y2}$$

$$J_Y = 2.895 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

ANALISI PER STABILIRE SE GLI ASSI "X-Y" SONO PRINCIPALI DI INERZIA

Per verificare se gli assi centrali XY sono anche principali di inerzia è sufficiente verificare se il relativo momento di inerzia centrigugo J_{XY} sia nullo.

Il valore di J_{XY} può essere ottenuto come somma dei contributi delle due sottofigure, comprensivi del momento "intrinseco" più il momento di trasporto.

Dato che il SR centrale di ciascuna sottofigura avente gli assi paralleli ad XY è principale per la sottofigura stessa, il momento "intrinseco" risulta nulla e rimane il solo contributo del momento di trasporto.

$$J_{XY1} := A_1 \cdot (X_G - X_{G1})(Y_G - Y_{G1})$$

$$J_{XY2} := A_2 \cdot (X_G - X_{G2})(Y_G - Y_{G2})$$

$$J_{XY} := J_{XY1} + J_{XY2}$$

$$J_{XY} = -2.072 \times 10^7$$

Si può pertanto concludere che il SR XY non è principale, come del resto ipotizzabile in base alla asimmetria della figura.

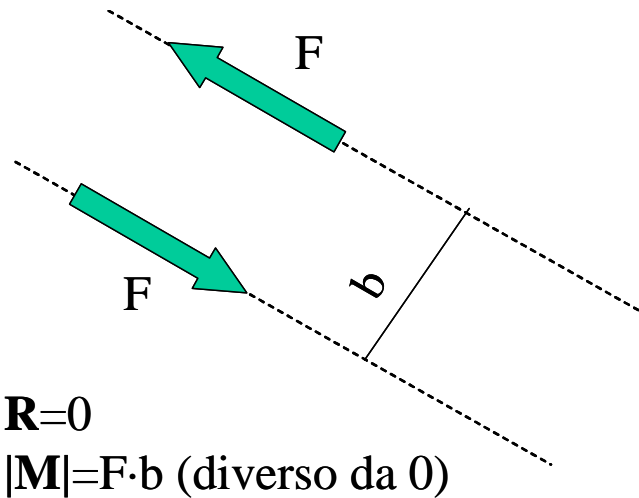
Quesito 4

DOMANDA 1

1a) il momento rispetto al polo B risulta dato da:

$$\mathbf{M}_B := \mathbf{M}_A + \mathbf{AB} \wedge \mathbf{R}$$

1b) Risulta $\mathbf{M}_B = \mathbf{M}_A$ se $\mathbf{R} = 0$. Un tale sistema di forze non è necessariamente equilibrato, in quanto può essere \mathbf{M}_A diverso da 0. Un esempio di un tale sistema di forze è mostrato nella Figura seguente.



Risulta inoltre $\mathbf{M}_B = \mathbf{M}_A$ se \mathbf{AB} è parallelo ad \mathbf{R} , in quanto in tal caso risulta evidentemente $\mathbf{AB} \wedge \mathbf{R} = 0$

DOMANDA 2

Due sistemi di forze sono "staticamente equivalenti" se hanno la stessa risultante e lo stesso momento risultante.

2a) Tra le forze esterne applicate ad una struttura e le reazioni vincolari valgono le seguenti relazioni (desumibili dalle equazioni cardinali della statica):

$$\mathbf{R}_V := -\mathbf{R}_E$$

$$\mathbf{M}_{VA} := -\mathbf{M}_{EA}$$

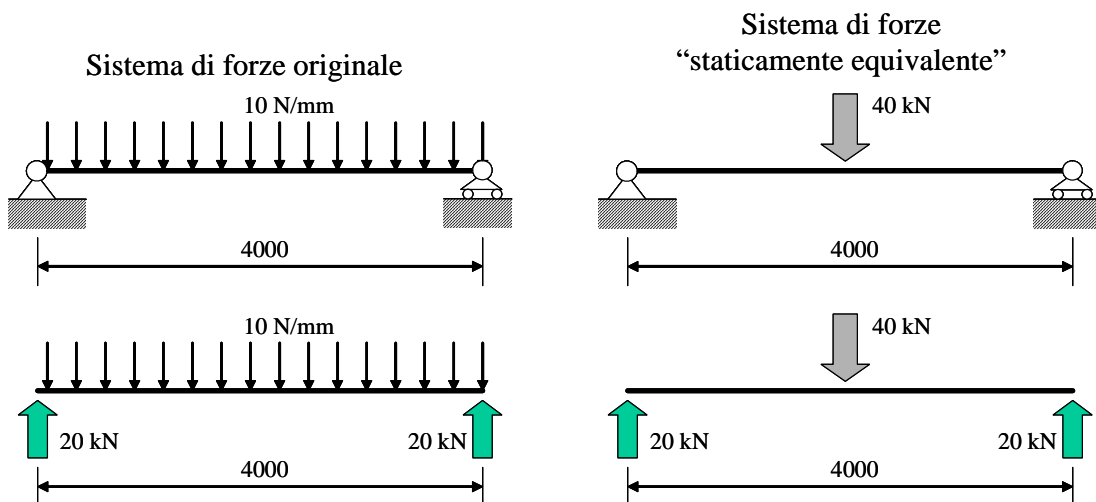
dove \mathbf{R}_V ed \mathbf{R}_E sono rispettivamente la risultante delle reazioni vincolari e delle forze esterne, mentre \mathbf{M}_{VA} ed \mathbf{M}_{EA} sono rispettivamente il momento risultante delle reazioni vincolari e delle forze esterne rispetto ad un polo comune A.

