



**CORSO DI  
PROGETTAZIONE ASSISTITA DELLE STRUTTURE  
MECCANICHE**

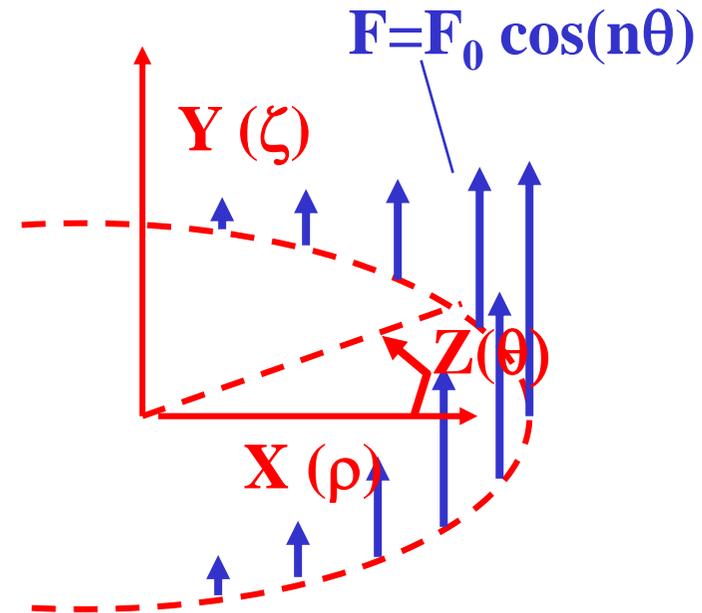
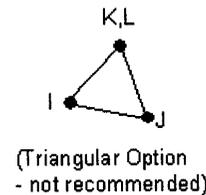
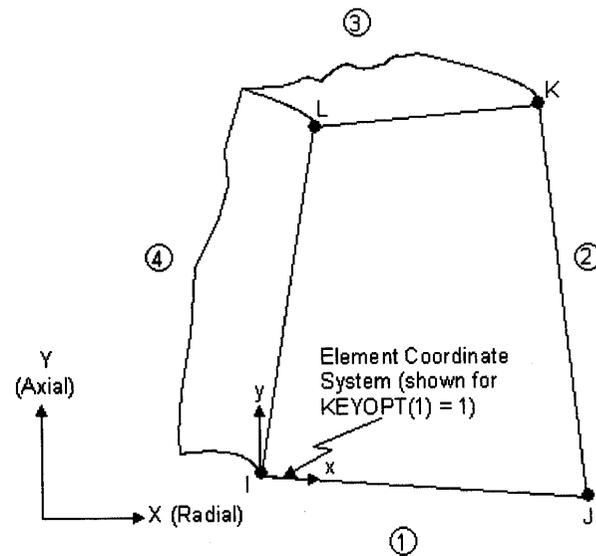
**PARTE II B  
REV.: 04 del 30 ottobre 2008**

**PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO E LORO  
IMPIEGO (PARTE B)**

# ELEMENTI ARMONICI (O DI FOURIER) /1

## X,Y,Z coordinate ANSYS

Figure 1. PLANE25 4--Node Axisymmetric-Harmonic Structural Solid



*Corpi aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi variabili con la coordinata angolare secondo una f.ne armonica*

- 4 (3) nodi
- 3 g.d.l/nodo ( $v_x$ ,  $v_y$  e  $v_z$ )
- operano **ESCLUSIVAMENTE** nell'ambito di analisi lineari

## ELEMENTI ARMONICI /2

Si trova che, in presenza di carichi esterni del tipo:

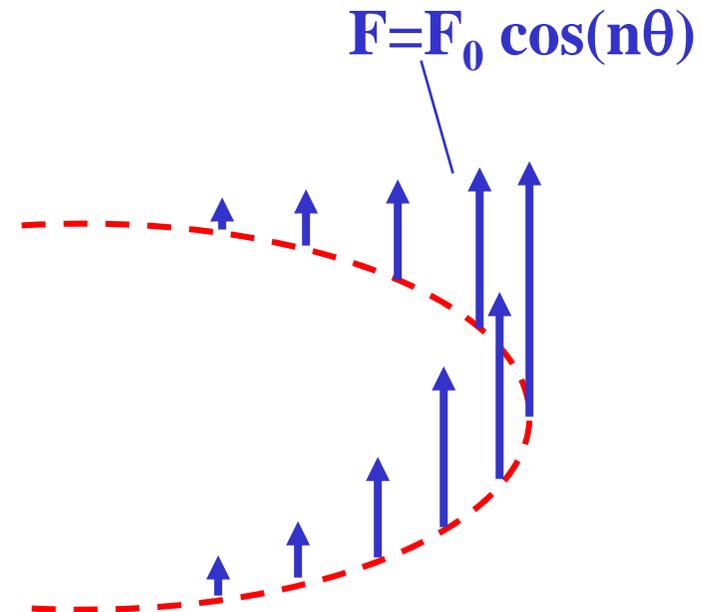
$$\{P\} \cos(n\theta) \quad (\text{o } \{P\} \sin(n\theta))$$

lo stato di spostamento, tensione e deformazione mostra una simile dipendenza da  $\theta$ :

$$\{U\} \cos(n\theta) \quad (\text{o } \{U\} \sin(n\theta))$$



Possibile studiare il problema su di un piano ed estrapolare la soluzione agli altri valori di  $\theta$



## ELEMENTI ARMONICI /3

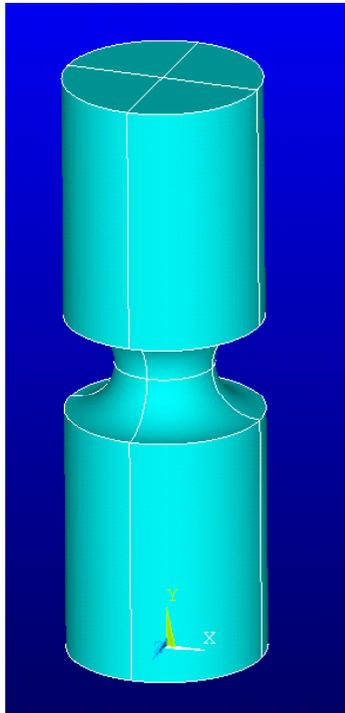
In questo caso tutte le 6 componenti di deformazione possono assumere valori non nulli

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{1}{x} & \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial z} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{Bmatrix}$$

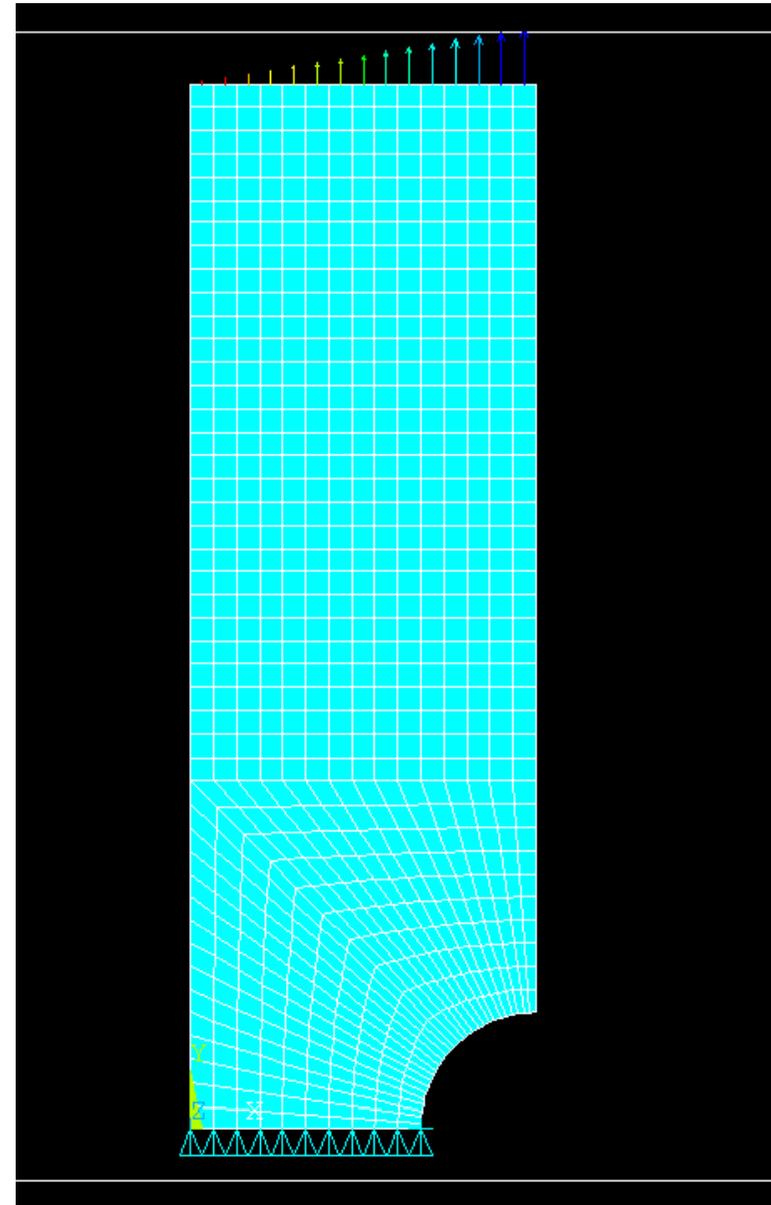


## ELEMENTI ARMONICI /4

$$\sigma_y = \frac{M_z}{J_z} \cdot x = \frac{M_z}{J_z} \cdot R \cos(\theta)$$

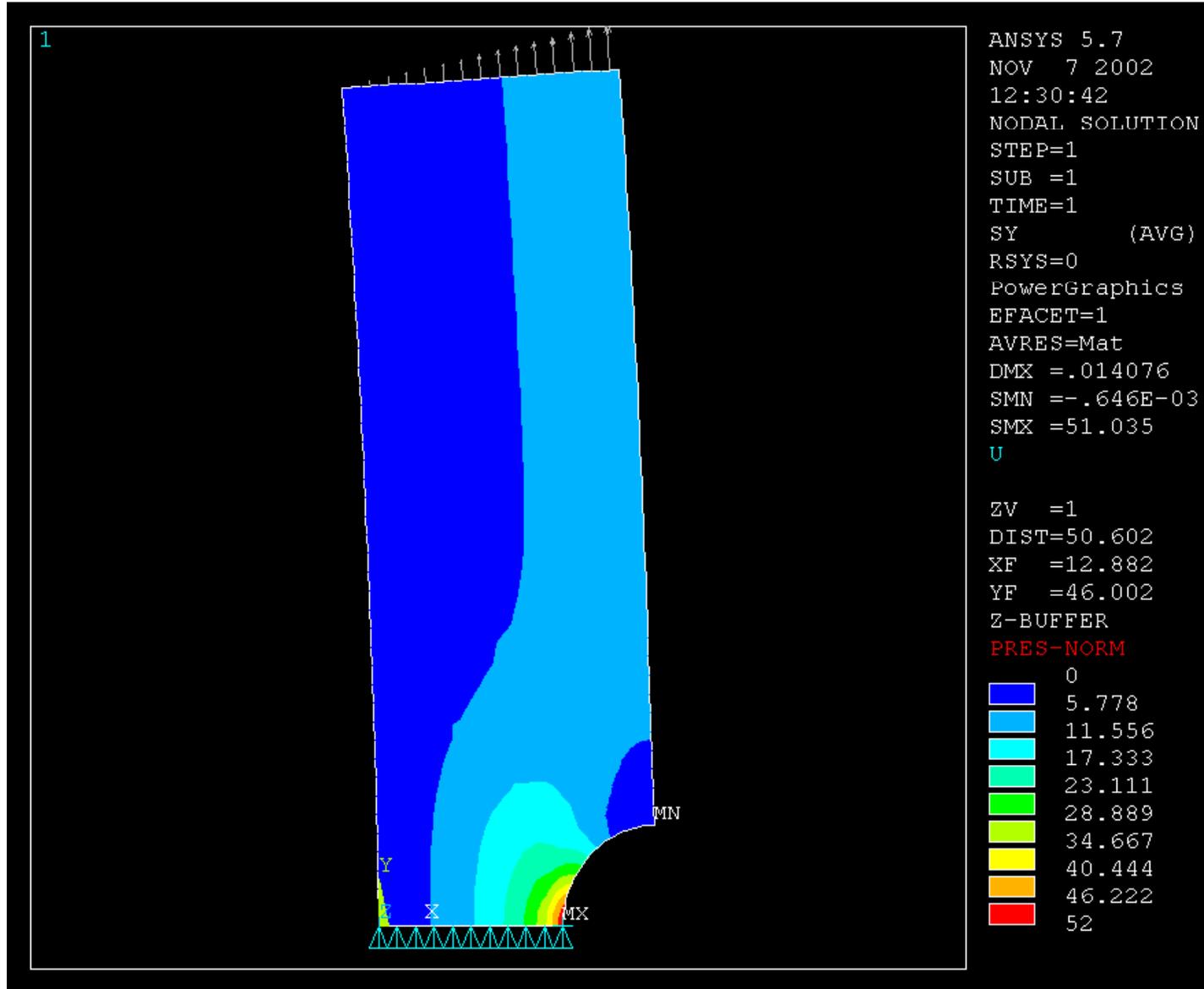


Esempio : cilindro  
con intaglio soggetto  
a flessione





## ELEMENTI ARMONICI /5





## ELEMENTI ARMONICI /6

### ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C\*\*\*

C\*\*\* VINCOLI

C\*\*\*

LSEL,,LOC,Y,-1,0.001 ! simmetria

DL,ALL,,SYMM

LSEL,ALL

KSEL,,LOC,Y,-1,0.001

KSEL,R,LOC,X,D-RR-0.01,D-RR+0.01

DK,ALL,UZ,0

Vincoli in direzione “z”

