

Quesito 1 (Punti 7)

Data la travatura reticolare mostrata nella Figura 1, determinare:

1. le reazioni vincolari
2. le forze agenti nelle aste

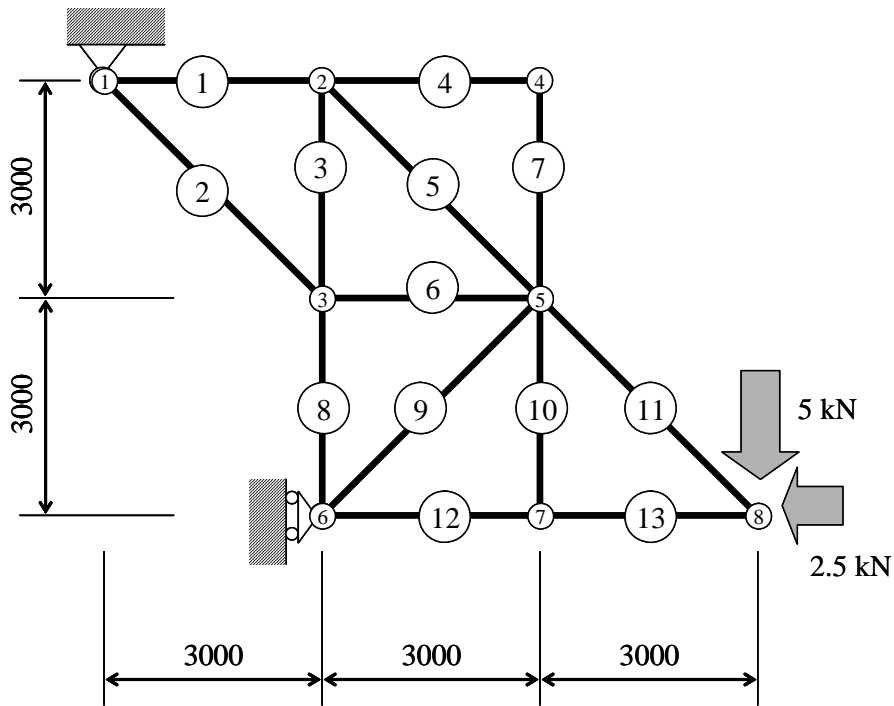


Fig. 1

Svolgimento

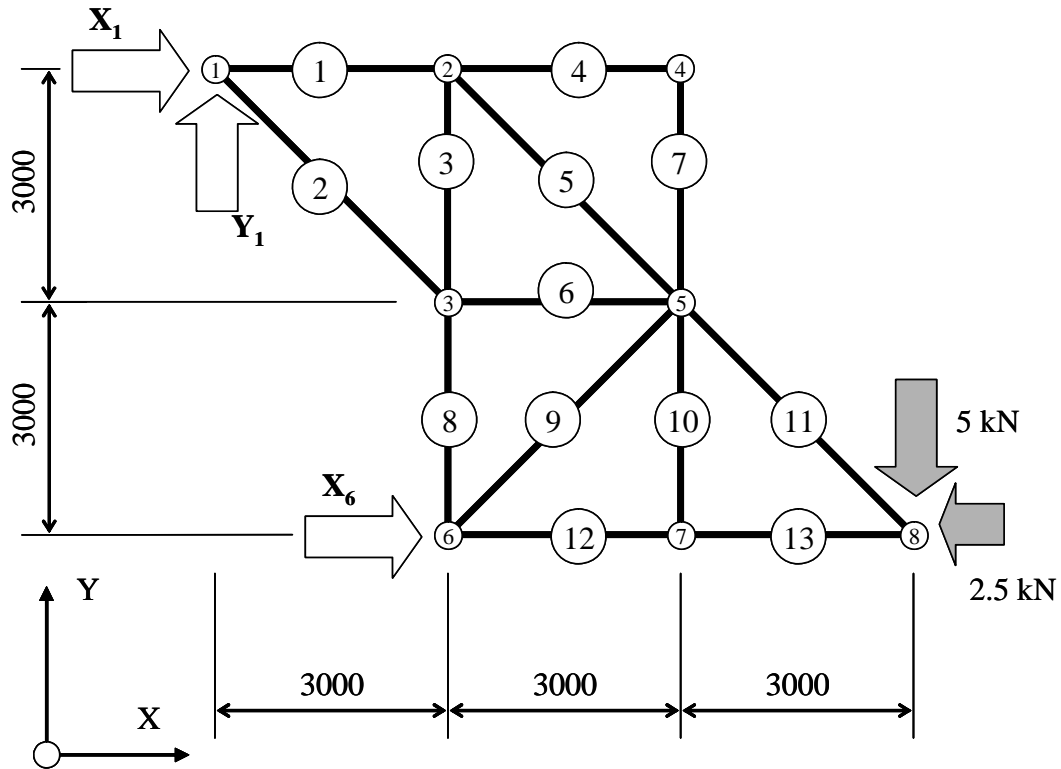
Si riconosce immediatamente che le aste 4, 7 e 10 sono soggette ad una forza normale nulla:

$$N_4 := 0 \quad N_7 := 0 \quad N_{10} := 0$$

Calcolo delle reazioni vincolari

La struttura è esternamente isostatica.

Fissato un SR cartesiano ortogonale, si sostituiscono i vincoli con le 3 reazioni vincolari incognite, ottenendo il seguente diagramma di corpo libero:



$$X_6 := 0 \quad X_1 := 0 \quad Y_1 := 0$$

Given

$$R_x = 0 \rightarrow X_6 + X_1 - 2.5 = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow Y_1 - 5 = 0$$

$$MR_{x1} = 0 \rightarrow X_6 \cdot 6000 - 5 \cdot 9000 - 2.5 \cdot 6000 = 0$$

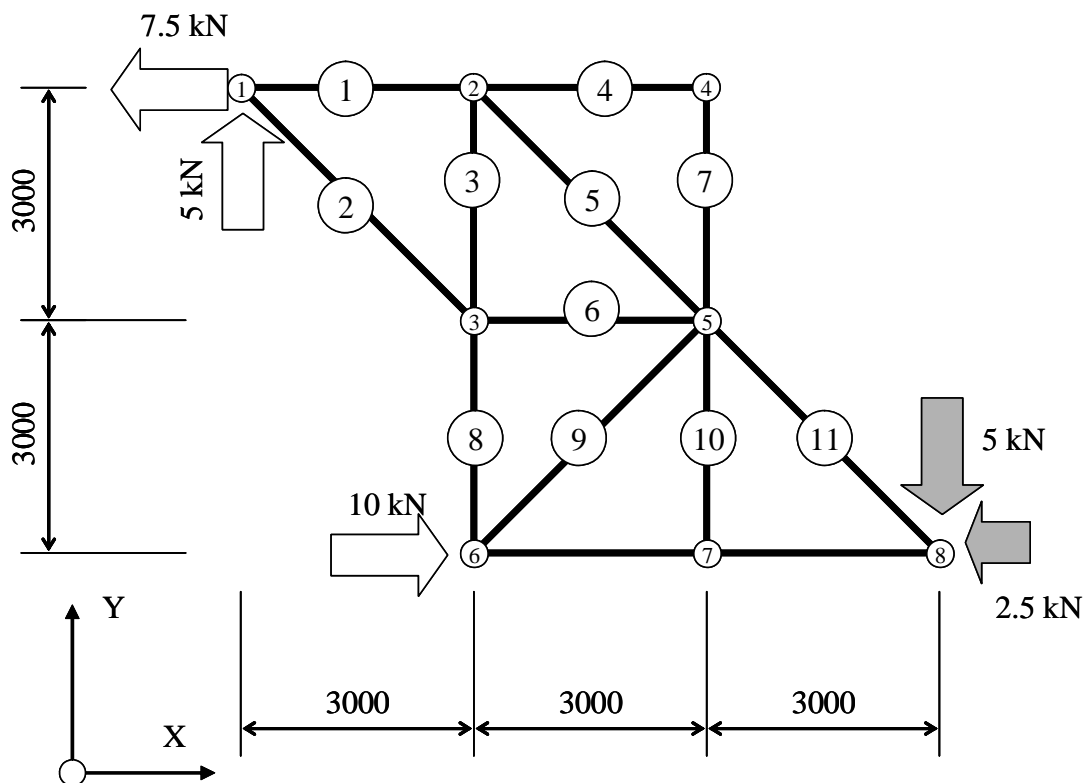
$$\begin{pmatrix} X_6 \\ Y_1 \\ X_1 \end{pmatrix} := \text{Find}(X_6, Y_1, X_1)$$

$$X_6 = 10$$

$$Y_1 = 5$$

$$X_1 = -7.5$$

Si ottiene in tal modo il seguente diagramma finale di corpo libero con tutti i carichi esterni applicati alla struttura.



Forze agenti nelle aste.

Si procede alla soluzione utilizzando il metodo dei nodi.