Le due equazioni vettoriali costituiscono un sistema lineare, le cui incognite sono generalmente le reazioni vincolari, mentre i termini noti sono dati da \mathbf{R}_E ed \mathbf{M}_{EA} .

In una struttura isostatica (come quelle oggetto del corso) il sistema ha una ed una sola soluzione.

Pertanto due diversi sistemi di forze esterne, che abbiano la stessa risultante e lo stesso momento risultante introducono nel sistema gli stessi termini noti e, quindi, producono la stessa soluzione.

Per questa ragione è lecito, ai fini del calcolo delle reazioni vincolari, sostituire i carichi esterni con un sistema di forze "equivalente", come nell'esempio dato dalla figura seguente.



2b) La caratteristiche di sollecitazione prodotte da due sistemi "staticamente equivalenti" possono essere diverse, in quanto il loro andamento dipende dalla effettiva distribuzione delle forze e non solo dalla loro risultante e momento risultante.

Ad esempio, per i due sistemi di forze della Figura precedente si ottengono le seguenti due distribuzioni del momento flettente.

$$\xi := 0, 1 \dots 4000$$

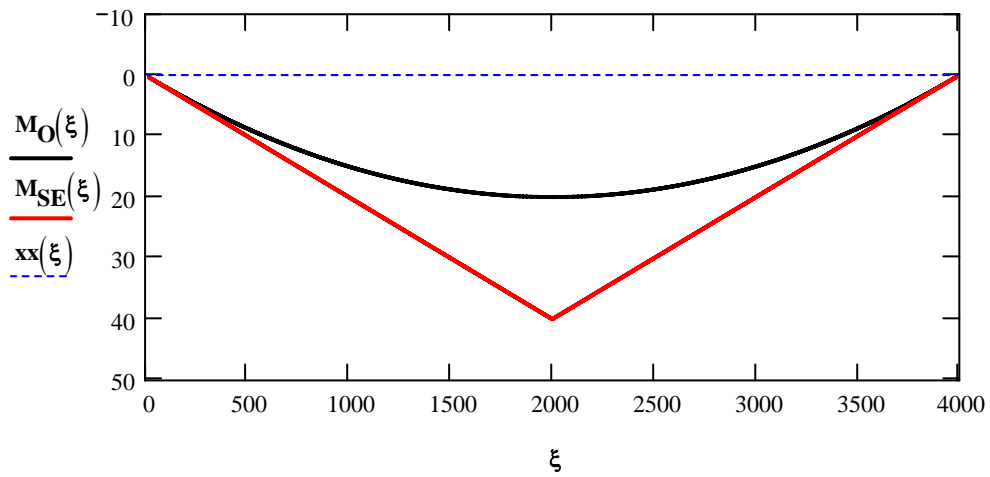
$$xx(\xi) := 0$$

Sistema originale

$$M_O(\xi) := \begin{cases} 20 \cdot \frac{\xi}{1000} - \frac{10}{1000} \cdot \frac{\xi^2}{2 \cdot 1000} & \text{if } 0 \leq \xi \leq 4000 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Sistema staticamente equivalente

$$M_{SE}(\xi) := \begin{cases} 20 \cdot \frac{\xi}{1000} & \text{if } 0 \leq \xi \leq 2000 \\ 20 \cdot \frac{4000 - \xi}{1000} & \text{otherwise} \end{cases}$$



DOMANDA 3

In una trave:

- fissata una coordinata curvilinea lungo la fibra baricentrica
 - effettuata una sezione ortogonale in un punto corrispondente ad un valore dato della coordinata curvilinea
 - fissato, sulla sezione, un SR cartesiano destrorso secondo le usuali convenzioni
- le caratteristiche di sollecitazione sono le componenti della risultante e del momento risultante, secondo il suddetto SR, delle forze applicate alla porzione di trave che si trova "a valle" della sezione effettuata.

DOMANDA 4

In un punto di una sezione effettuata in un corpo continuo, si consideri una piccola area dS e la forza dF complessivamente trasmessa attraverso tale area.

Si definisce vettore tensione totale:

$$t := \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{dF}{dS}$$

La tensione normale nel punto è la componente del vettore tensione totale normale al piano di sezione, mentre la tensione tangenziale è la componente che giace sul piano di sezione.

DOMANDA 5

I momenti di inerzia del secondo ordine sono:

$$J_x := \int_A y^2 dA \quad J_y := \int_A x^2 dA$$
$$J_{xy} := \int_A x \cdot y dA \quad J_p := \int_A (x^2 + y^2) dA$$

Tra di essi, il solo J_{xy} può assumere valori sia positivi che negativi. In particolare, esso risulta nullo se gli assi X-Y sono principali di inerzia.