C\*\*\*

C\*\*\* CARICHI

C\*\*\*

LSEL,,LOC,Y,L-0.001,L+1

SFL,ALL,PRESS,-PA,0

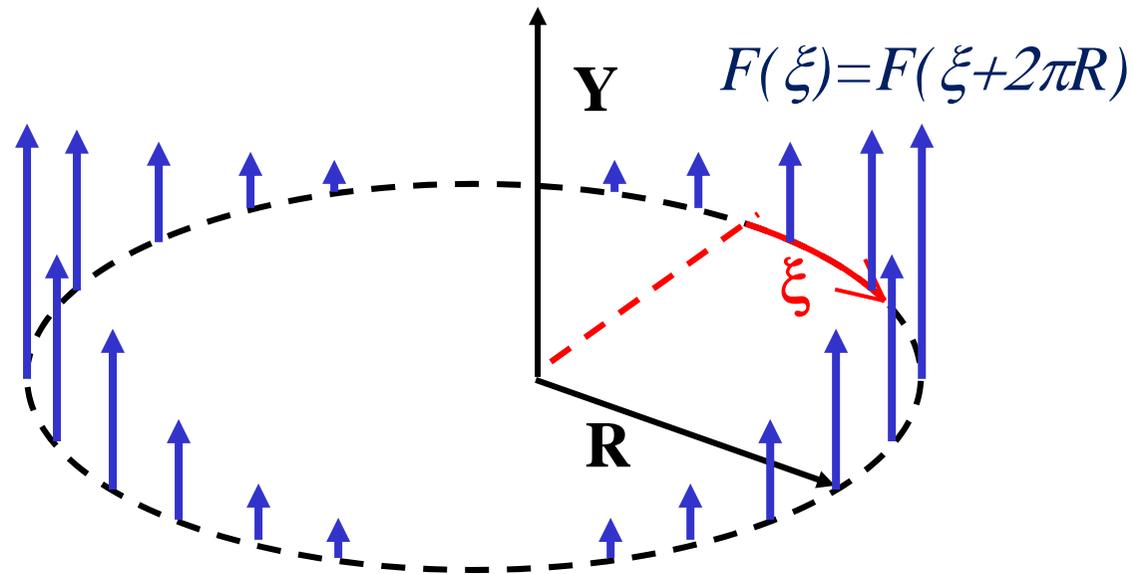
MODE,1,1

! definisce il numero di armoniche ed il tipo di f.ne

## ELEMENTI ARMONICI /7

### Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

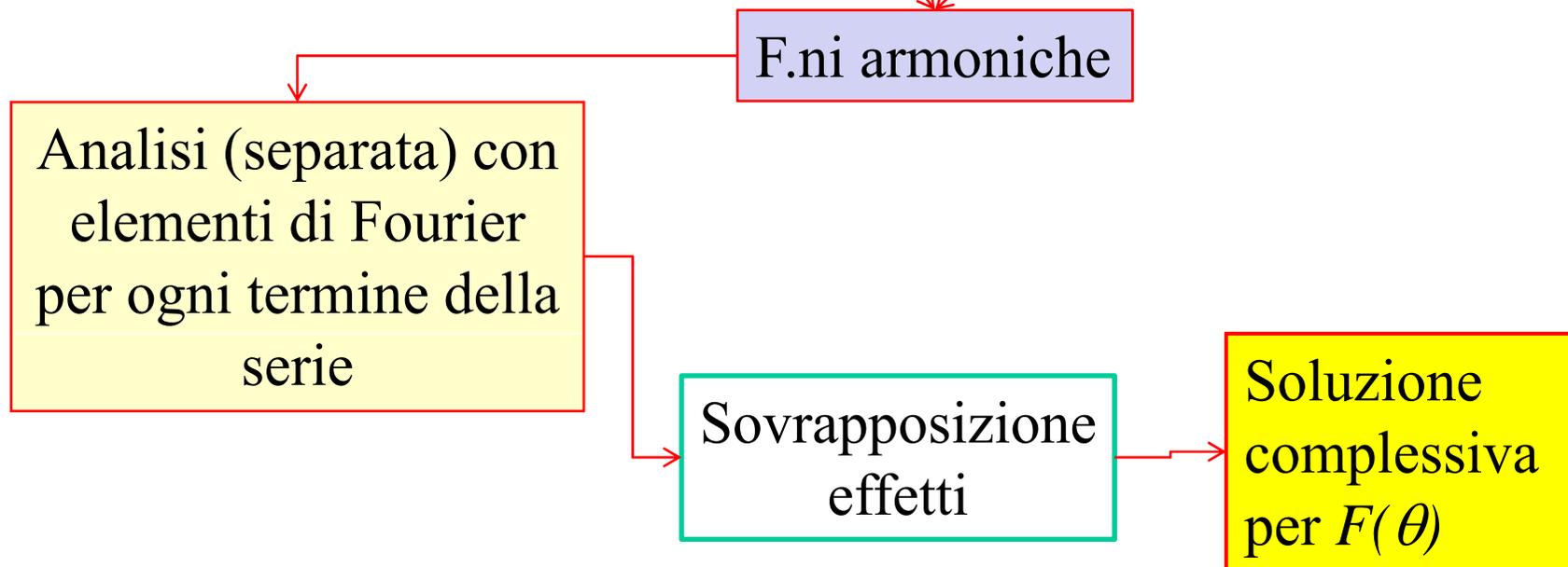
Un carico applicato ad un corpo assialsimmetrico può sempre essere una funzione **periodica**, in quanto il valore assunto dal carico stesso lungo ogni possibile circonferenza di raggio  $R$  si ripete chiaramente con periodo  $2L=2\pi R$ .



## ELEMENTI ARMONICI /8

Il carico stesso può pertanto essere espresso tramite la serie di Fourier :

$$F(\xi) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( A_i \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) + B_i \sin\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) \right)$$





## ELEMENTI ARMONICI /9

### Analisi di corpi assialsimmetrici soggetti a carichi generici

Calcolo coefficienti serie di Fourier :

$$F(\xi) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \left( A_i \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) + B_i \sin\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) \right)$$

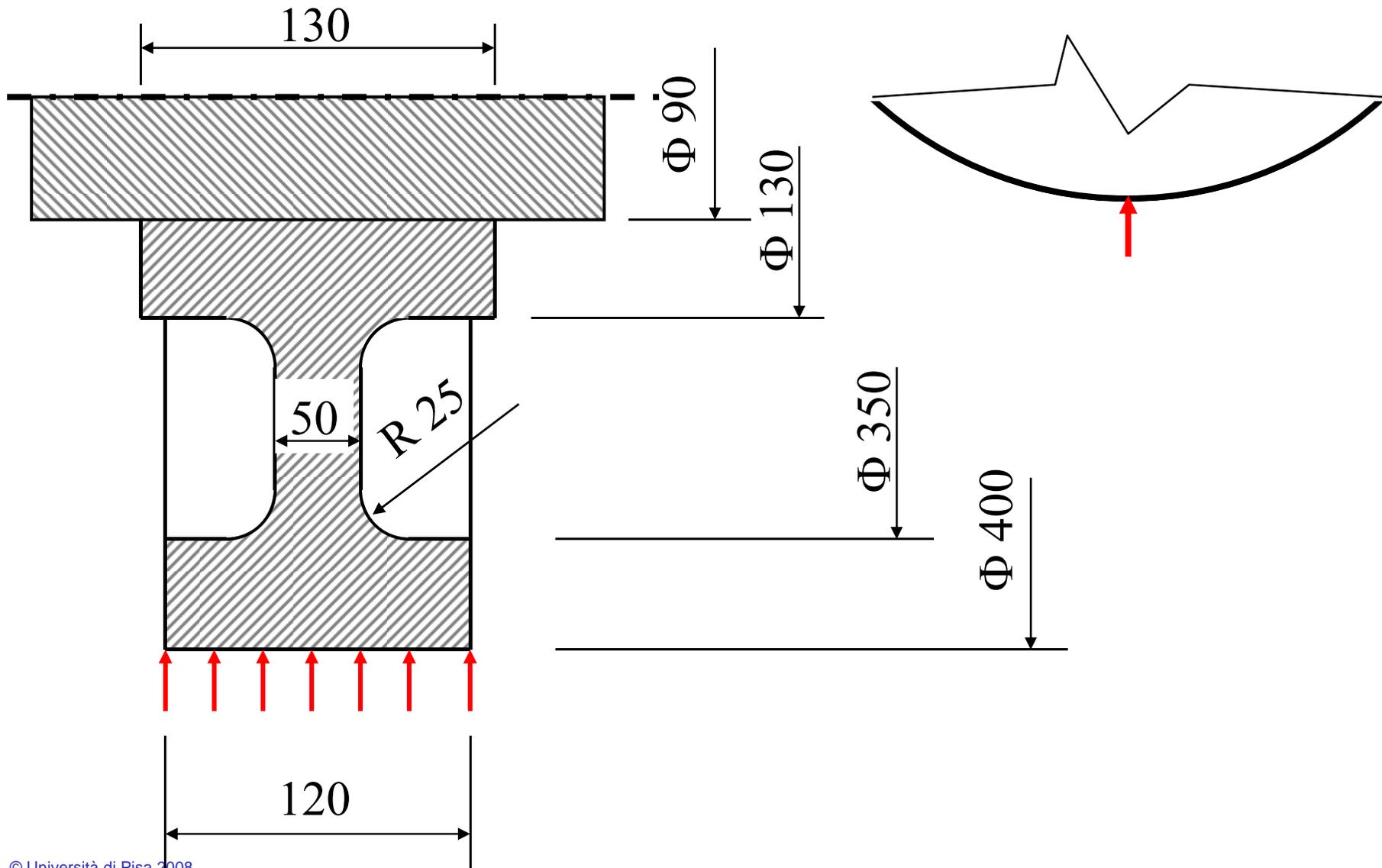
$$A_i = \frac{1}{L} \int_{-L}^L F(\xi) \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) d\xi$$

$$B_i = \frac{1}{L} \int_{-L}^L F(\xi) \sin\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) d\xi \quad (\text{formule di Eulero- Fourier})$$

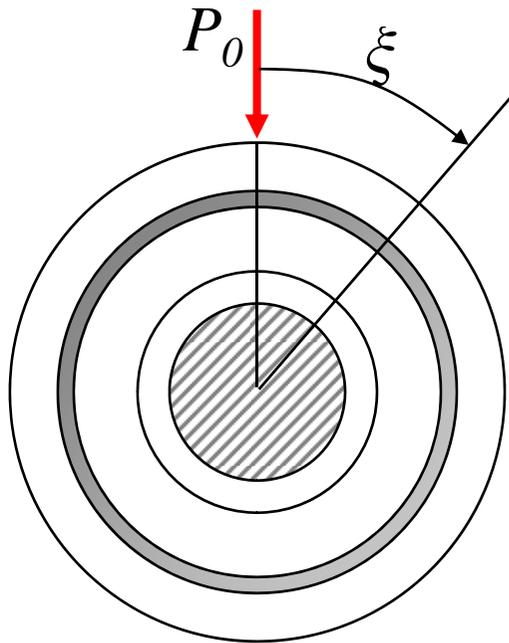
$$A_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L F(\xi) d\xi$$

## ELEMENTI ARMONICI /10

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



## ELEMENTI ARMONICI /11



$P(\xi) = f, n$ e periodica di periodo  $2L = 2\pi R$

Posto:

$$P(\xi) = P_0 \delta(\xi, 0)$$

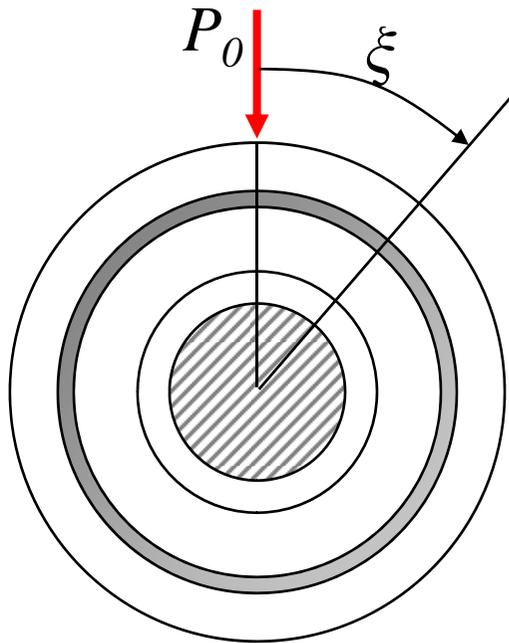
F.ne “ $\delta$  di Dirac”

$$\delta(\xi, 0) = 0 \quad \text{per } \xi \neq 0$$

$$\int_{X_0}^{X_1} \delta(\xi, 0) \cdot d\xi = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \in \{X_0, X_1\} \\ 0 & \text{se } 0 \notin \{X_0, X_1\} \end{cases}$$

$$\int_{X_0}^{X_1} F(\xi) \cdot \delta(\xi, 0) \cdot d\xi = \begin{cases} F(0) & \text{se } 0 \in \{X_0, X_1\} \\ 0 & \text{se } 0 \notin \{X_0, X_1\} \end{cases}$$

## ELEMENTI ARMONICI /12



$P(\xi) = f, ne$  periodica di periodo  $2L = 2\pi R$

Posto:

$$P(\xi) = P_0 \cdot \delta(\xi, 0)$$

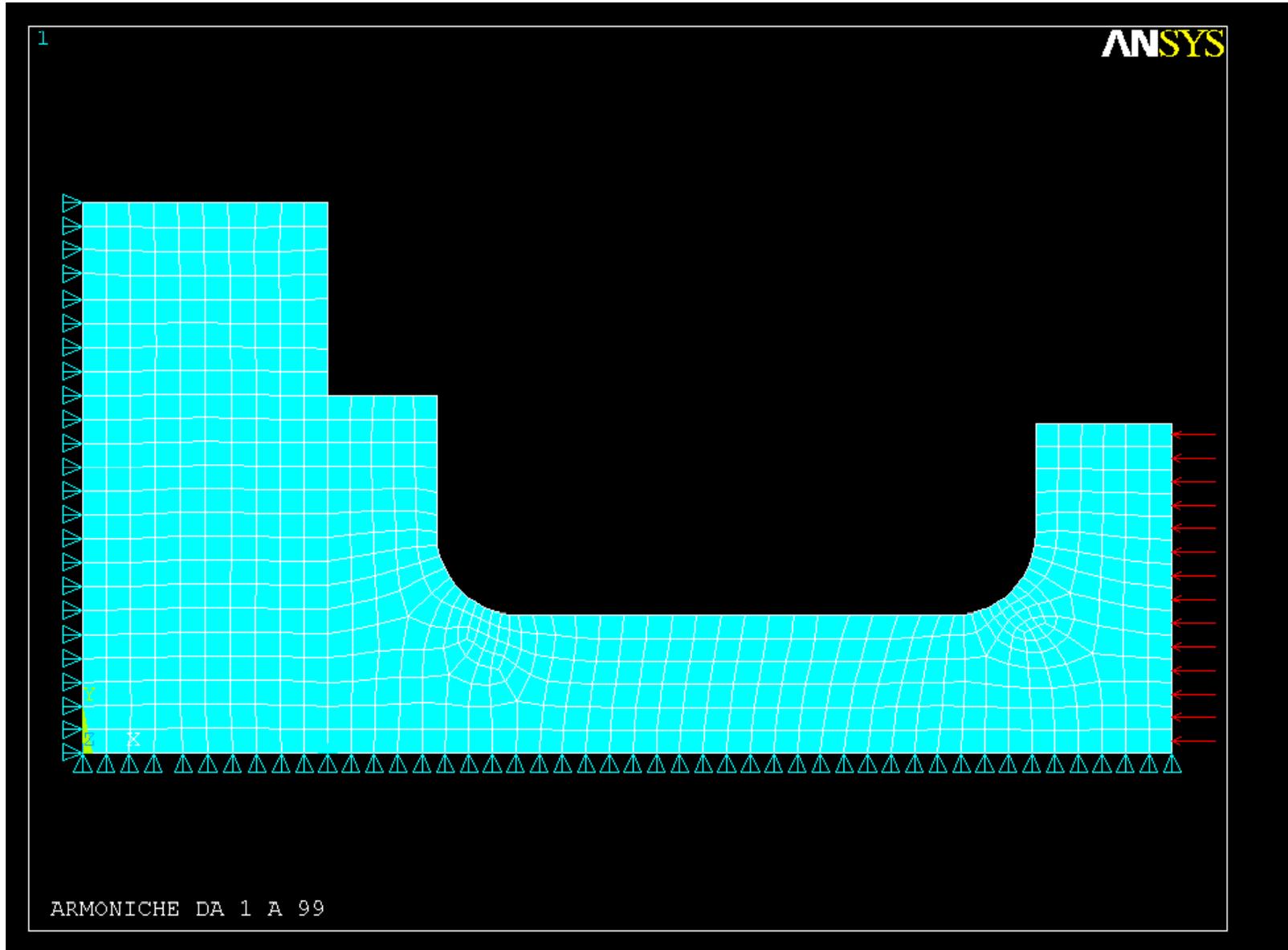
$$P(\xi) = \frac{A_0}{2} + \sum_{i=1}^n A_i \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) \quad \begin{array}{l} P(\xi) \text{ pari,} \\ \text{serie di soli} \\ \text{coseni} \end{array}$$

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{1}{L} \int_{-L}^L P(\xi) \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) d\xi = \frac{1}{L} \int_{-L}^L P_0 \cdot \delta(\xi, 0) \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right) d\xi = \\ &= \frac{1}{L} P_0 \cdot \cos(i0) = \frac{P_0}{L} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad P(\xi) = \frac{P_0}{2L} + \sum_{i=1}^n \frac{P_0}{L} \cos\left(i \frac{\xi}{L} \pi\right)$$



## ELEMENTI ARMONICI /13

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.