Nodo 8

$$N_{11} := 0$$

$$N_{13} := 0$$

Given

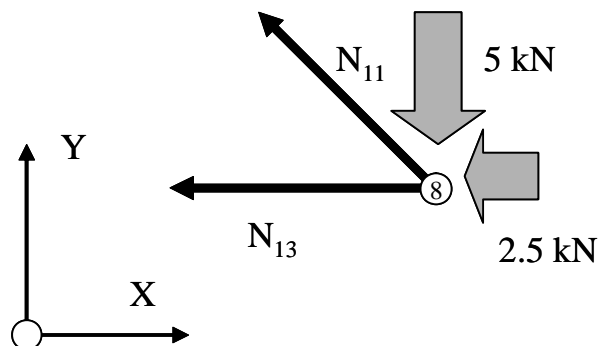
$$R_x = 0 \rightarrow -N_{13} - 2.5 - N_{11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow N_{11} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 5 = 0$$

$$\begin{pmatrix} N_{11} \\ N_{13} \end{pmatrix} := \text{Find}(N_{11}, N_{13})$$

$$N_{11} = 7.071$$

$$N_{13} = -7.5$$



Nodo 7

Dalla considerazione del nodo 7 si vede subito che:

$$N_{12} := N_{13}$$

Nodo 6

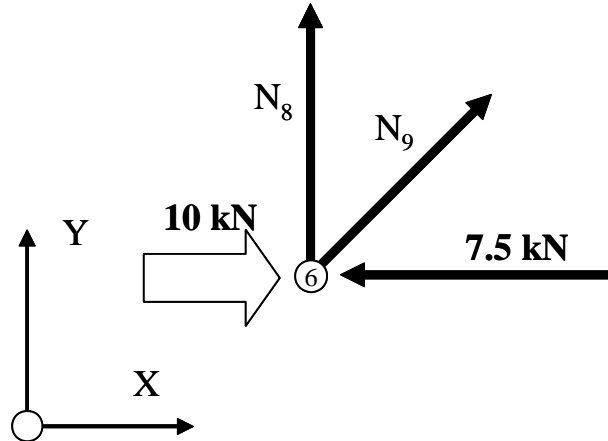
$$N_8 := 0 \quad N_9 := 0$$

Given

$$R_x = 0 \rightarrow 10 - 7.5 + N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow N_9 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_8 = 0$$

$$\begin{pmatrix} N_8 \\ N_9 \end{pmatrix} := \text{Find}(N_8, N_9)$$



$$N_8 = 2.5$$

$$N_9 = -3.536$$

Nodo 5

$$N_5 := 0 \quad N_6 := 0$$

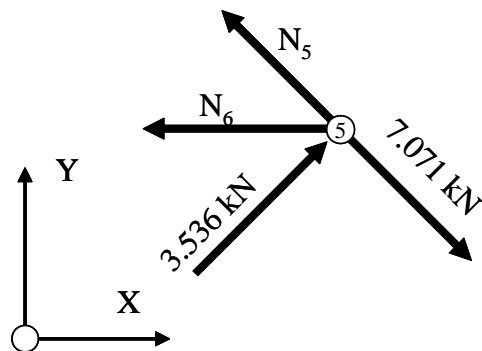
Given

$$R_x = 0 \rightarrow -N_6 - N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3.536 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 7.071 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow$$

$$N_5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 3.536 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 7.071 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$\begin{pmatrix} N_5 \\ N_6 \end{pmatrix} := \text{Find}(N_5, N_6)$$



$$N_5 = 3.535$$

$$N_6 = 5.001$$

Nodo 3

$$N_2 := 0 \quad N_3 := 0$$

Given

$$R_x = 0 \rightarrow -N_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 5 = 0$$

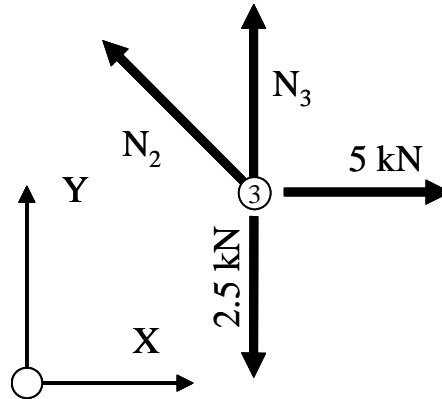
$$R_y = 0 \rightarrow$$

$$N_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - 2.5 + N_3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} := \text{Find}(N_2, N_3)$$

$$N_2 = 7.071$$

$$N_3 = -2.5$$



Nodo 2

$$N_1 := 0$$

Given

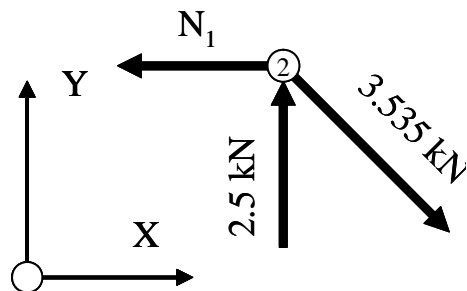
$$R_x = 0 \rightarrow N_1 - 3.535 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow$$

$$2.5 - 3.535 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \text{OK}$$

$$N_1 := \text{Find}(N_1)$$

$$N_1 = 2.5$$

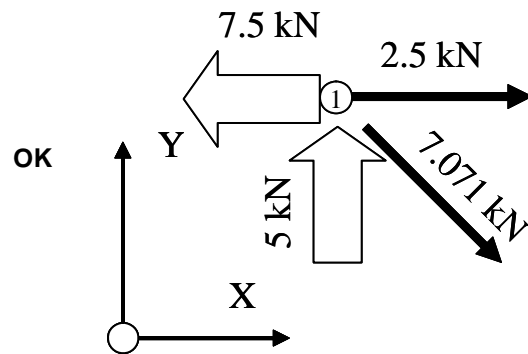


Nodo 1 - Verifica finale equilibrio

$$R_x = 0 \rightarrow 2.5 - 7.5 + 7.071 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow$$

$$5 - 7.071 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$



RIASSUNTO DEI RISULTATI

$$N_1 = 2.5$$

$$N_2 = 7.071$$

$$N_3 = -2.5$$

$$N_4 = 0$$

$$N_5 = 3.535$$

$$N_6 = 5.001$$

$$N_7 = 0$$

$$N_8 = 2.5$$

$$N_9 = -3.536$$

$$N_{10} = 0$$

$$N_{11} = 7.071$$

$$N_{12} = -7.5$$

$$N_{13} = -7.5$$

Quesito 2a (Punti 14)

Dato la struttura spaziale mostrata in Figura 2a.1 determinare:

1. le reazioni vincolari
2. l'andamento delle caratteristiche di sollecitazione nella trave A-B-C, scrivendone l'espressione analitica in funzione di una opportuna coordinata presa lungo la fibra baricentrica e tracciandone il diagramma.

Note:

- i punti D e C giacciono su un unico piano verticale (parallelo ad "Y-Z")
- i punti A, B, C giacciono su un unico piano orizzontale (parallelo ad "X-Y")
- il tratto di trave A-B è parallelo all'asse "Y"
- il tratto di trave B-C è parallelo all'asse "X"

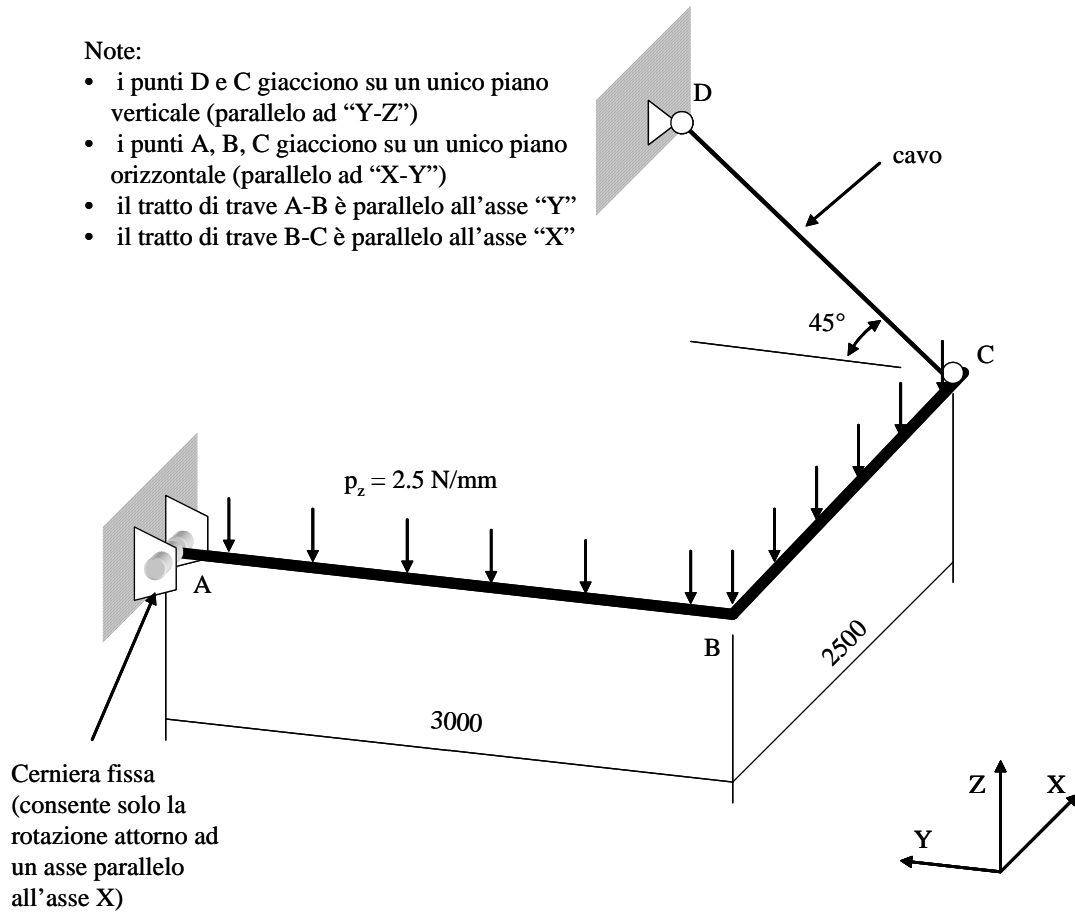
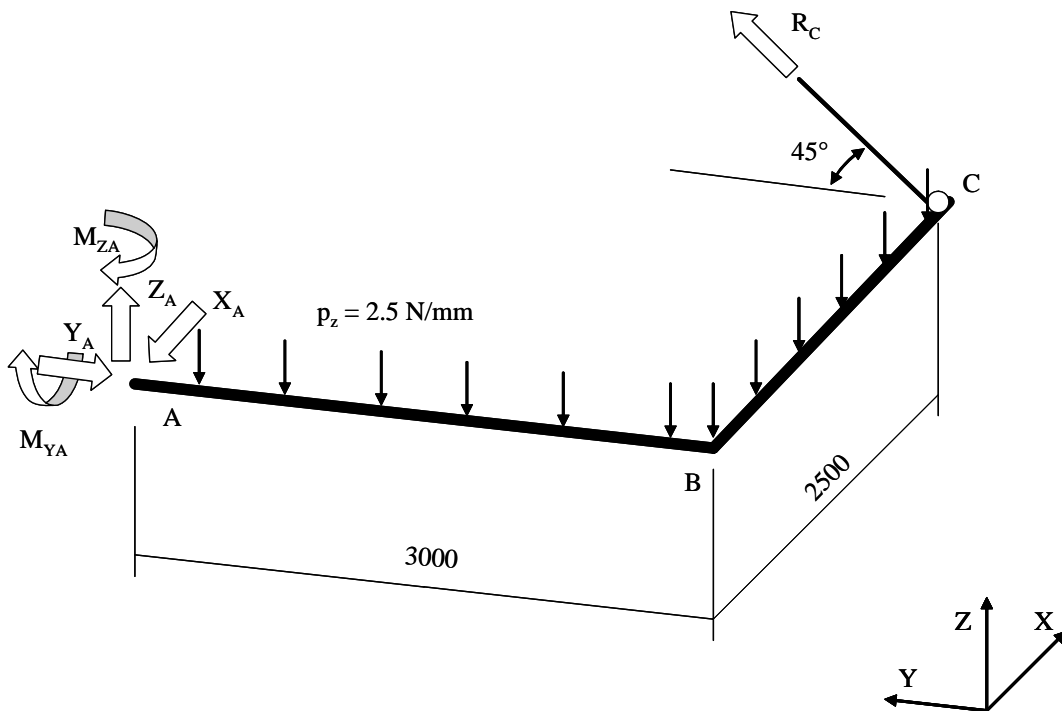


Fig. 2a

Calcolo delle reazioni vincolari

La struttura è esternamente isostatica.