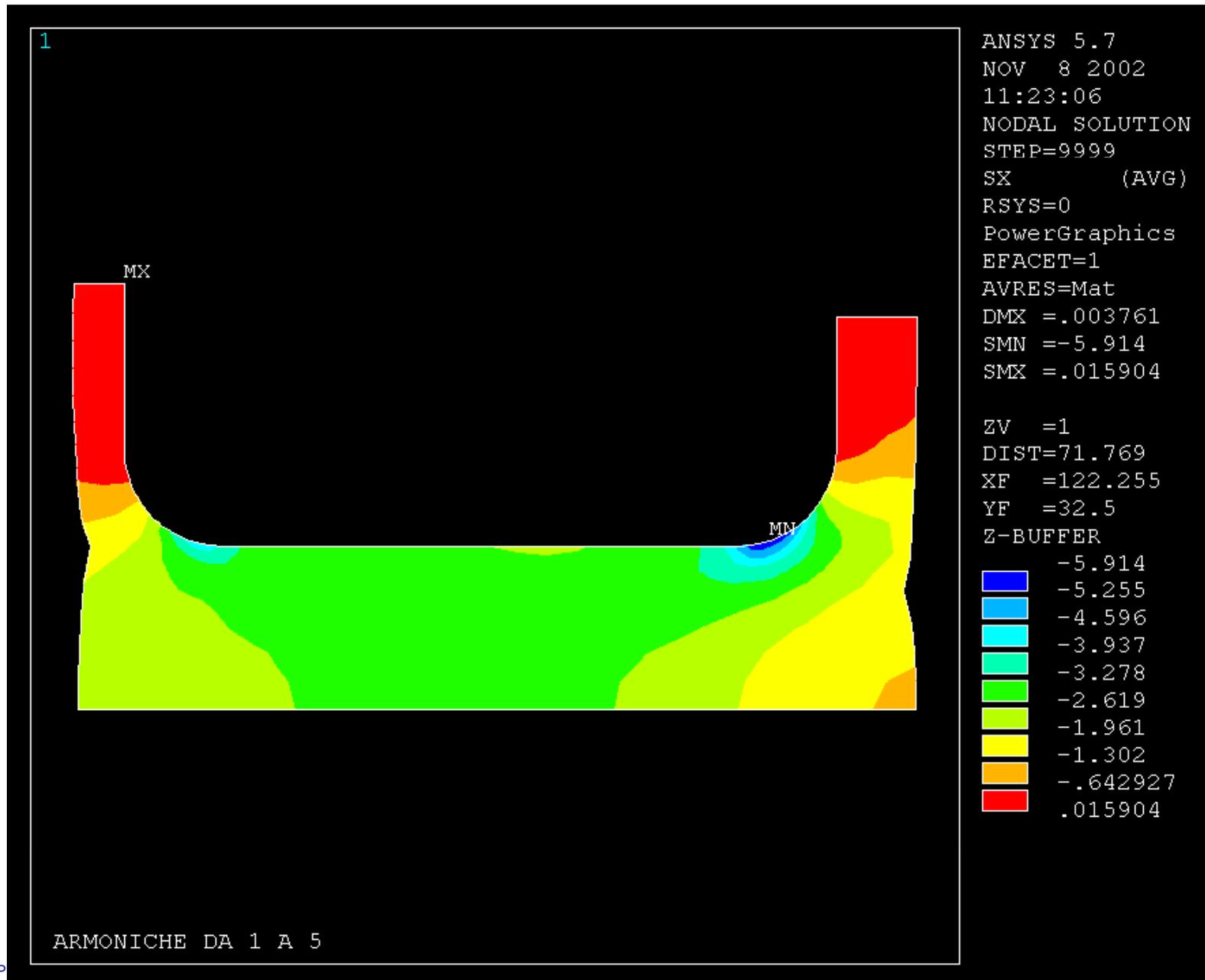


*File di comandi:* RUOTA\_FOURIER.txt



## ELEMENTI ARMONICI /13

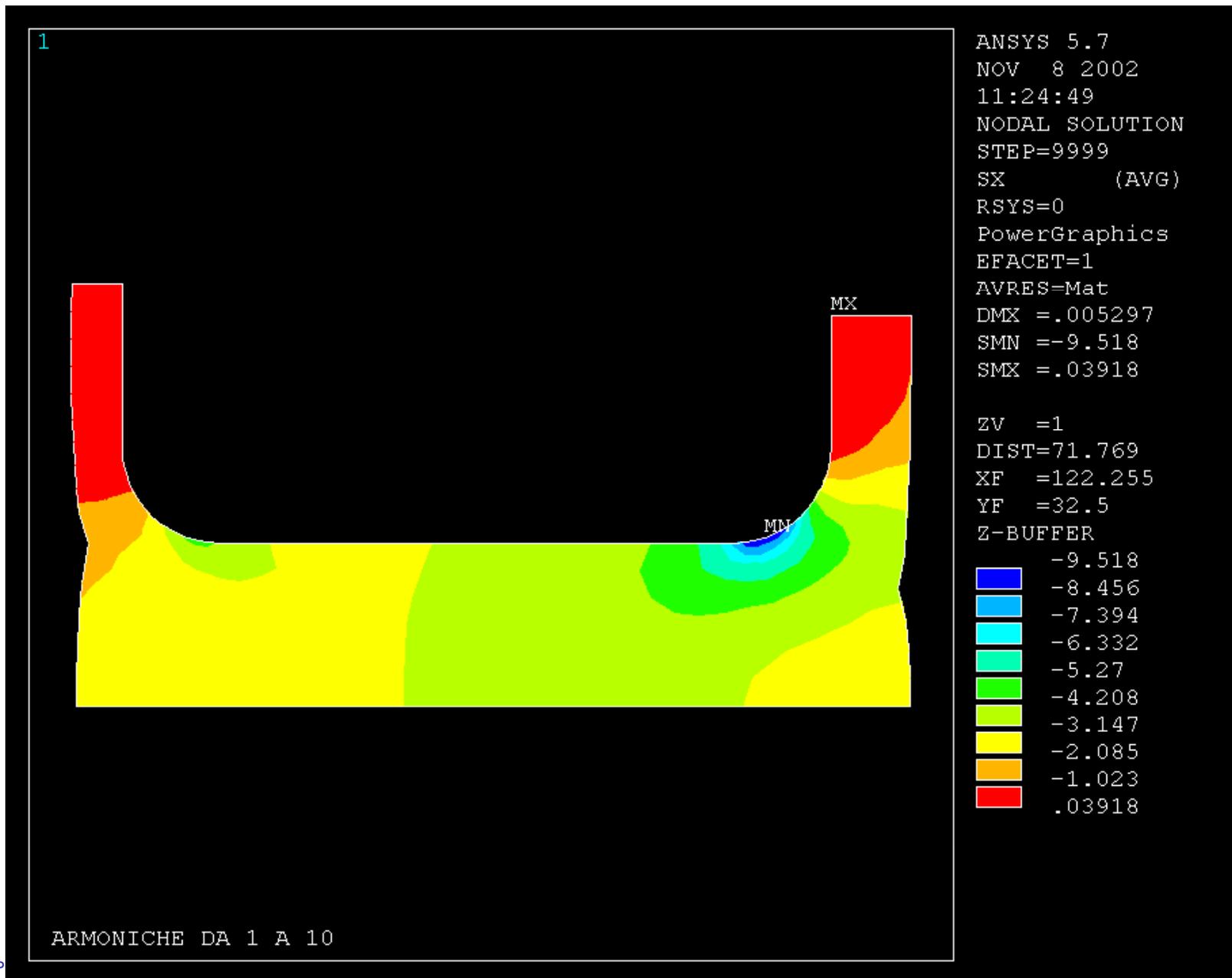
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

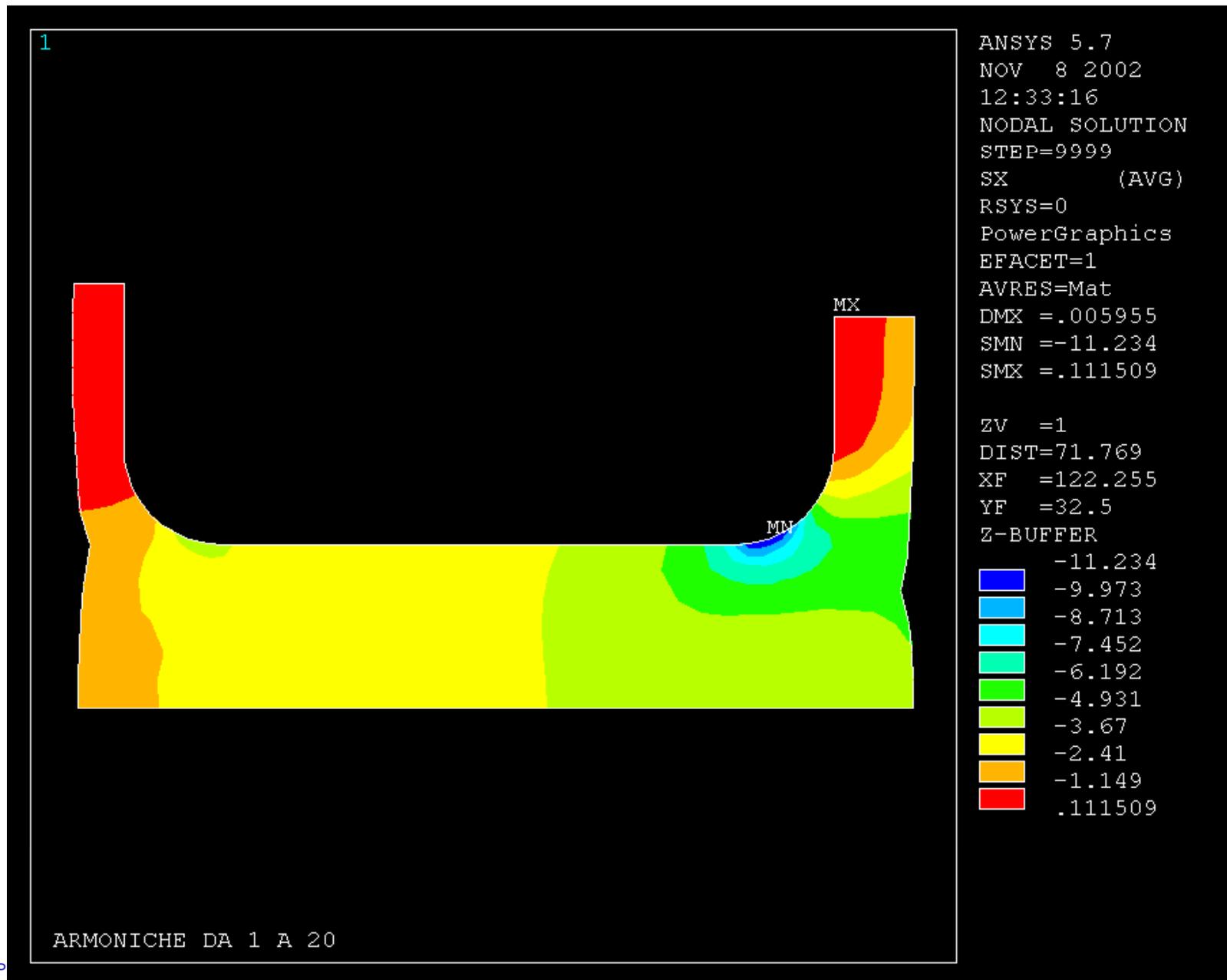
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

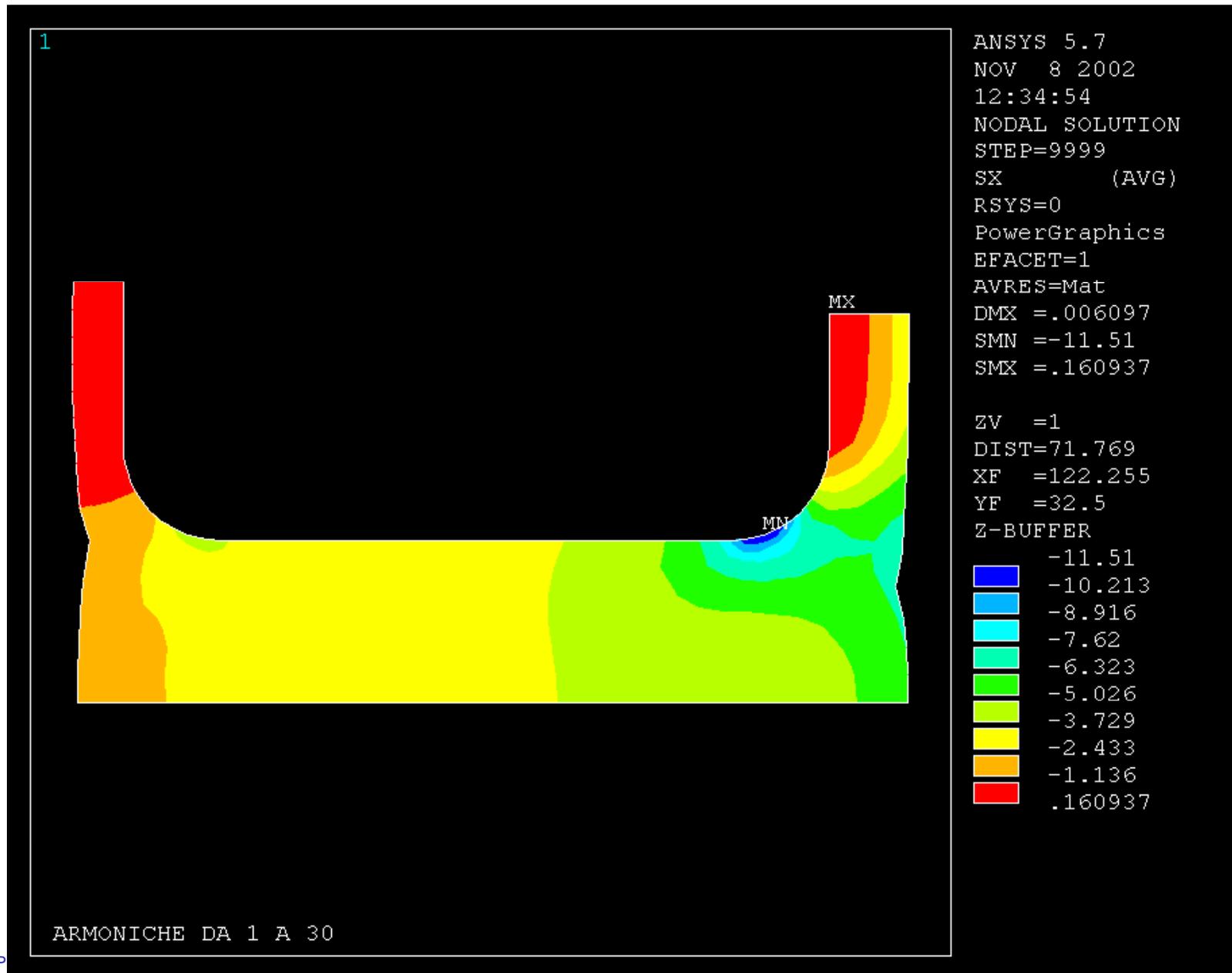
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