Fissato un SR cartesiano ortogonale, si sostituiscono i vincoli con le 6 reazioni vincolari incognite, ottenendo il seguente diagramma di corpo libero:



Dalle Equazioni di equilibrio si ottiene (forze in kN, lunghezze in m, momenti calcolati rispetto al polo A):

$$X_A := 0 \cdot \text{kN} \quad Y_A := 0 \quad Z_A := 0 \quad M_{YA} := 0 \quad M_{ZA} := 0 \quad R_C := 0$$

Given

$$R_x = 0 \rightarrow -X_A = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow -Y_A + R_C \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_z = 0 \rightarrow Z_A + R_C \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2.5 \cdot (3000 + 2500)}{1000} \text{ kN} = 0$$

$$M_{R_{xA}} = 0 \rightarrow \frac{2.5 \cdot 3000}{1000} \cdot \text{kN} \cdot 1.5 \cdot \text{m} + \frac{2.5 \cdot 2500}{1000} \cdot \text{kN} \cdot 3 \cdot \text{m} - R_C \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 3 \cdot \text{m} = 0$$

$$M_{R_{yA}} = 0 \rightarrow M_{YA} + \frac{2.5 \cdot 2500}{1000} \cdot \text{kN} \cdot \frac{2.5}{2} \cdot \text{m} - R_C \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2.5 \cdot \text{m} = 0$$

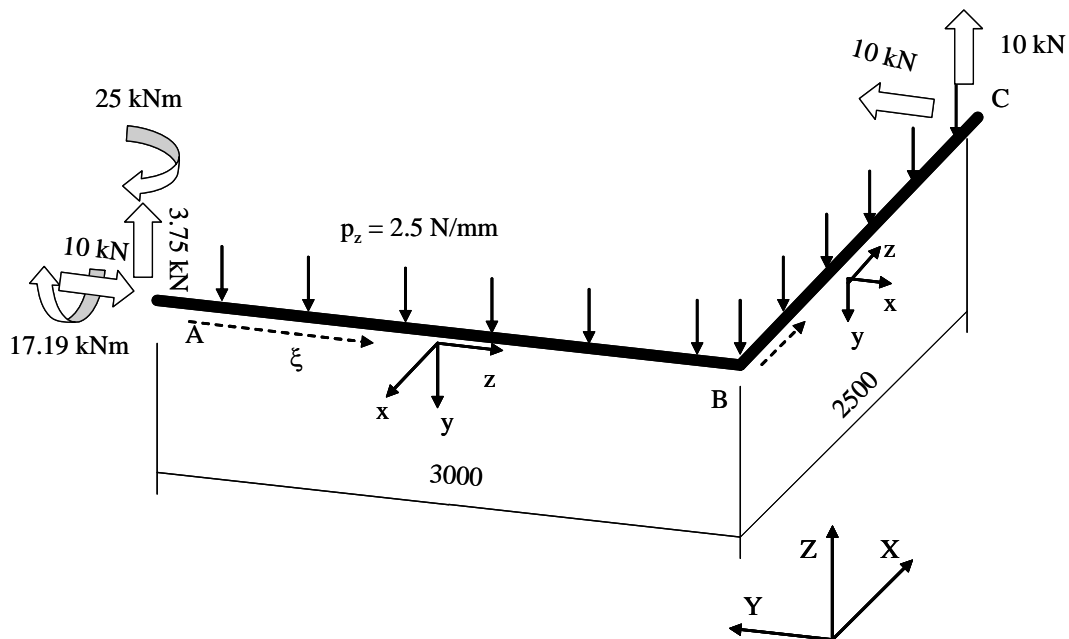
$$M_{R_{zA}} = 0 \rightarrow -M_{ZA} + R_C \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2.5 \cdot \text{m} = 0$$

$$\begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ M_{YA} \\ M_{ZA} \\ R_C \end{pmatrix} := \text{Find}(X_A, Y_A, Z_A, M_{YA}, M_{ZA}, R_C)$$

Ottenendo i seguenti valori delle reazioni vincolari (in kN e kNm):

$$\begin{aligned}
 X_A &= 0 \cdot \text{kN} & Y_A &= 10 \cdot \text{kN} & Z_A &= 3.75 \cdot \text{kN} \\
 M_{YA} &= 17.188 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} & M_{ZA} &= 25 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} & R_C &= 14.142 \cdot \text{kN}
 \end{aligned}$$

Si ottiene in tal modo il seguente diagramma di corpo libero della trave A-B-C, con tutte le forze esterne applicate (per comodità, la reazione vincolare R_C è stata scomposta nelle sue componenti lungo "Y" e lungo "Z")



DIAGRAMMI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Ai fini del tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione, si introduce la coordinata curvilinea ξ (origine nel punto A, termine nel punto C, valore compreso tra 0 e 5.500 m) e si fissa sulla generica sezione il sistema di riferimento locale x-y-z per il calcolo della caratteristiche di sollecitazione, la cui disposizione nei diversi tratti di trave è mostrata in figura.

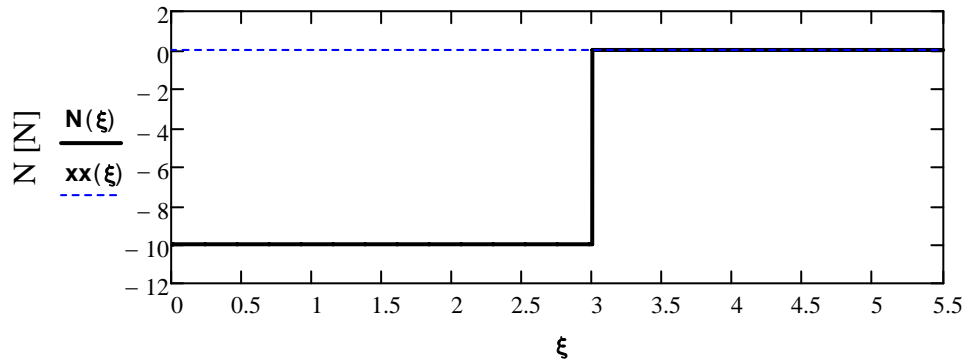
Si noti che, per semplificare la rappresentazione, i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione sono stati linearizzati. Ai fini di una più semplice interpretazione, si noti che i punti significativi indicati sulla figura corrispondono ai seguenti valori della coordinata curvilinea ξ : Punto A -> $\xi=0$; Punto B -> $\xi=3.00$; Punto C -> $\xi=5.50$

Forza Normale [kN]

$\xi := 0, 0.001 \dots 5.50$

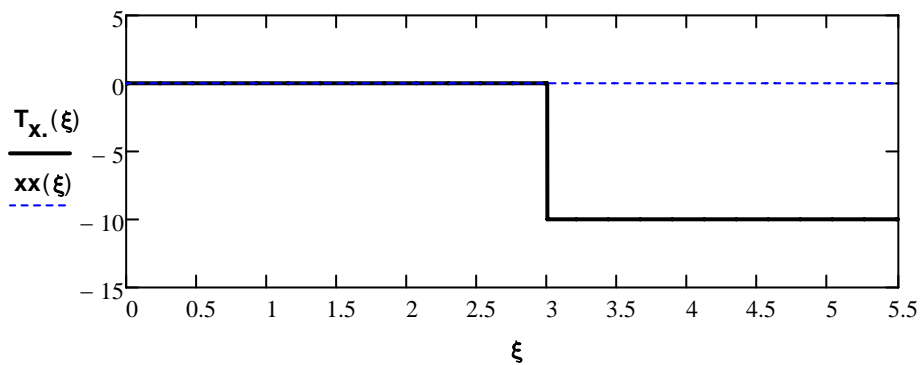
(questa variabile fittizia ha il solo scopo di far comparire sui diagrammi la linea corrispondente al valore 0)
 $xx(\xi) := 0$

$$N(\xi) := \begin{cases} -10 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Tratto A-B} \\ \text{Tratto B-C} \end{array}$$



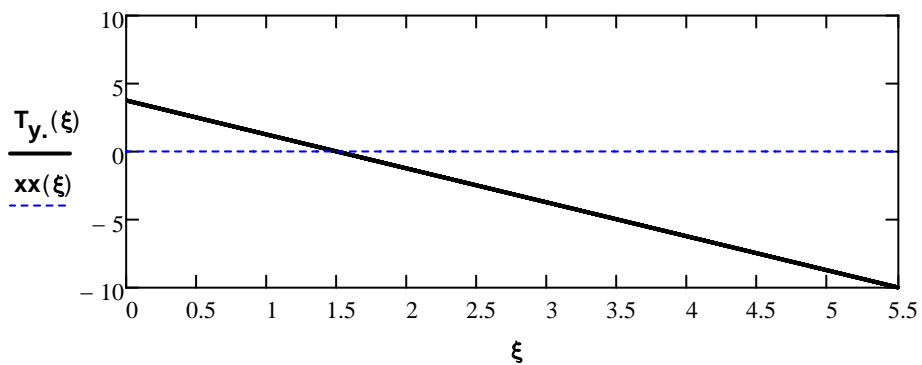
Taglio T_x (in kN)

$$T_x(\xi) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 3 \\ -10 & \text{otherwise} \end{cases}$$



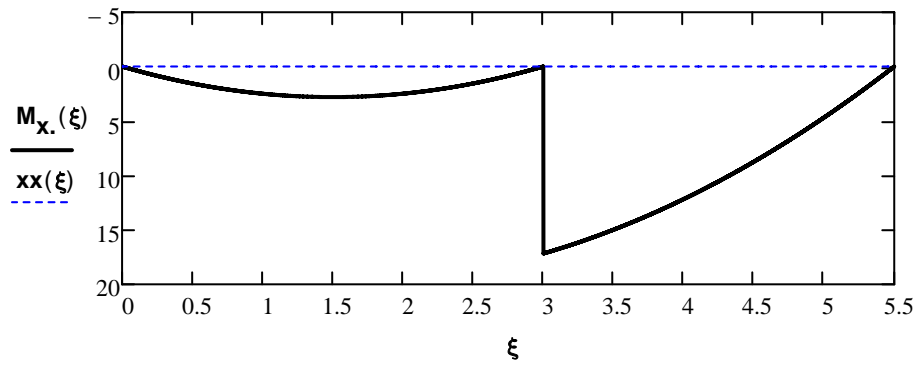
Taglio T_y (in kN)

$$T_y(\xi) := \begin{cases} 3.75 - 2.5 \cdot \xi & \text{if } 0 \leq \xi \leq 5.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



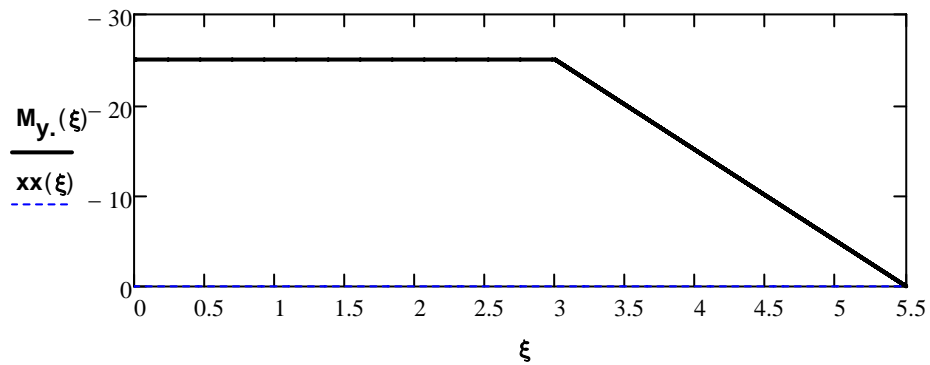
Momento M_x (in kNm)

$$M_x(\xi) := \begin{cases} 3.75 \cdot \xi - 2.5 \cdot \frac{\xi^2}{2} & \text{if } 0 \leq \xi \leq 3 \\ 10 \cdot (5.5 - \xi) - 2.5 \cdot \frac{(5.5 - \xi)^2}{2} & \text{otherwise} \end{cases}$$



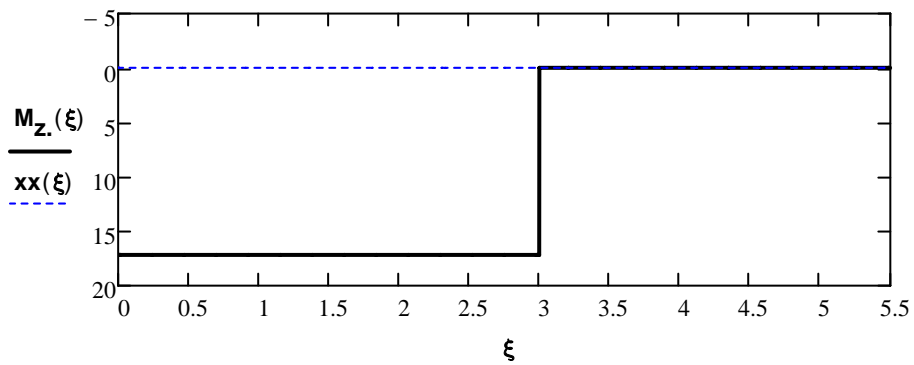
Momento M_y (in kNm)

$$M_y(\xi) := \begin{cases} -25 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 3 \\ -10 \cdot (5.5 - \xi) & \text{otherwise} \end{cases}$$



Momento M_z (in kNm)

$$M_z(\xi) := \begin{cases} 17.19 & \text{if } 0 \leq \xi \leq 3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Quesito 2b (alternativo al quesito 2a) (Punti 12)

Data la struttura piana mostrata in Figura 2b, determinare:

1. le reazioni vincolari
2. l'andamento delle caratteristiche di sollecitazione nelle travi che la compongono, scrivendone l'espressione analitica in funzione di una opportuna coordinata presa lungo la fibra baricentrica e tracciandone il diagramma..

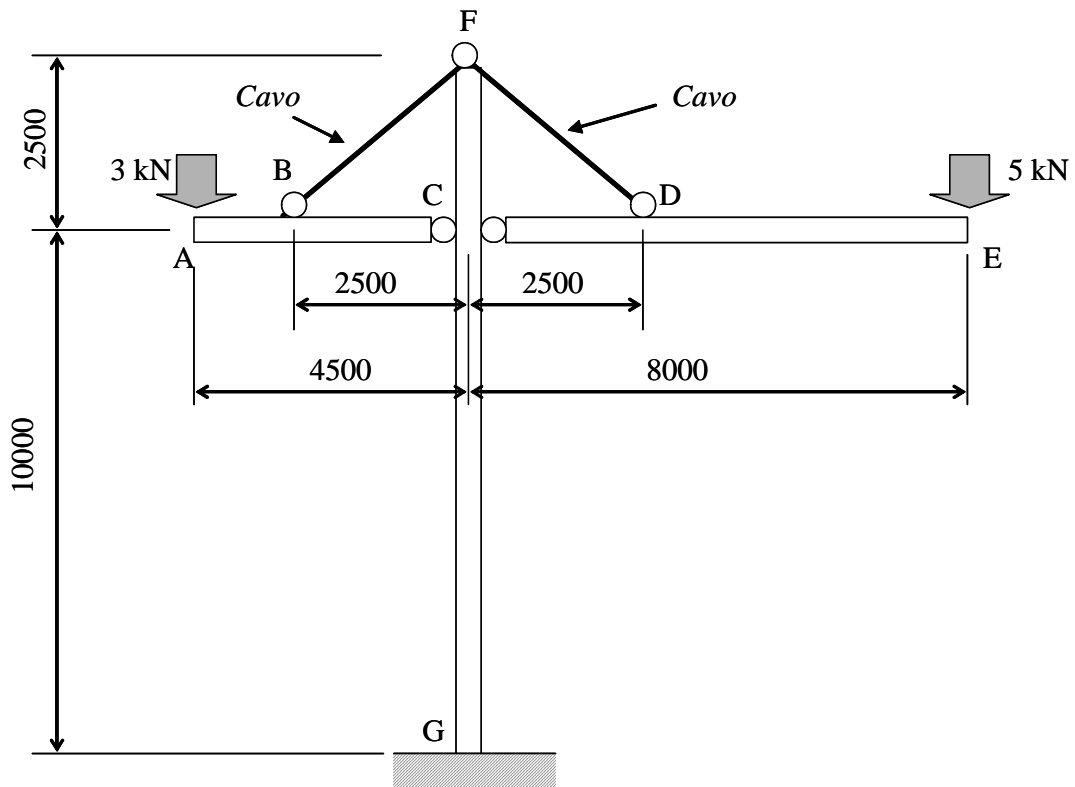
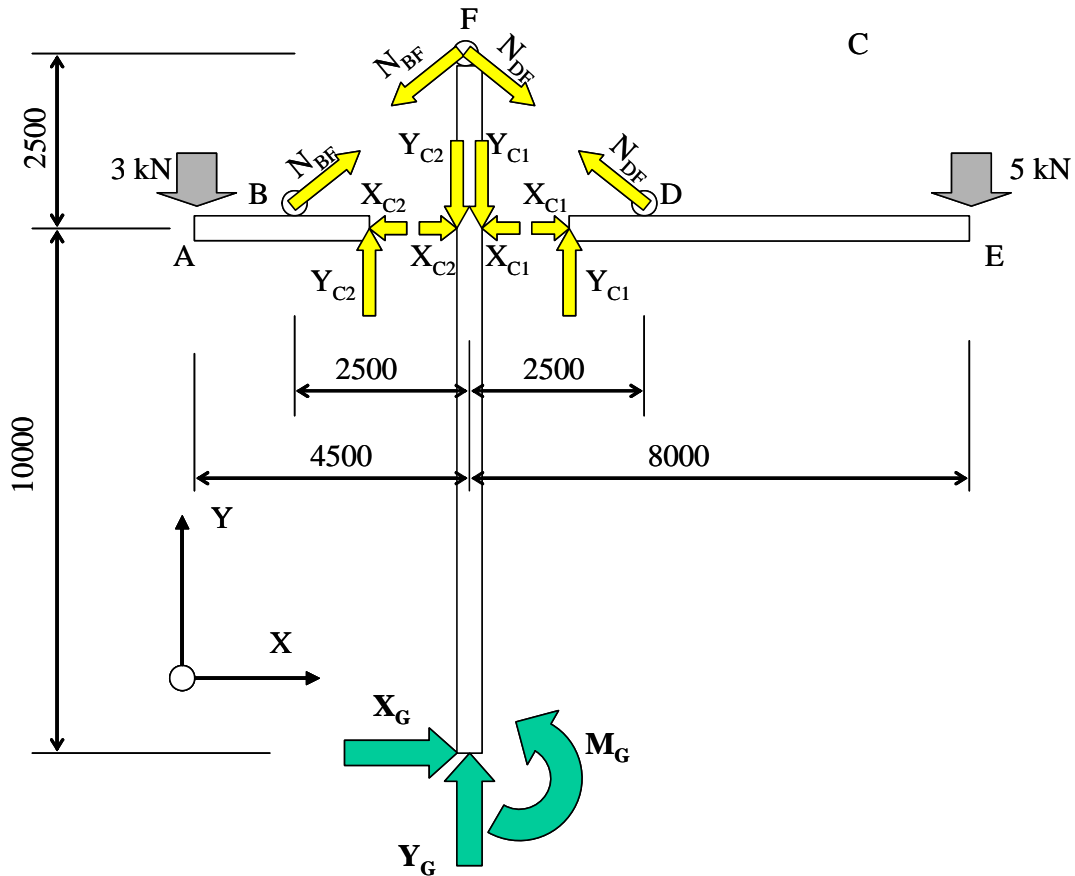


Fig. 2b

Calcolo delle reazioni vincolari

La struttura è esternamente ed internamente isostatica.