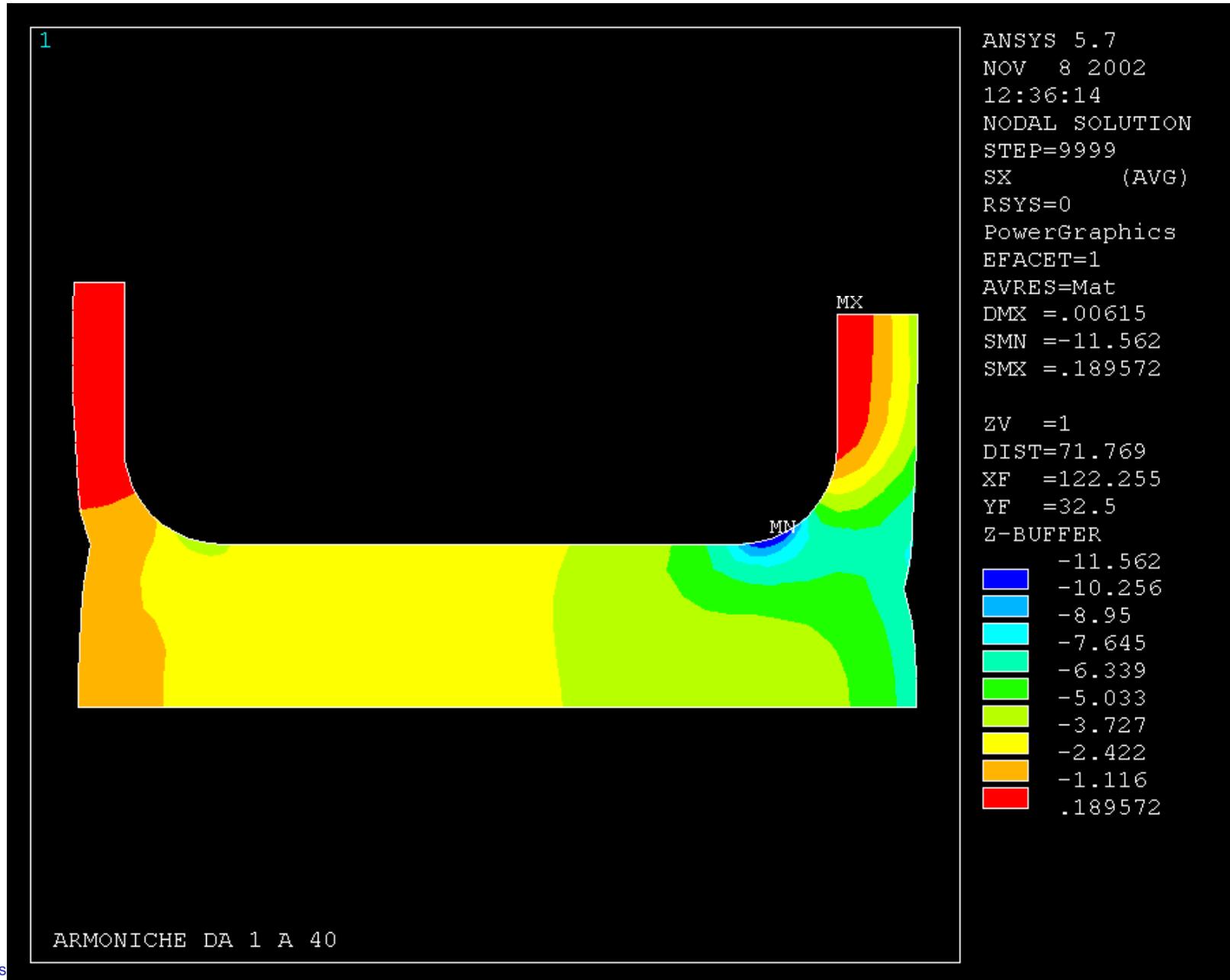
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

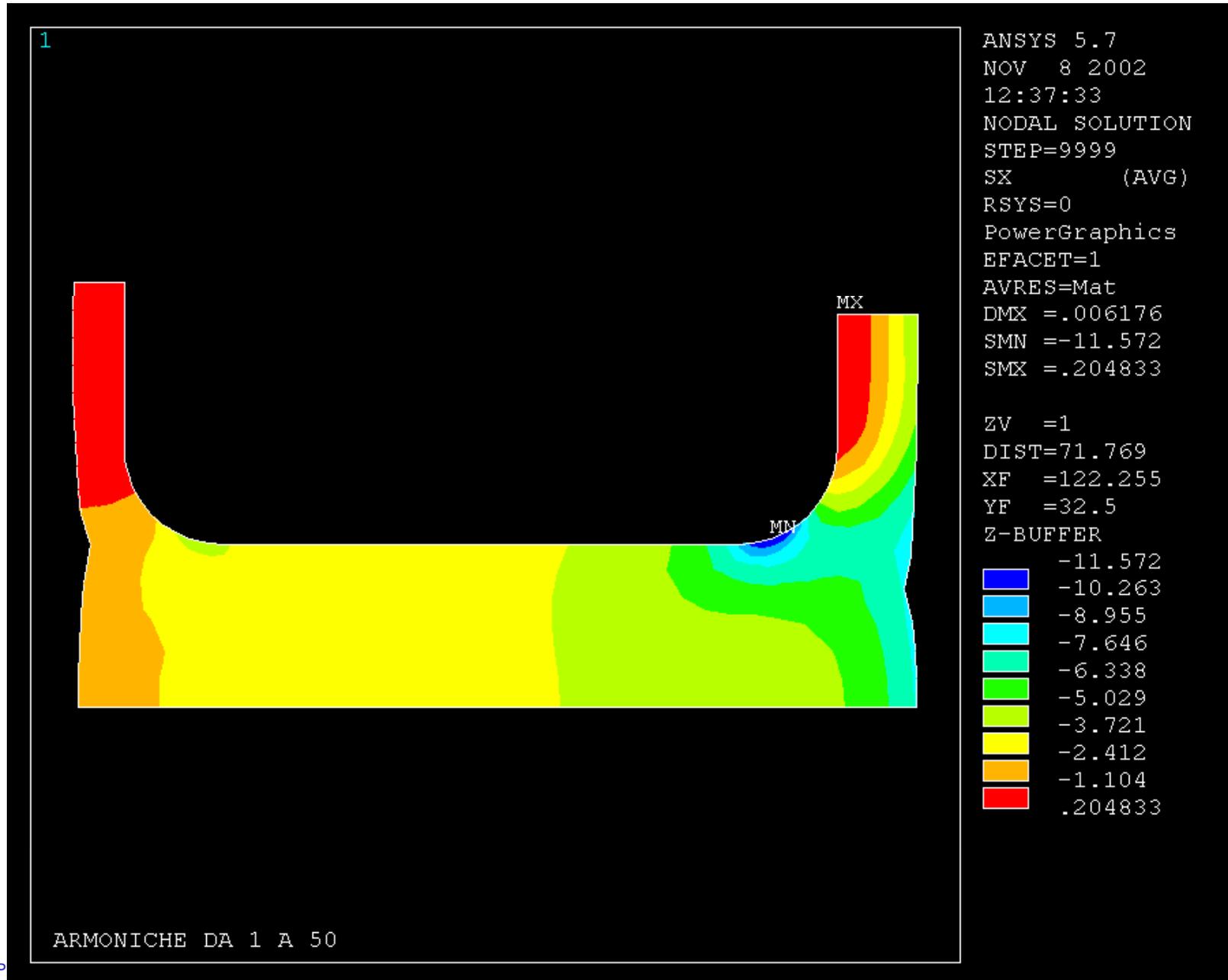
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

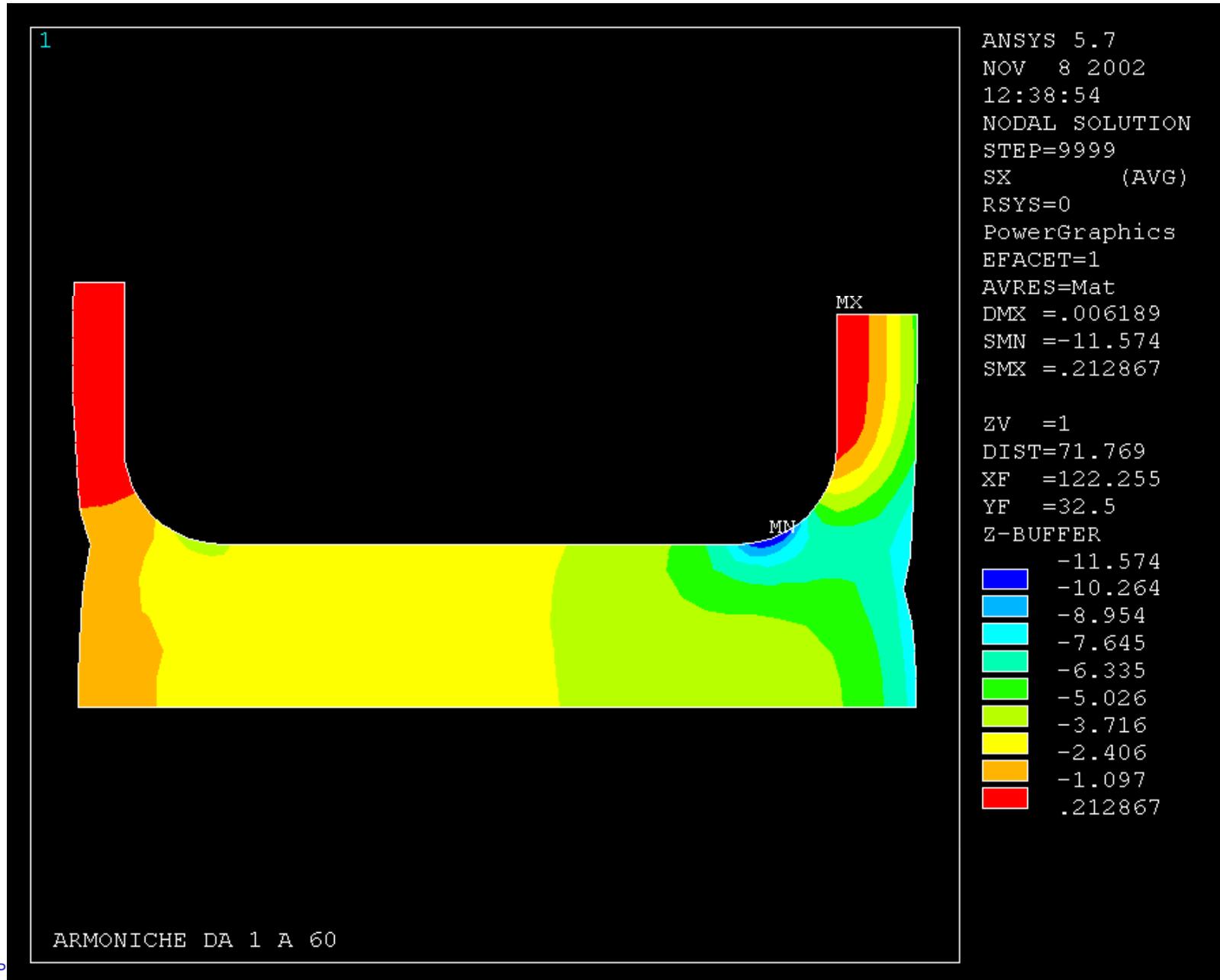
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

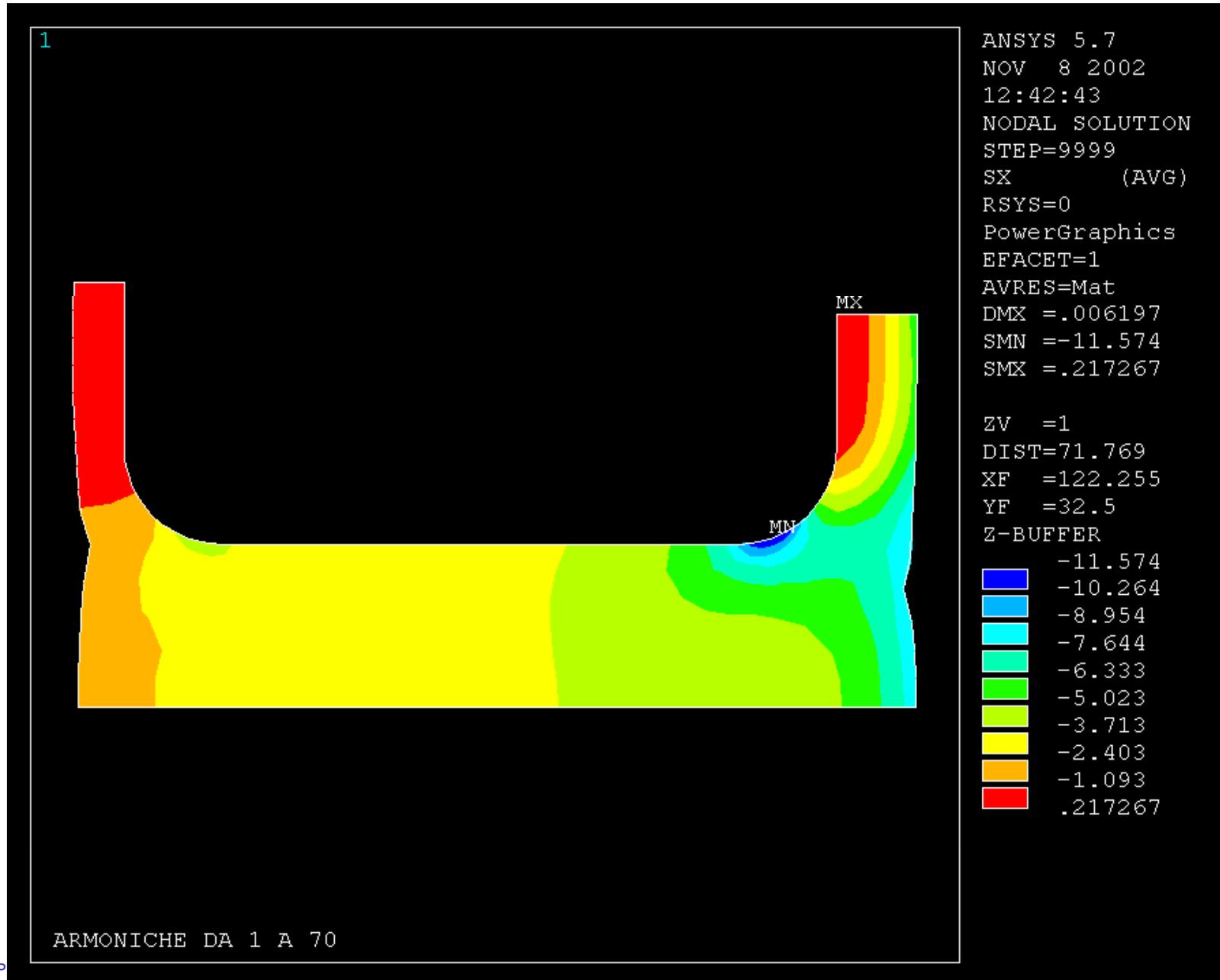
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.