Fissato un SR cartesiano ortogonale, si sostituiscono i vincoli con le 5 reazioni vincolari (3 esterne + 2 interne) incognite, ottenendo il seguente diagramma di corpo libero:



Dalle Equazioni di equilibrio si ottiene (forze in kN, lunghezze in m, momenti calcolati rispetto al polo A):

$$X_G := 0 \cdot \text{kN} \quad Y_G := 0 \quad M_G := 0 \quad N_{BF} := 0 \quad N_{DF} := 0$$

$$X_{C1} := 0 \quad Y_{C1} := 0 \quad X_{C2} := 0 \quad Y_{C2} := 0$$

Given

Equilibrio intera struttura

$$R_x = 0 \rightarrow X_G = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow Y_G - 5 \text{ kN} - 3 \text{ kN} = 0$$

$$MR_{zG} = 0 \rightarrow M_G + 3 \text{ kN} \cdot 4.5 \text{ m} - 5 \text{ kN} \cdot 8 \text{ m} = 0$$

$$\begin{pmatrix} X_G \\ Y_G \\ M_G \end{pmatrix} := \text{Find}(X_G, Y_G, M_G)$$

Given

Equilibrio asta CDE

$$R_x = 0 \rightarrow X_{C1} - N_{DF} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow Y_{C1} - 5 \text{ kN} + N_{DF} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$M_{R_{zC}} = 0 \rightarrow -5 \cdot \text{kN} \cdot 8 \cdot \text{m} + N_{DF} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2.5 \cdot \text{m} = 0$$

$$\begin{pmatrix} X_{C1} \\ Y_{C1} \\ N_{DF} \end{pmatrix} := \text{Find}(X_{C1}, Y_{C1}, N_{DF})$$

Given

Equilibrio asta ABC

$$R_x = 0 \rightarrow -X_{C2} + N_{BF} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$R_y = 0 \rightarrow Y_{C2} - 3 \text{ kN} + N_{BF} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$M_{R_{zC}} = 0 \rightarrow 3 \cdot \text{kN} \cdot 4.5 \cdot \text{m} - N_{BF} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 2.5 \cdot \text{m} = 0$$

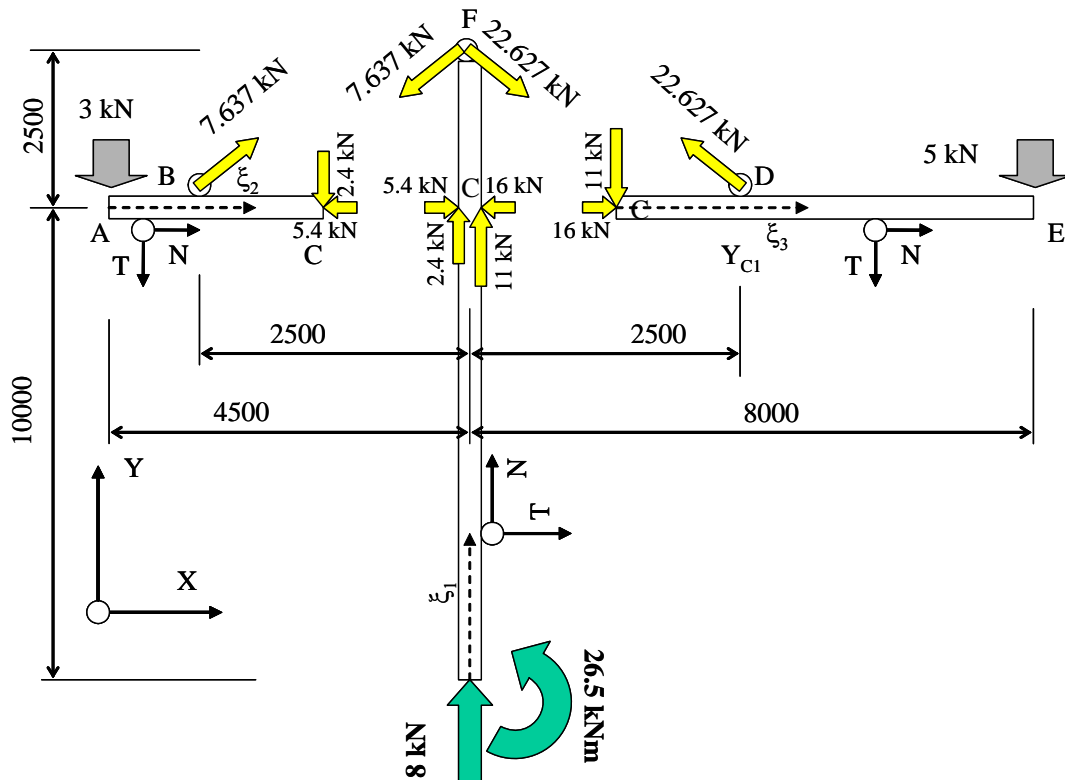
$$\begin{pmatrix} X_{C2} \\ Y_{C2} \\ N_{BF} \end{pmatrix} := \text{Find}(X_{C2}, Y_{C2}, N_{BF})$$

Ottenendo i seguenti valori delle reazioni vincolari (in kN e kNm):

$$X_G = 0 \quad Y_G = 8 \cdot \text{kN} \quad M_G = 26.5 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad N_{BF} = 7.637 \cdot \text{kN} \quad N_{DF} = 22.627 \cdot \text{kN}$$

$$X_{C1} = 16 \cdot \text{kN} \quad Y_{C1} = -11 \cdot \text{kN} \quad X_{C2} = 5.4 \cdot \text{kN} \quad Y_{C2} = -2.4 \cdot \text{kN}$$

Si ottiene in tal modo il seguente diagramma di corpo libero della struttura, con tutte le forze esterne ed interne applicate.



DIAGRAMMI CARATTERISTICHE DI SOLLECITAZIONE

Ai fini del tracciamento dei diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione, si introducono tre coordinate curvilinee ξ_1 (origine nel punto G, termine nel punto F, valore compreso tra 0 e 12.50 m), ξ_2 (origine nel punto A, termine nel punto C, valore compreso tra 0 e 4.50 m) e ξ_3 (origine nel punto C, termine nel punto E, valore compreso tra 0 e 8.00 m) e si fissa sulla generica sezione il sistema di riferimento locale N-T per il calcolo delle caratteristiche di sollecitazione, la cui disposizione nei diversi tratti di trave è mostrata in figura. Si noti che, per semplificare la rappresentazione, i diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione sono stati linearizzati.

TRAVE GCF

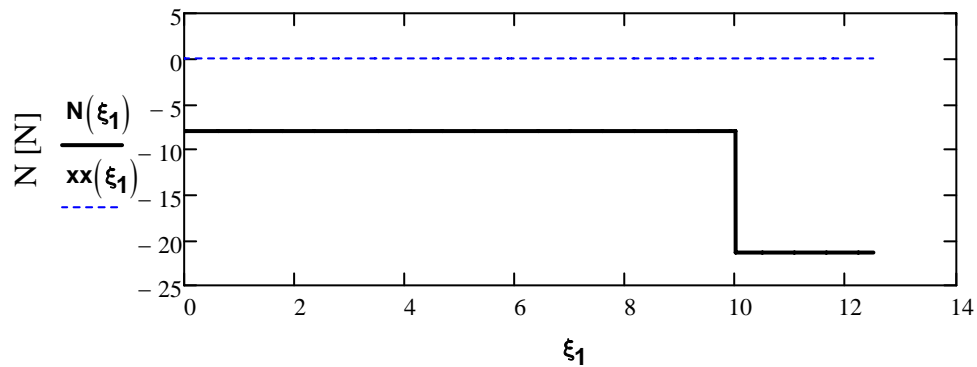
Forza Normale [kN]

$\xi_1 := 0, 0.001 \dots 12.50$

(questa variabile fittizia ha il solo scopo di far comparire sui

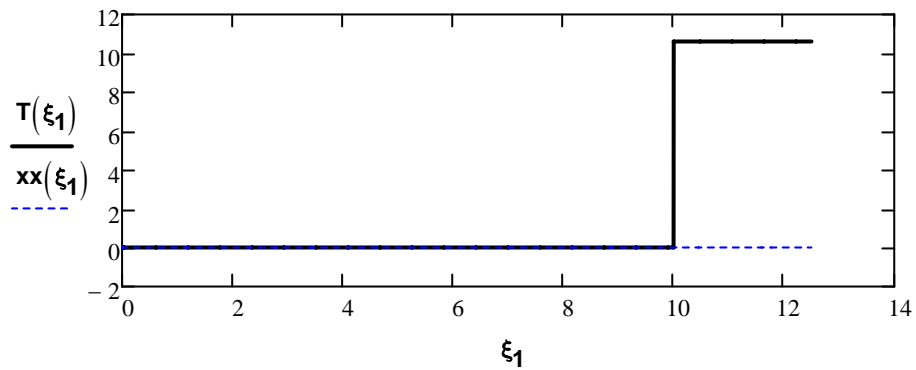
diagrammi la linea corrispondente al valore 0)

$$\underline{\underline{N}}(\xi_1) := \begin{cases} -8 & \text{if } 0 \leq \xi_1 \leq 10 & \text{Tratto G-C} \\ -(22.627 + 7.637) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & \text{otherwise Tratto C-F} \end{cases}$$