## ELEMENTI ARMONICI /13

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su una linea.

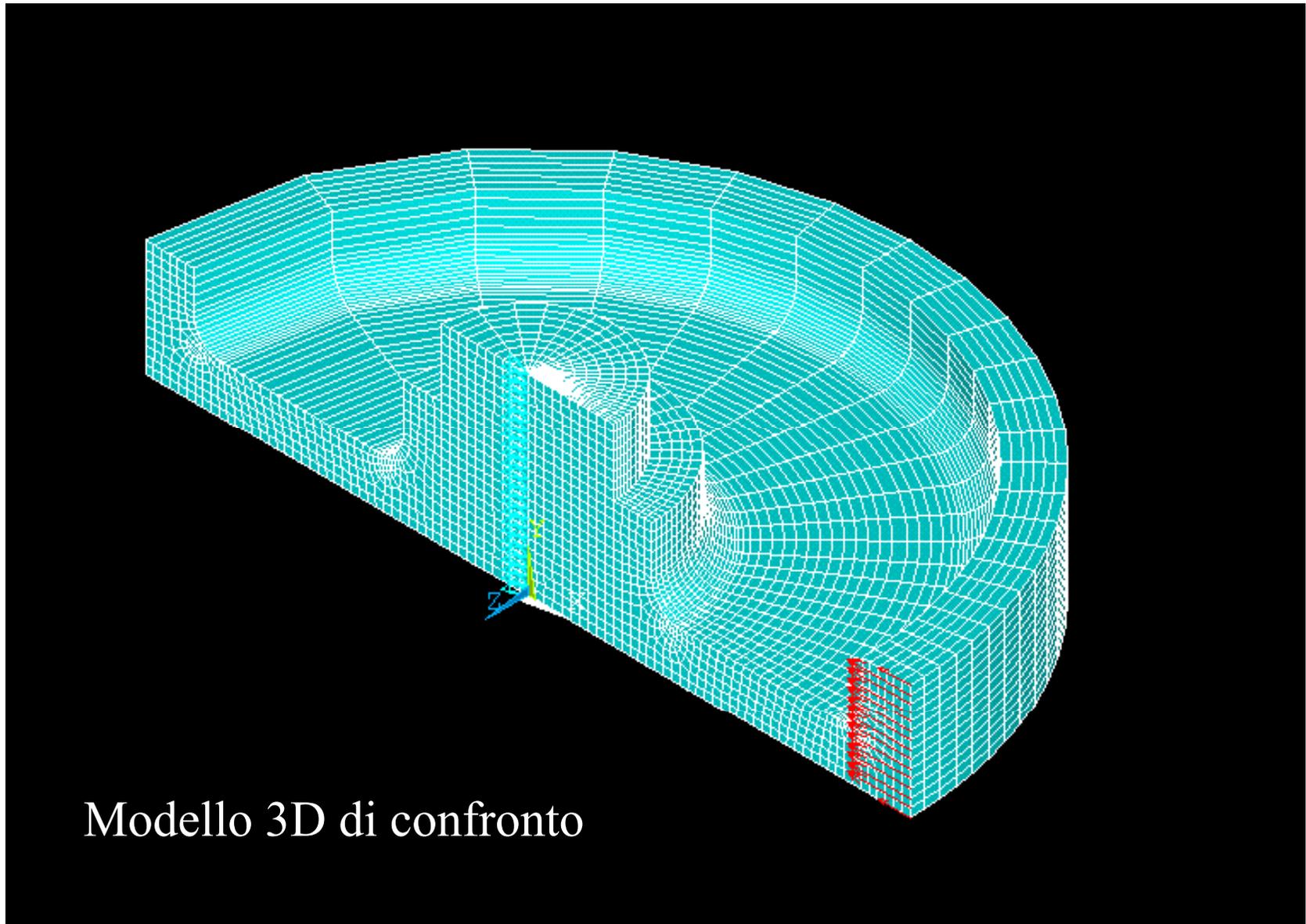




## ELEMENTI ARMONICI /14

cdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: RUOTA\_3D.txt



Modello 3D di confronto

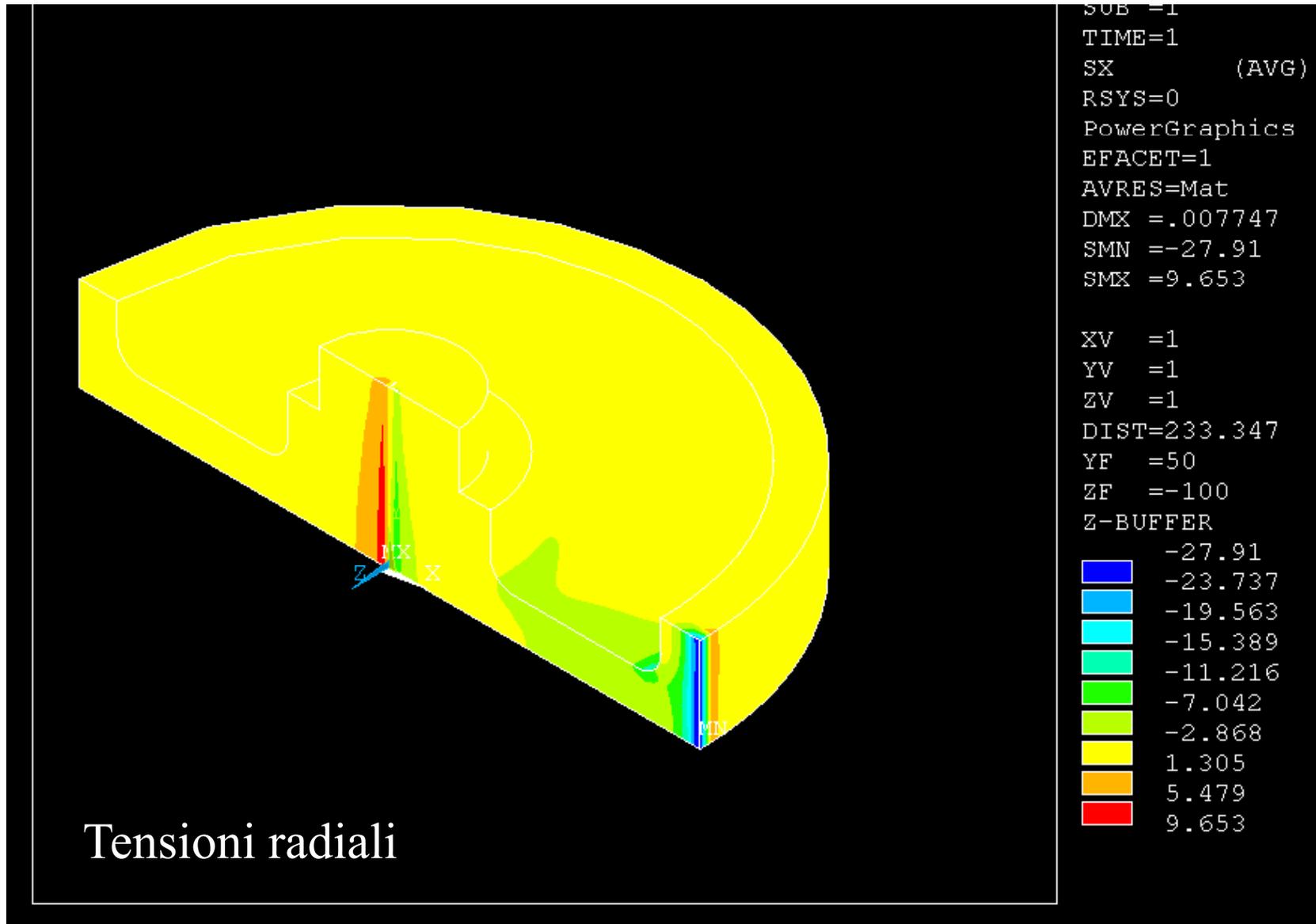
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



## ELEMENTI ARMONICI /14

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: RUOTA\_3D.txt



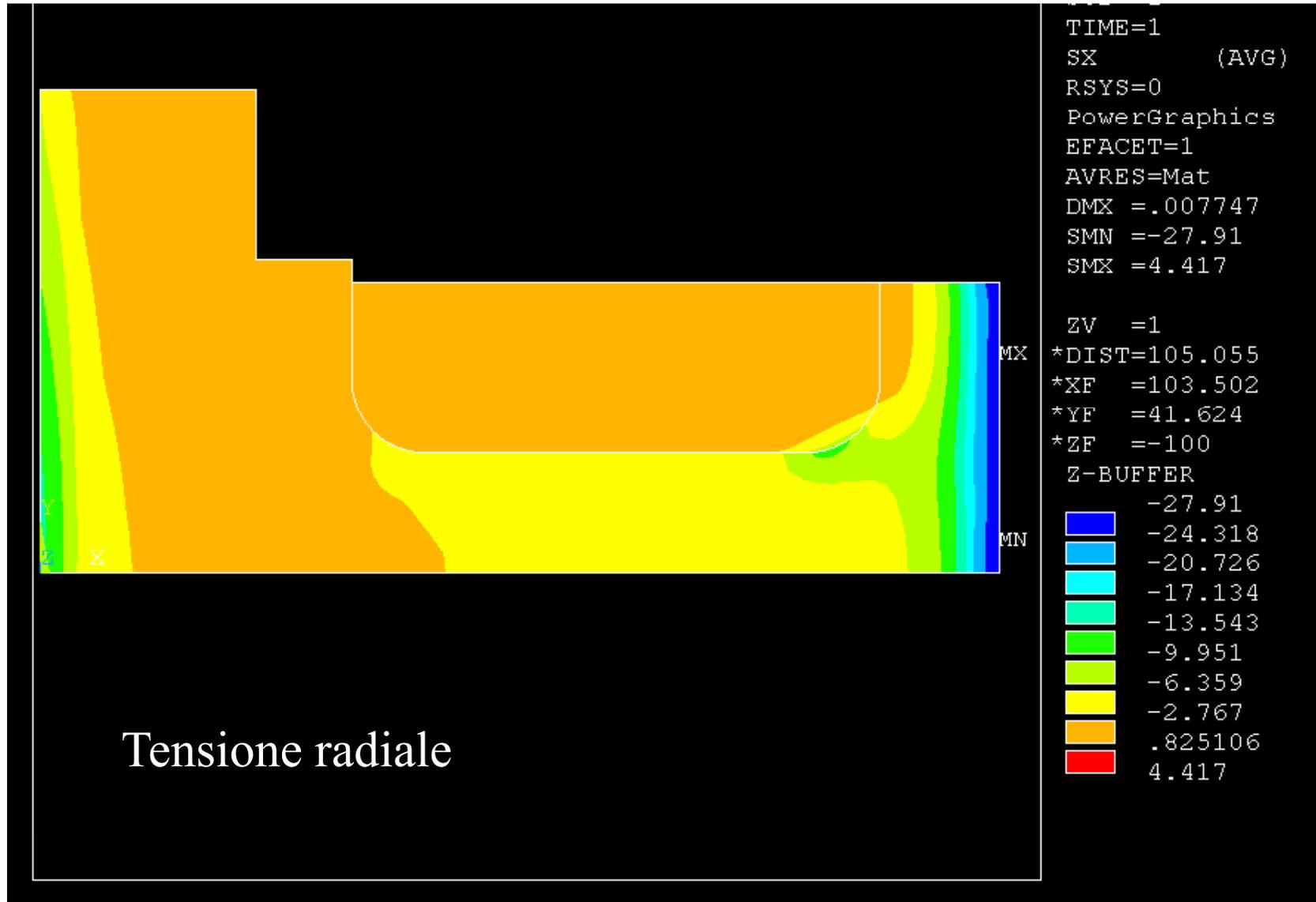
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



## ELEMENTI ARMONICI /14

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: RUOTA\_3D.txt



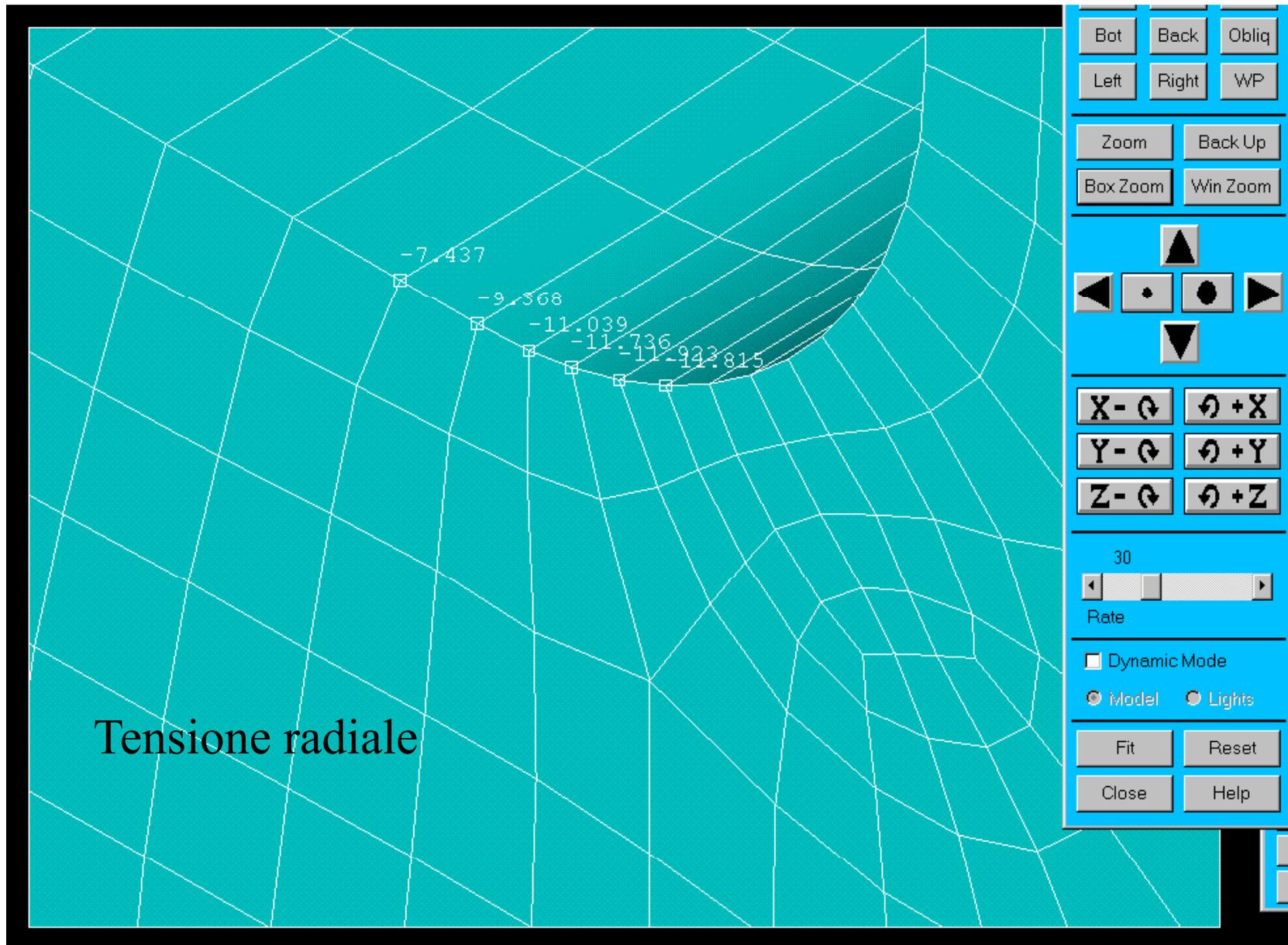
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



## ELEMENTI ARMONICI /14

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: RUOTA\_3D.txt



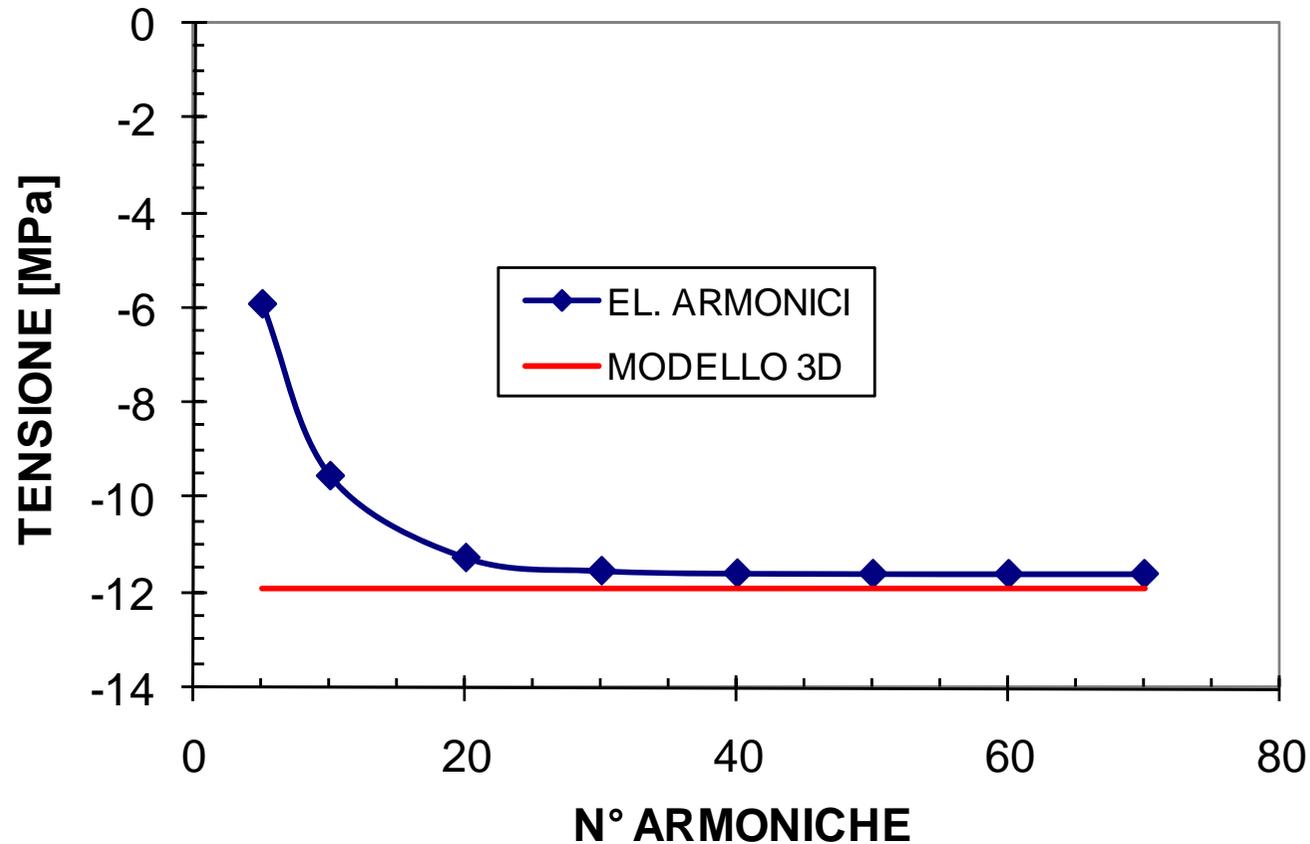
Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.



## ELEMENTI ARMONICI /15

Esempio: ruota soggetta a carico distribuito su di una linea.

### CONVERGENZA DI ELEMENTI ARMONICI





## ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C\*\*\*

C\*\*\* COMBINAZIONE CASI DI CARICO

C\*\*\*

\*DO,IJK,1,NFOU,1

SET,IJK

LCWRITE,IJK

\*ENDDO

LCASE,1

\*DO,IJK,2,NFOU,1

ESEL,ALL

LCOPER,ADD,IJK

NSEL,,LOC,X,(DA+DM)/4,(DB+DR)/4

ESLN,,1

/TITLE, ARMONICHE DA 1 A %IJK%

PLNSTR,S,X

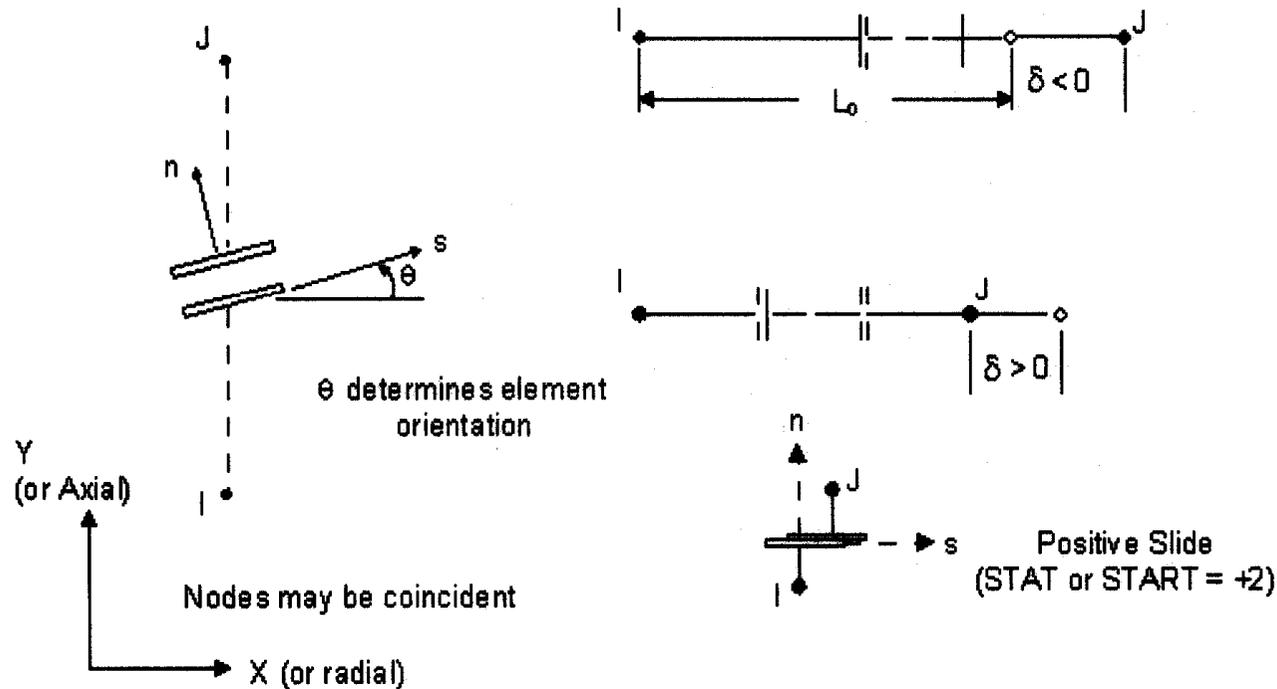
\*ASK,IFL,Premere un tasto per continuare,0

NSEL,ALL

ESEL,ALL

\*ENDDO

## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/1



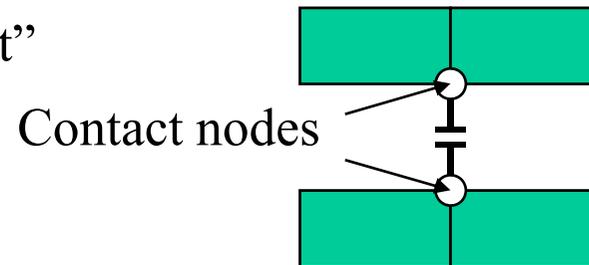
*Contatto tra corpi*

- 2 nodi
- 2 (3) g.d.l /nodo
- consentono di rappresentare gioco ed interferenza

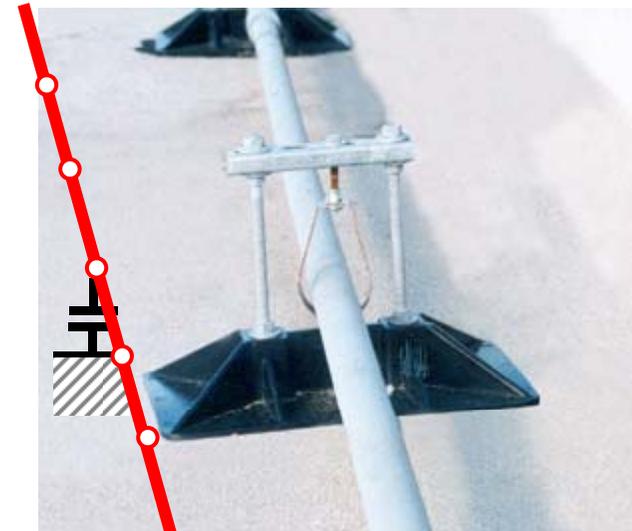
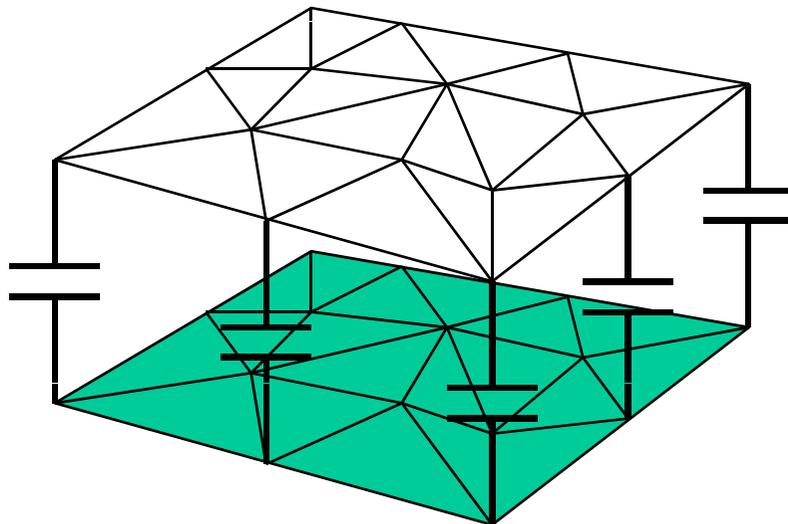
## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/2

Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Point-to-Point”



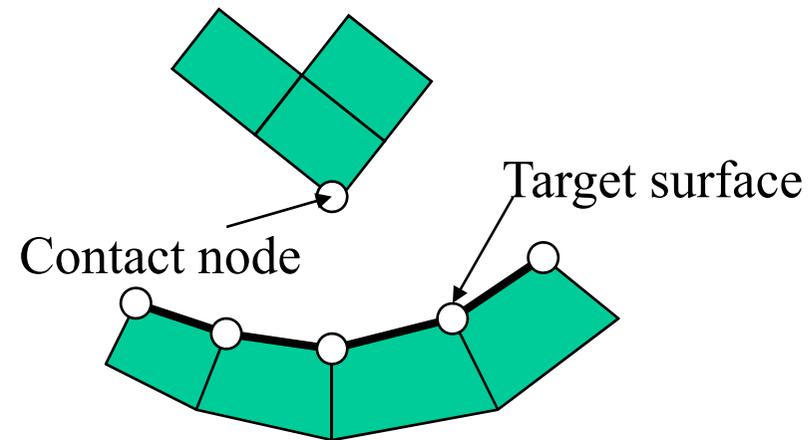
- Richiesta conoscenza preliminare zone di contatto e direzione accostamento
- Permessi piccoli spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Uso tipico: contatto tra punti localizzati della struttura (Es.: Pipe hanger)
- Contatto tra superfici: richiede un uguale “mesh”



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/3

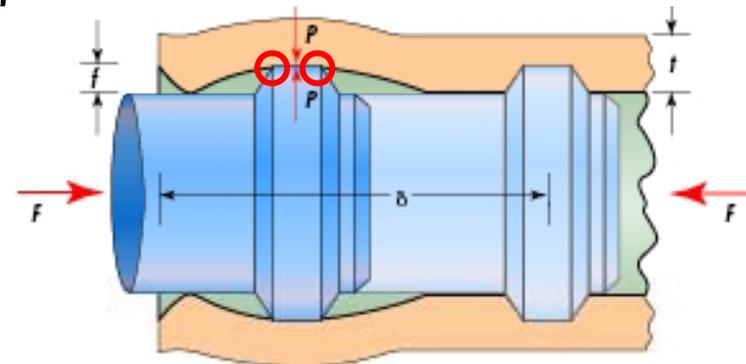
Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Point-to-Point”
- Elementi per analisi “Point-to-surface”