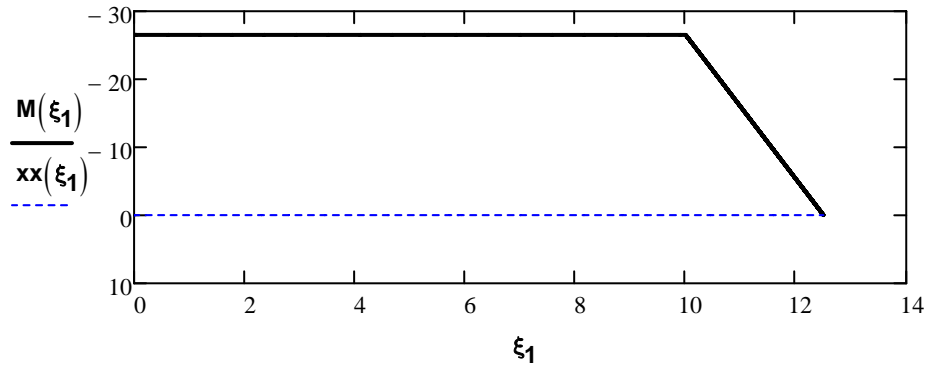
Taglio T [kN]

$$\underline{\underline{T}}(\xi_1) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq \xi_1 \leq 10 \\ 16 - 5.4 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Momento M [kNm]

$$M(\xi_1) := \begin{cases} -26.5 & \text{if } 0 \leq \xi_1 \leq 10 \\ (16 - 5.4) \cdot (\xi_1 - 10) - 26.5 & \text{otherwise} \end{cases}$$



TRAVE ABC

Forza Normale [kN]

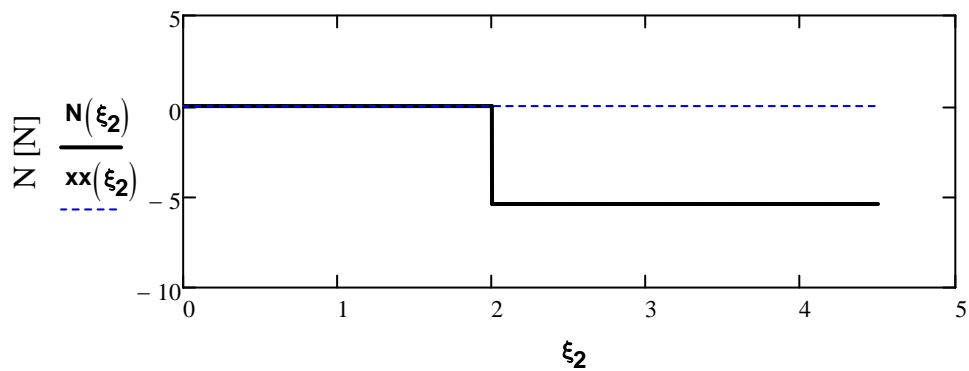
$$\xi_2 := 0, 0.001 \dots 4.50$$

(questa variabile fittizia ha il solo scopo di far comparire sui diagrammi la linea corrispondente al valore 0)

$$xx(\xi_2) := 0$$

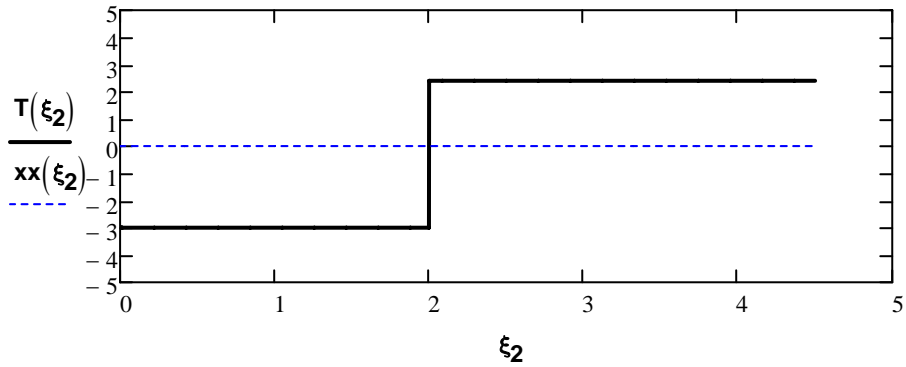
$$N(\xi_2) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq \xi_2 \leq 2 \\ -5.4 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Tratto A-B
Tratto B-C



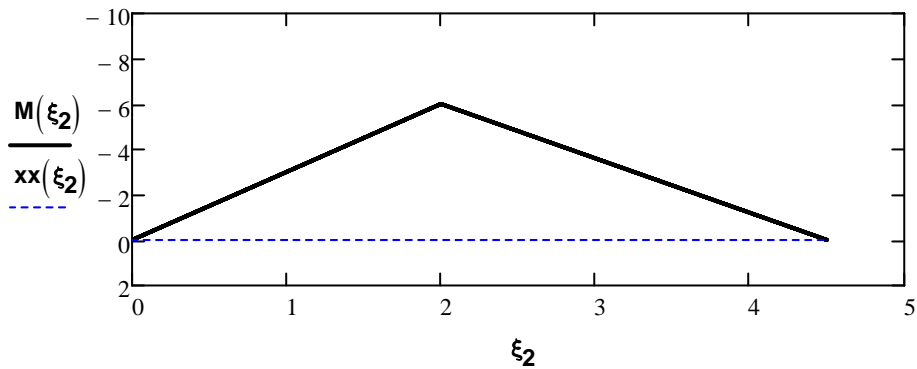
Taglio T [kN]

$$T(\xi_2) := \begin{cases} -3 & \text{if } 0 \leq \xi_2 \leq 2 & \text{Tratto A-B} \\ 2.4 & \text{otherwise} & \text{Tratto B-C} \end{cases}$$



Momento M [kNm]

$$M(\xi_2) := \begin{cases} -3 \cdot \xi_2 & \text{if } 0 \leq \xi_2 \leq 2 & \text{Tratto A-B} \\ -3 \cdot \xi_2 + 7.637 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\xi_2 - 2) & \text{otherwise} & \text{Tratto B-C} \end{cases}$$



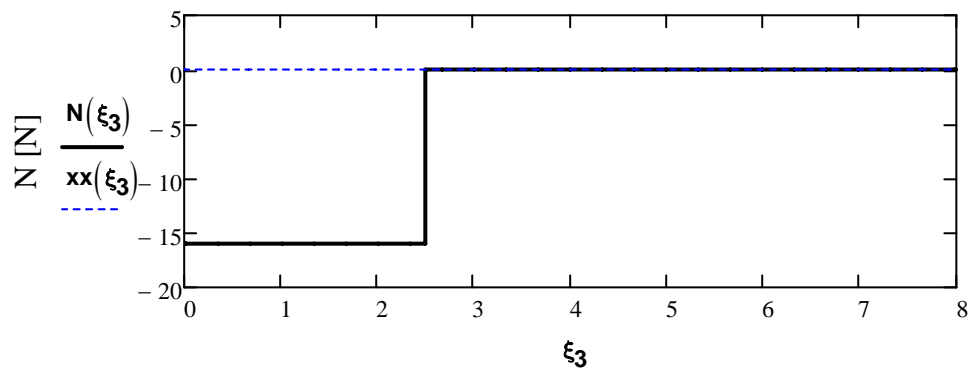
TRAVE CDE

Forza Normale [kN]

$$\xi_3 := 0, 0.001 \dots 8$$

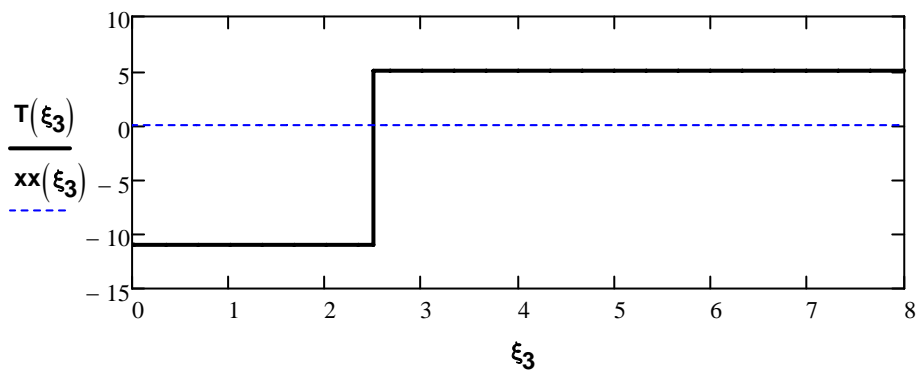
$$\overline{xx}(\xi_3) := 0$$

$$\overline{N}(\xi_3) := \begin{cases} -16 & \text{if } 0 \leq \xi_3 \leq 2.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Tratto C-D} \\ \text{Tratto D-E} \end{array}$$



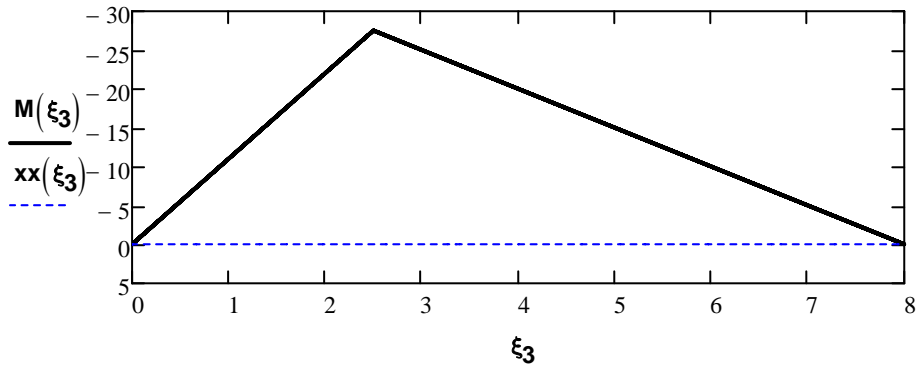
Taglio T [kN]

$$\overline{T}(\xi_3) := \begin{cases} -11 & \text{if } 0 \leq \xi_3 \leq 2.5 \\ 5 & \text{otherwise} \end{cases}$$



Momento M [kNm]

$$M(\xi_3) := \begin{cases} -11 \cdot \xi_3 & \text{if } 0 \leq \xi_3 \leq 2.5 \\ -11 \cdot \xi_3 + 22.627 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot (\xi_3 - 2.5) & \text{otherwise} \end{cases}$$



Quesito 3 (Punti 4)

Data la sezione a "doppio T" con rotaia mostrata in Fig. 3,:

1. determinare la posizione del baricentro "G"
2. determinare i momenti di inerzia rispetto ai due assi centrali principali.