- Non richiesta conoscenza zone contatto e direzione accostamento
- Permessi grandi spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Uso tipico: contatto tra punti localizzati della struttura (Es. spigoli) e superfici (Es.: estremità montaggi “Snap-fit”)

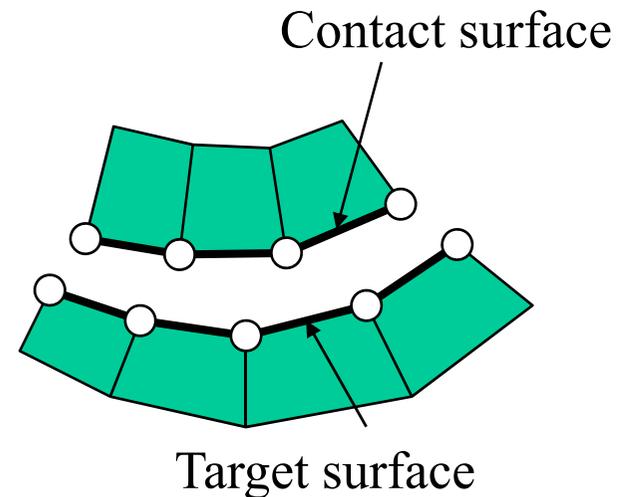
- Possibile anche l’impiego per analisi del contatto tra superfici (in questo caso non è necessario avere uguale “mesh”)



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/4

Per quanto concerne i tipi di elemento utilizzabili, si hanno generalmente:

- Elementi per analisi “Point-to-Point”
- Elementi per analisi “Point-to-surface”
- Elementi per analisi “Surface-to-surface”



- Non richiesta conoscenza zone contatto e direzione accostamento
- Permessi grandi spostamenti relativi, in particolare tangenziali
- Non richiede uguale “mesh” tra le due superfici
- Uso tipico: contatto tra superfici, in particolare di tipo “conforme”



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/5

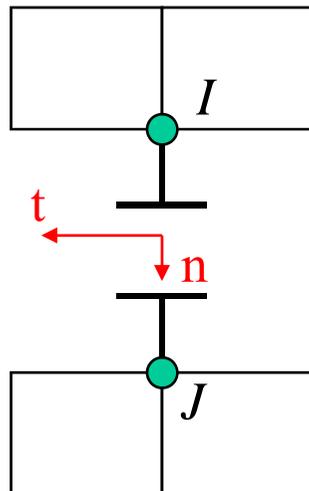
### OSSERVAZIONI

- Se l’area di contatto è nota a priori è conveniente sostituire gli elementi “gap” con vincoli di dipendenza (analisi lineare)
- Gli elementi che rappresentano le superfici a contatto devono essere piccoli rispetto alle dimensioni attese dell’area di contatto, in modo da consentire una rappresentazione accurata di quest’ultima.

## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/6

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo  $J$  rispetto a nodo  $I$  che determinano l'apertura del “GAP”.

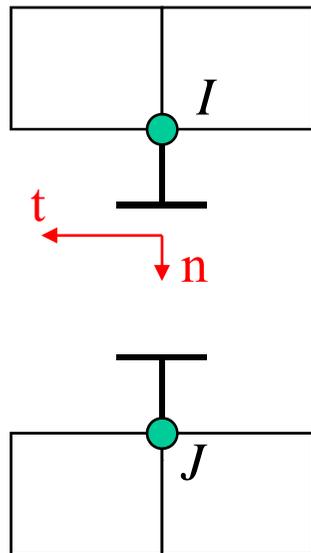
- Per elementi “Point-to-point”, tale verso è dato da quello dell'asse “ $n$ ” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
  - Posizione dei nodi (da  $I$  a  $J$ , solo se non coincidenti)
  - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/6

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “GAP”.

- Per elementi “Point-to-point”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
  - Posizione dei nodi (da I a J, solo se non coincidenti)
  - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)

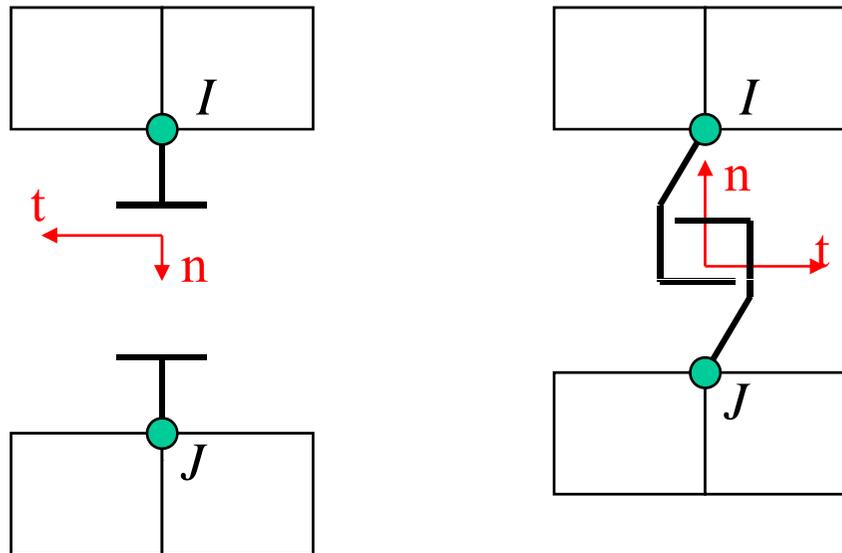


Invertendo la direzione di “n” si trasforma il “gap” in un “gancio”

## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/6

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “GAP”.

- Per elementi “Point-to-point”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
  - Posizione dei nodi (da I a J, solo se non coincidenti)
  - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)

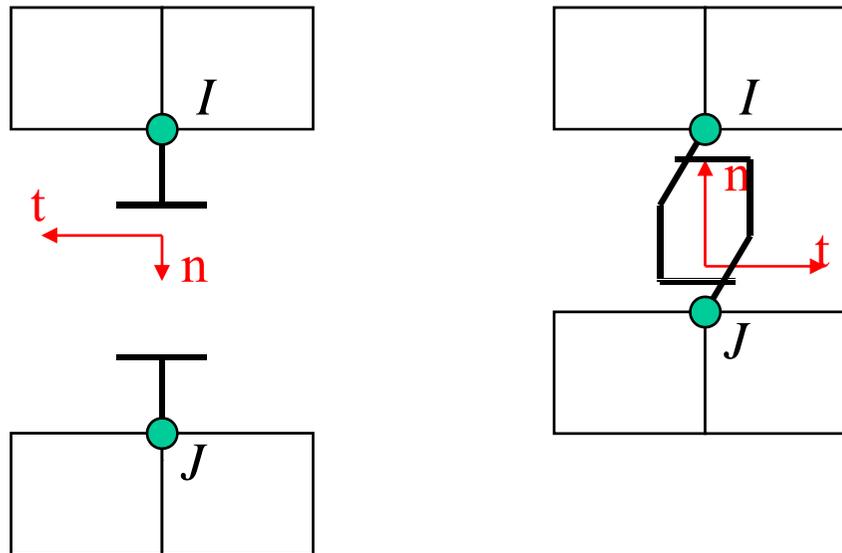


Invertendo la direzione di “n” si trasforma il “gap” in un “gancio”

## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/6

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo  $J$  rispetto a nodo  $I$  che determinano l'apertura del “GAP”.

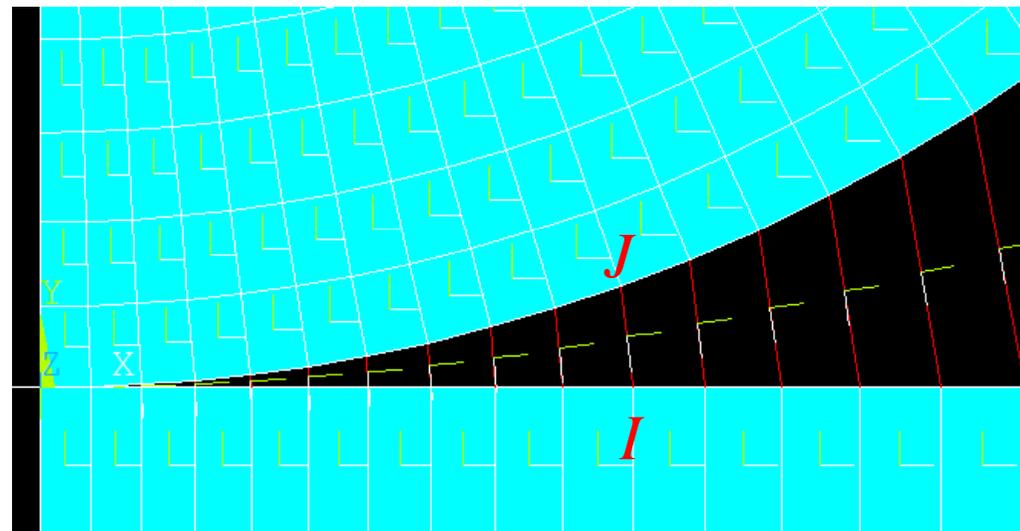
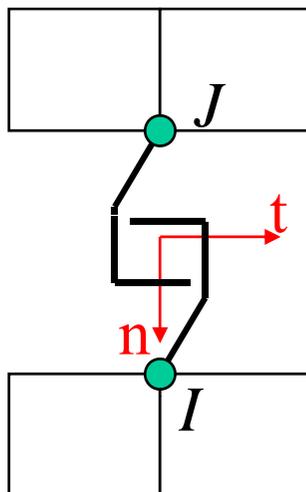
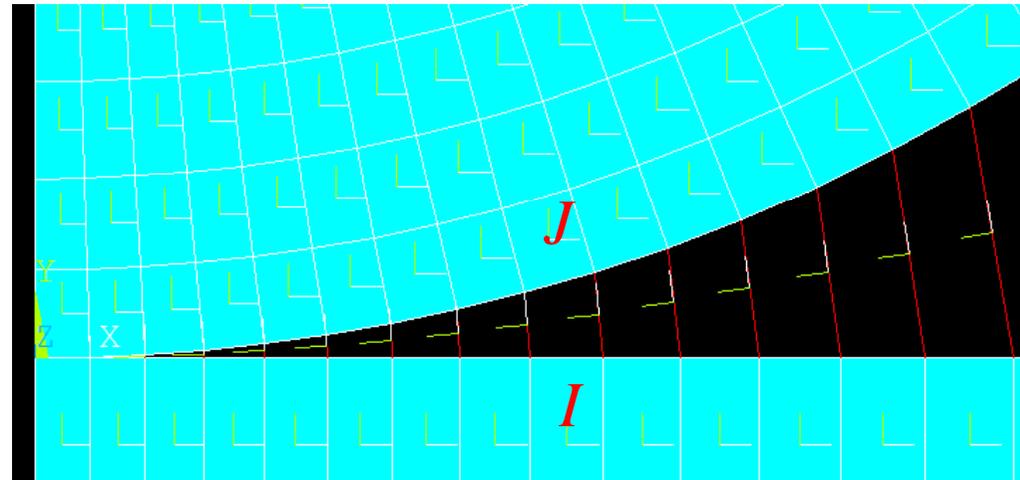
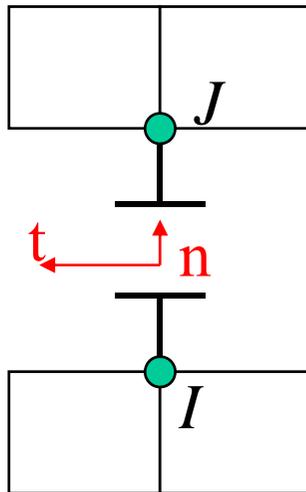
- Per elementi “Point-to-point”, tale verso è dato da quello dell'asse “ $n$ ” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
  - Posizione dei nodi (da  $I$  a  $J$ , solo se non coincidenti)
  - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)



Invertendo la direzione di “ $n$ ” si trasforma il “gap” in un “gancio”

## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/7

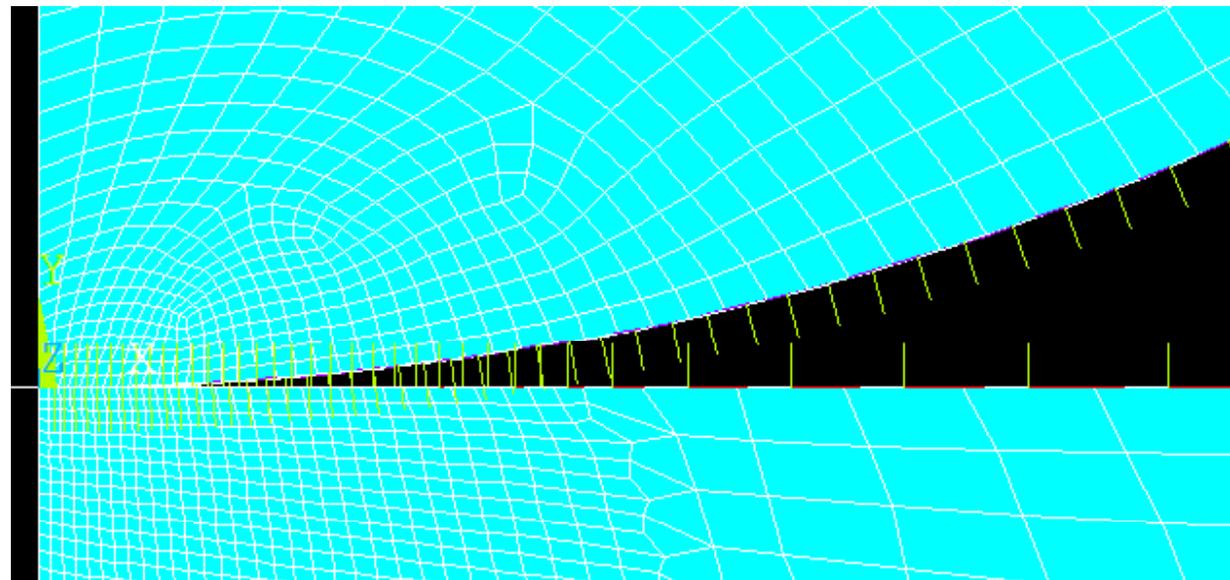
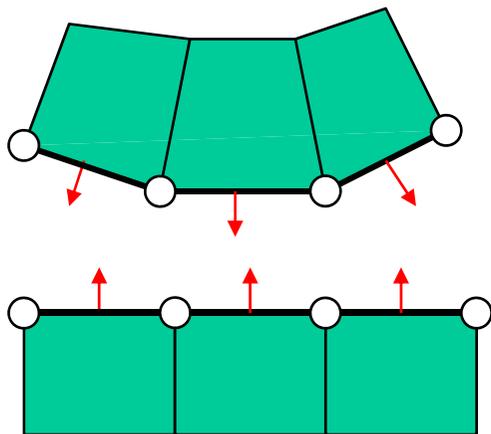
E' possibile controllare la direzione effettiva di apertura dei GAP facendo visualizzare i SR degli elementi (PltCtrls->Symbols)



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/7

E' necessario porre attenzione al verso degli spostamenti del nodo J rispetto a nodo I che determinano l'apertura del “GAP”.