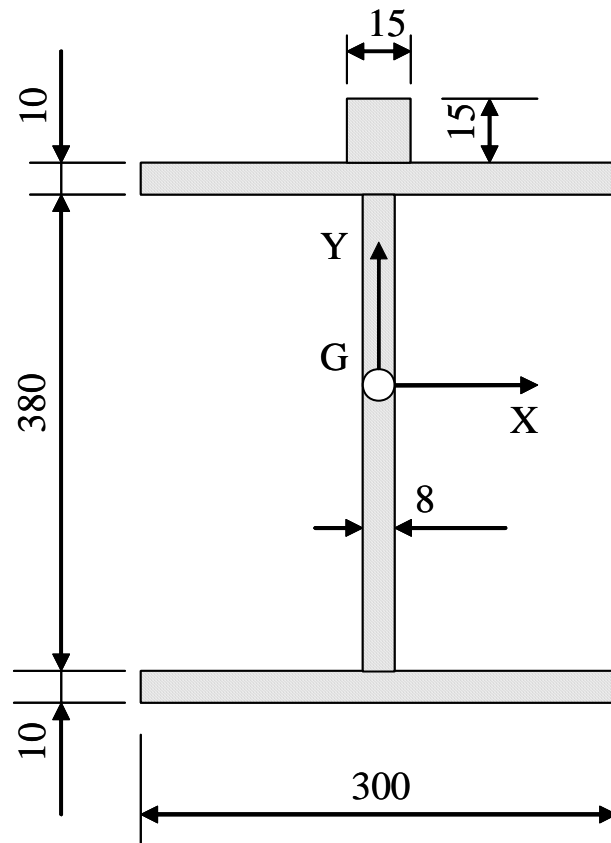
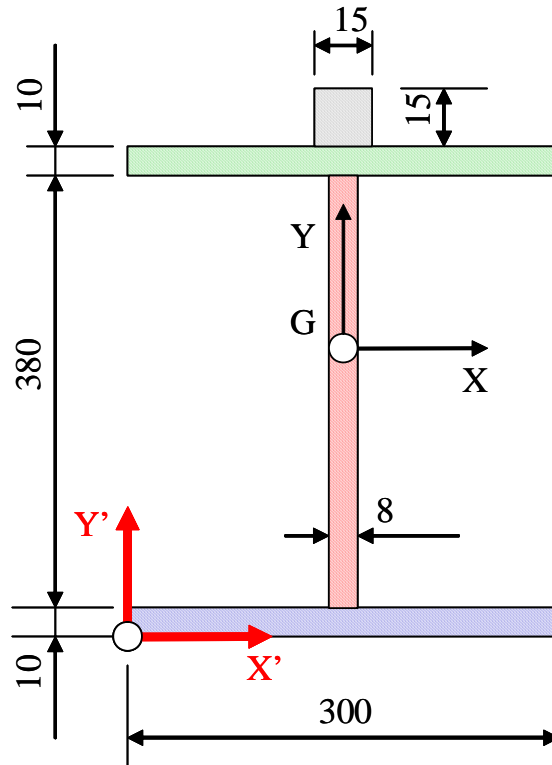


Fig. 3

Posizione del baricentro.

Fissato un SR "X'-Y'", si vede subito che, in esso la coordinata X' del baricentro è pari a 150 per simmetria.



Per il calcolo della posizione lungo l'asse Y' si procede considerando il contributo delle diverse aree colorate riportate nella figura.

$$A := 10\text{mm} \cdot 300\text{mm} + 8\text{mm} \cdot 380\text{mm} + 10\text{mm} \cdot 300\text{mm} + (15\text{mm})^2 \quad \text{Area totale}$$

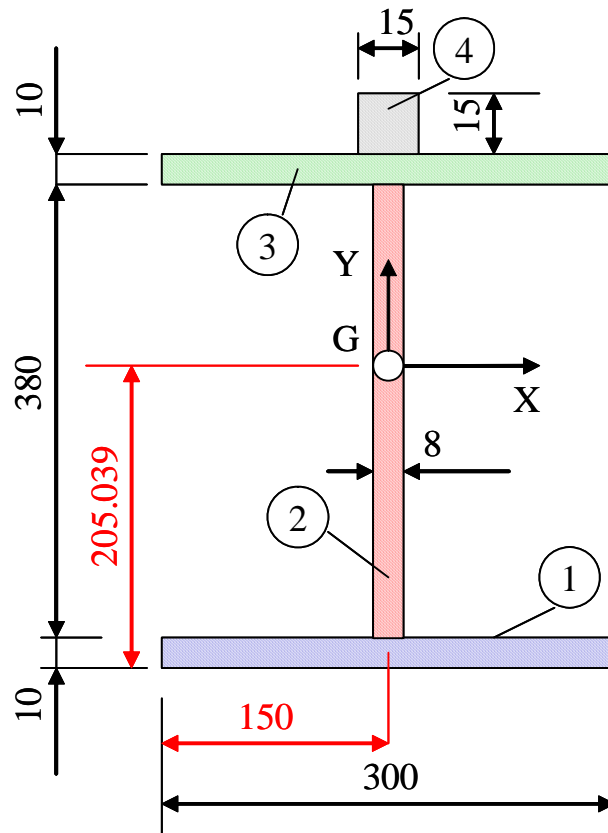
$$A = 9.265 \times 10^3 \cdot \text{mm}^2$$

$$S_G := 10\text{mm} \cdot 300\text{mm} \cdot 5\text{mm} + 8\text{mm} \cdot 380\text{mm} \cdot \left(\frac{380}{2}\text{mm} + 10\text{mm} \right)$$

$$S_G := S_G + 10\text{mm} \cdot 300\text{mm} \cdot 395\text{mm} + (15\text{mm})^2 \cdot \left(400\text{mm} + \frac{15}{2}\text{mm} \right)$$

$$Y_G := \frac{S_G}{A} \quad Y_G = 205.039 \cdot \text{mm}$$

La posizione del baricentro risulta pertanto quella riportata nella seguente Figura.



Momenti di inerzia

Gli assi centrali principali risultano, per simmetria, quelli indicati nella Figura precedente. Nel calcolo dei momenti di inerzia si considera separatamente il contributo delle diverse aree individuate nella Figura stessa.

Calcolo di J_x

$$J_{x1} := \frac{300\text{mm} \cdot (10\text{mm})^3}{12} + 300\text{mm} \cdot 10\text{mm} \cdot \left(Y_G - \frac{10\text{mm}}{2} \right)^2$$

$$J_{x2} := \frac{8\text{mm} \cdot (380\text{mm})^3}{12} + 10\text{mm} \cdot 380\text{mm} \cdot \left(Y_G - \frac{380\text{mm}}{2} - 10\text{mm} \right)^2$$

$$J_{x3} := \frac{300\text{mm} \cdot (10\text{mm})^3}{12} + 300\text{mm} \cdot 10\text{mm} \cdot \left(390\text{mm} + \frac{10\text{mm}}{2} - Y_G \right)^2$$

$$J_{x4} := \frac{15\text{mm} \cdot (15\text{mm})^3}{12} + (15\text{mm})^2 \cdot \left(400\text{mm} + \frac{15\text{mm}}{2} - Y_G \right)^2$$

$$J_x := J_{x1} + J_{x2} + J_{x3} + J_{x4}$$

$$J_x = 2.743 \times 10^8 \cdot \text{mm}^4$$

Calcolo di J_y

$$J_{y1} := \frac{10\text{mm} \cdot (300\text{mm})^3}{12}$$

$$J_{y2} := \frac{380\text{mm} \cdot (8\text{mm})^3}{12}$$

$$J_{y3} := J_{y1}$$

$$J_{y4} := \frac{15\text{mm} \cdot (15\text{mm})^3}{12}$$

$$J_y := J_{y1} + J_{y2} + J_{y3} + J_{y4}$$

$$J_y = 4.502 \times 10^7 \cdot \text{mm}^4$$

Quesito 4 (Punti 5)

Calcolare le tensioni normali e tangenziali massime (espresse in MPa) e mostrarne l'ubicazione per la sezione mostrata nella Figura 3, soggetta alle seguenti caratteristiche di sollecitazione:

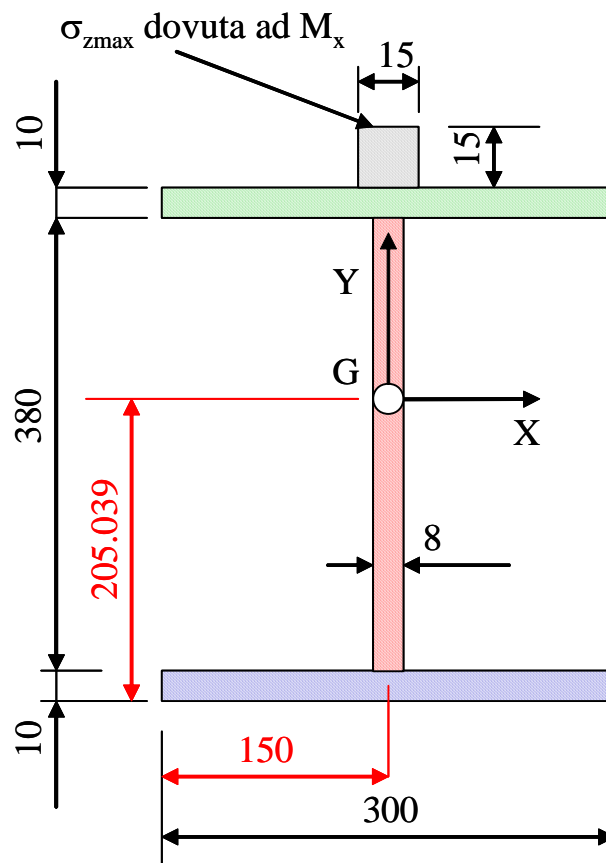
$$M_x := 2000 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad M_y := 1200 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad M_z := 0.1 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad T_x := 150 \cdot \text{kN}$$

Momento M_x

Si applica la formula di Navier, la massima tensione (valore relativo ed assoluto) si verifica nel punto della sezione a maggiore distanza dall'asse X (bordo superiore rotaia, in alto).

$$y_{\max} := 415 \cdot \text{mm} - 205.39 \cdot \text{mm} \quad y_{\max} = 209.61 \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_{z\max} := \frac{M_x}{J_x} y_{\max} \quad \sigma_{z\max} = 1.529 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$



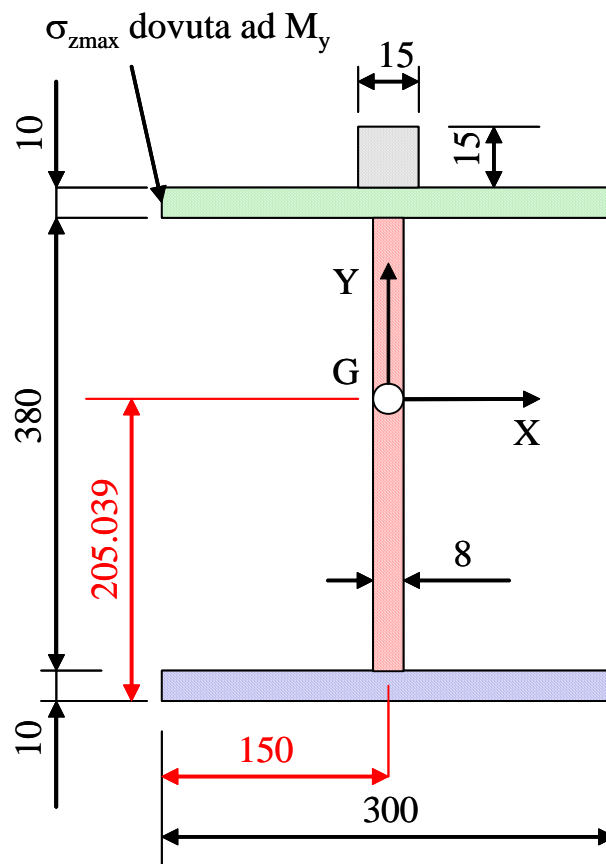
Momento M_y

Si applica la formula di Navier, la massima tensione si verifica nel punto della sezione a maggiore distanza dall'asse Y, verso il basso.

$$x_{\max} := -150 \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_{z\max y} := -\frac{M_y}{J_y} x_{\max}$$

$$\sigma_{z\max y} = 3.998 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$



Momento M_z

Si introduce una sconnessione a metà spessore nella sezione (vedi Fig. seguente) applicando poi alla sezione tubolare risultante la formula di Bredt la massima tensione si verifica nel punto in cui lo spessore della sezione sconnessa è minimo.

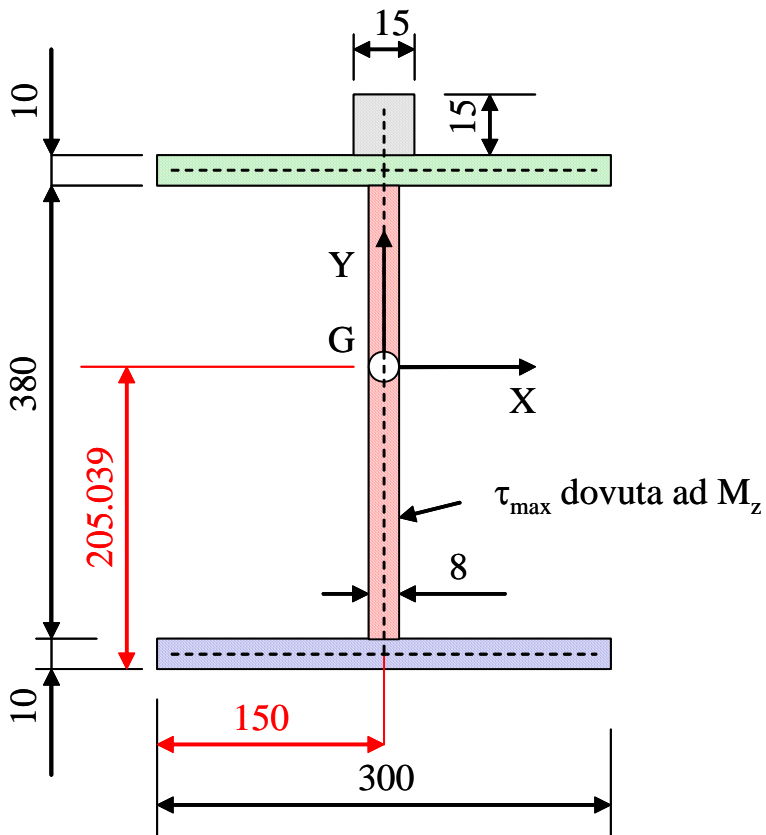
Per semplicità, il valore dell'area sottesa dalla fibra media, che compare nella formula di Bredt, viene approssimato con la metà dell'area totale della sezione.

$$\Omega := \frac{A}{2}$$

$$s_{\min} := \frac{8}{2} \cdot \text{mm}$$

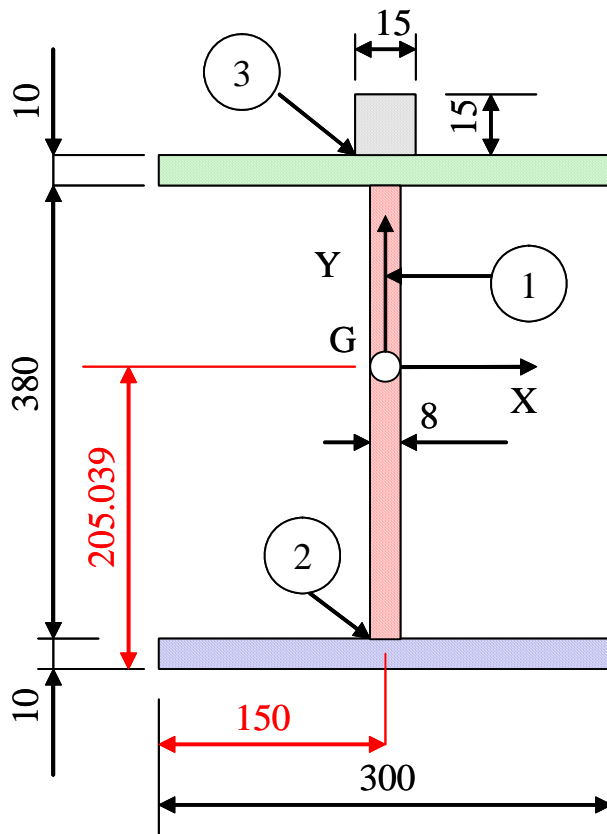
$$\tau_{\max} := \frac{M_z}{2 \cdot \Omega \cdot s_{\min}}$$

$$\tau_{\max} = 2.698 \cdot \text{MPa}$$



Taglio T_x

Si usa la formula di Jourawsky, calcolando il valore del momento statico nei due punti riportati nella Figura e verificando in quale di essi la tensione assume valore massimo.



$$S_{y1} := 2 \cdot 10 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm} \cdot \frac{150 \text{ mm}}{2} + 4 \text{ mm} \cdot 380 \text{ mm} \cdot \frac{4 \text{ mm}}{2} + \frac{15 \text{ mm}}{2} \cdot 15 \text{ mm} \cdot \frac{15 \text{ mm}}{4}$$

$$b_1 := 415 \cdot \text{mm}$$

$$S_{y2} := 2 \cdot 10 \cdot \text{mm} \cdot 146 \text{ mm} \cdot \left(\frac{146 \text{ mm}}{2} + 4 \text{ mm} \right) + 15 \text{ mm} \cdot 11 \text{ mm} \cdot \left(4 \text{ mm} + \frac{11 \text{ mm}}{2} \right)$$

$$b_2 := 2 \cdot 10 \text{ mm} + 15 \text{ mm}$$

$$S_{y3} := 2 \cdot 10 \cdot \text{mm} \cdot \left(150 \text{ mm} - \frac{15 \text{ mm}}{2} \right) \cdot \left[\frac{\left(150 \text{ mm} - \frac{15 \text{ mm}}{2} \right)}{2} + \frac{15 \text{ mm}}{2} \right]$$

$$b_3 := 2 \cdot 10 \text{ mm}$$

$$\tau_1 := \frac{T_x \cdot S_{y1}}{J_y \cdot b_1} \quad \tau_1 = 1.834 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_2 := \frac{T_x \cdot S_{y2}}{J_y \cdot b_2} \quad \tau_2 = 21.553 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_3 := \frac{T_x \cdot S_{y3}}{J_y \cdot b_3} \quad \tau_3 = 37.389 \cdot \text{MPa}$$

Le tensioni massime, con un'applicazione puntuale della formula di Jourawsky si verificano quindi nel punto 3.

Una stima più semplice e ragionevole dal punto di vista fisico è quella ottenibile trascurando il contributo della rotazione e dell'anima della trave.

In questo caso di ha:

$$S_y := 2 \cdot 10 \text{mm} \cdot 150 \text{mm} \cdot \frac{150 \text{mm}}{2}$$

$$b := 2 \cdot 10 \cdot \text{mm}$$

$$\tau := \frac{T_x \cdot S_y}{J_y \cdot b} \quad \tau = 37.483 \cdot \text{MPa}$$