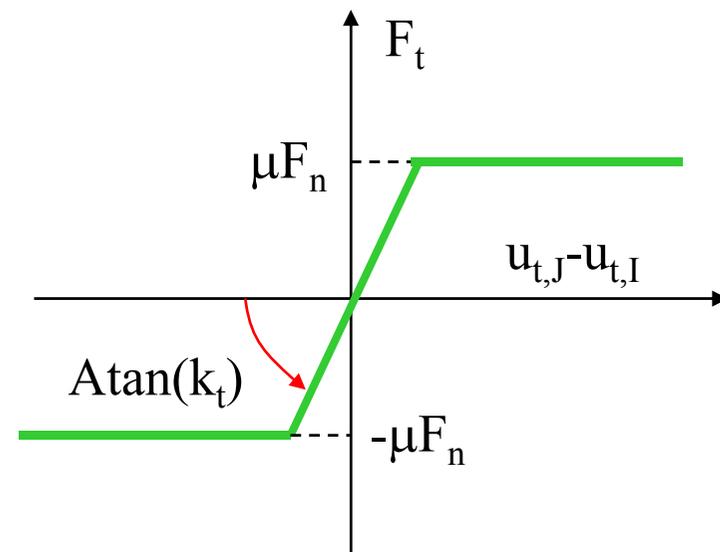
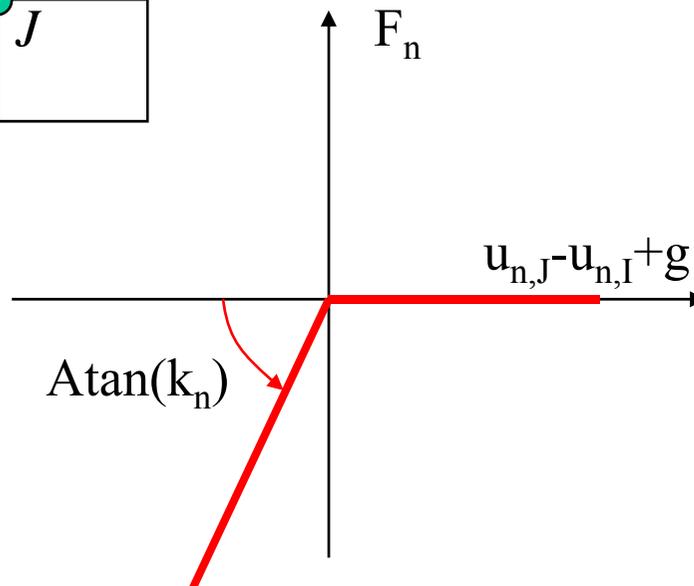
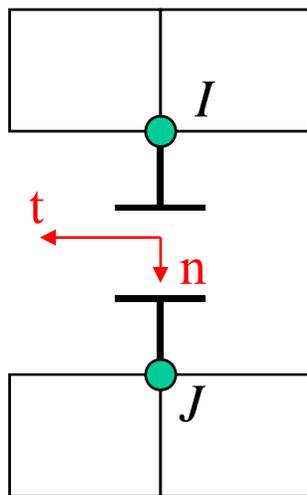
- Per elementi “Point-to-point”, tale verso è dato da quello dell'asse “n” del sistema di riferimento locale, che può essere definito da:
  - Posizione dei nodi (da I a J, solo se non coincidenti)
  - Direzione fissata dall'utente (indispensabile per nodi coincidenti)
- Per elementi “Surface-to-surface” o “Point-to-surface” il verso è dato dalla normale esterna alla superficie su cui i “gap” vengono costruiti



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/8

Gli elementi “gap” sono tipicamente caratterizzati da:

- direzione di accostamento “n” (uno spostamento positivo di J rispetto ad I in direzione n “apre” il “gap”)
- gioco (o interferenza iniziale) “g”
- rigidezza di contatto normale “ $k_n$ ”
- rigidezza di contatto tangenziale “ $k_t$ ”
- coefficiente di attrito “ $\mu$ ”



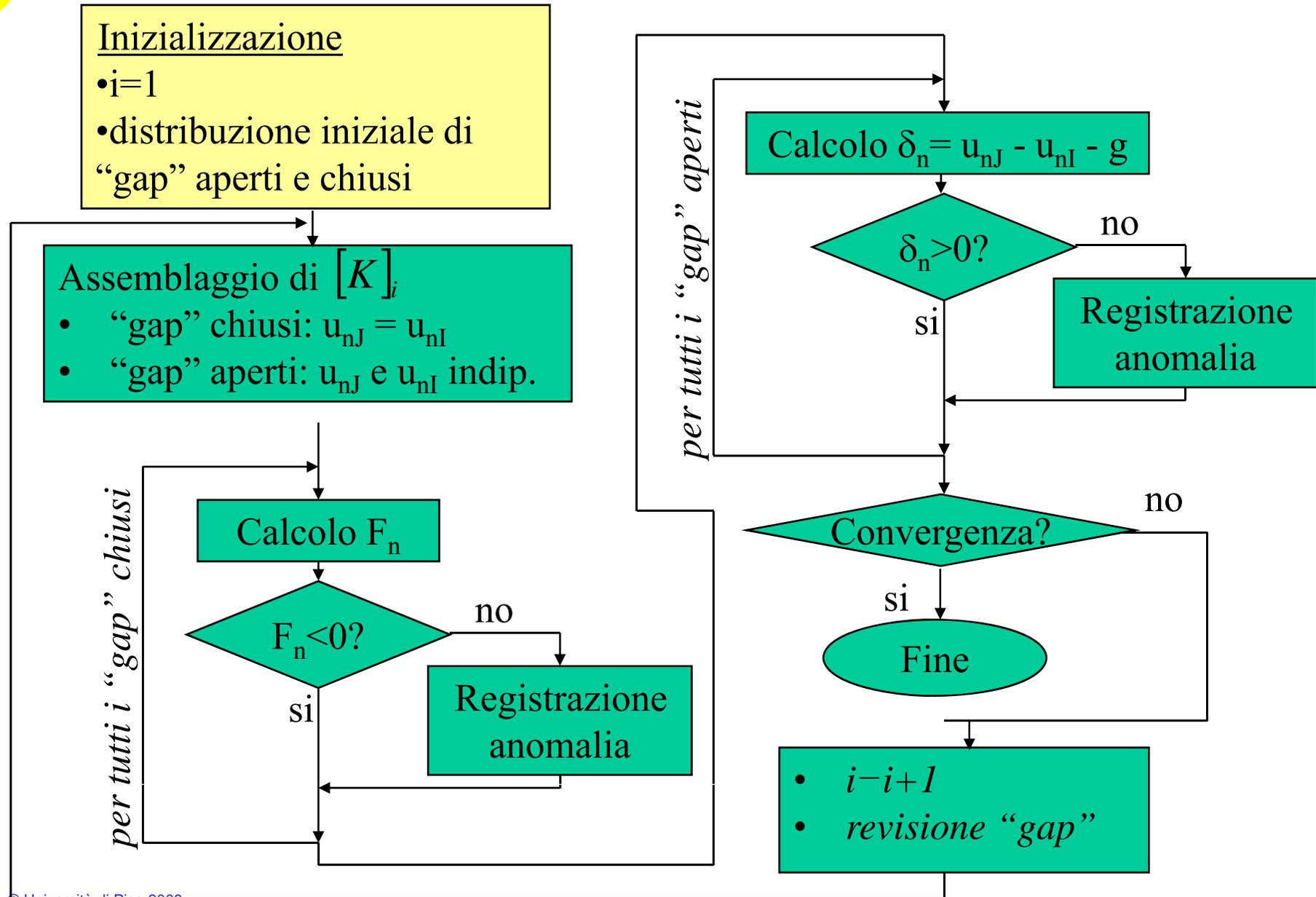
## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/9

### Inizializzazione

- $i=1$
- distribuzione iniziale di “gap” aperti e chiusi

### Assemblaggio di $[K]_i$

- “gap” chiusi:  $u_{nJ} = u_{nI}$
- “gap” aperti:  $u_{nJ}$  e  $u_{nI}$  indep.





## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/10

### COMANDI PER INSERIMENTO GAP

Il programma ANSYS mette a disposizione alcuni comandi per una introduzione facilitata degli elementi “GAP”:

- *EINTK, TOLER, K, TLAB, KCN, DX, DY, DZ, KNONROT*

Introduce  
elementi tra  
coppie di nodi  
coincidenti

Max. distanza tra  
nodi coincidenti

Ordinamento  
nodi:

- LOW
- HIGH
- REVE



## ELEMENTI DI CONTATTO (“GAP”)/11

### COMANDI PER INSERIMENTO GAP

Il programma ANSYS mette a disposizione alcuni comandi per una introduzione facilitata degli elementi “GAP”:

- EINTF, *TOLER*, *K*, *TLAB*, *KCN*, *DX*, *DY*, *DZ*, *KNONROT*
- ESURF, *XNODE*, *Tlab*, *Shape*

Introduce elementi sulle superfici esterne di gruppi di elementi già esistenti (solidi, gusci, travi). Le superfici sono definite dai nodi selezionati.

Direzione della normale positiva per elementi shell e beam:

- TOP
- BOTTOM

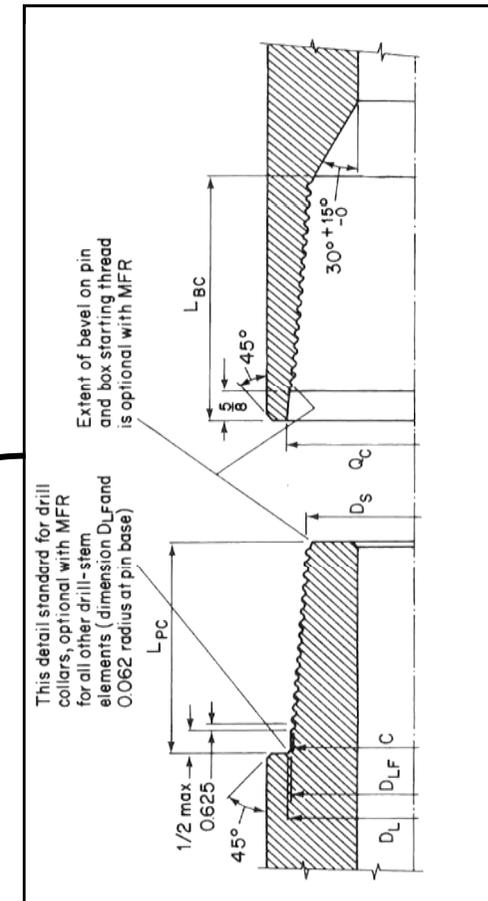
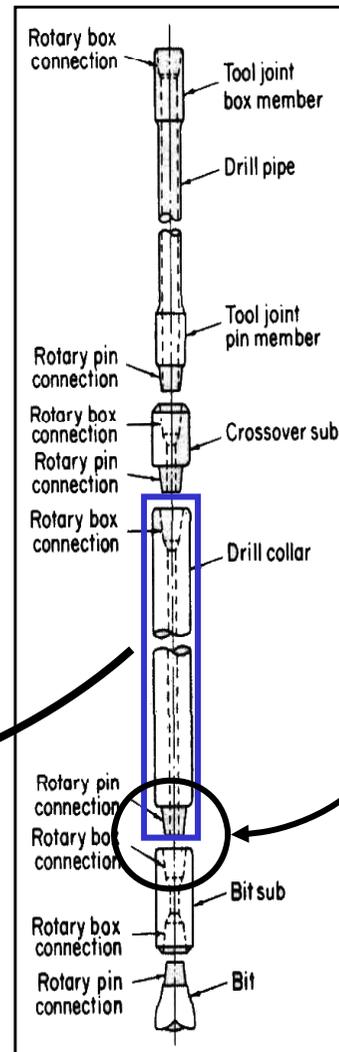
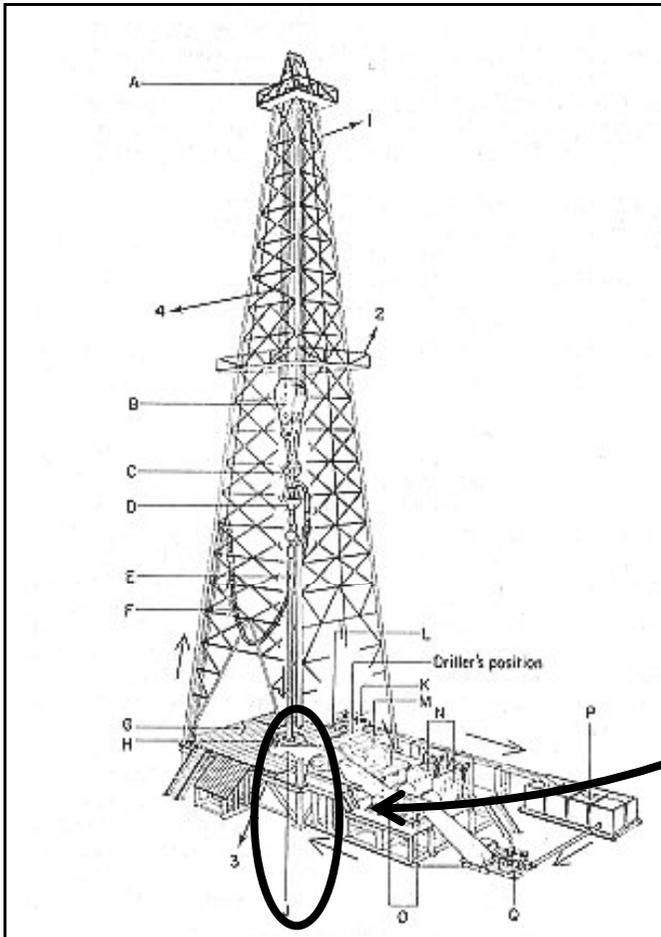
Forma:

- “\_” come elementi sottostanti
- TRI triangoli



# ESEMPIO USO ELEMENTI ASSIALSIMMETRICI E “GAP” Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/1

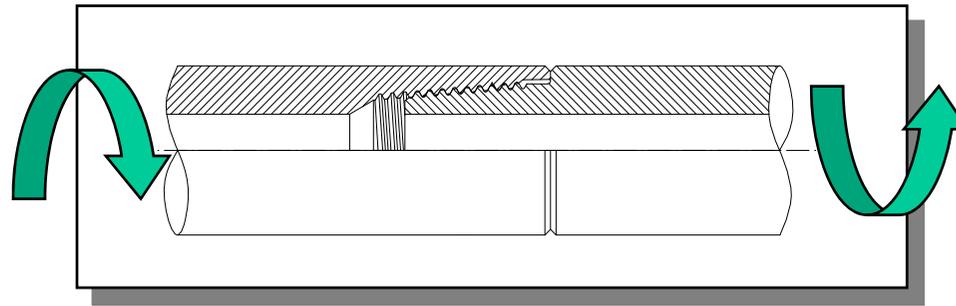
## DRILL COLLAR



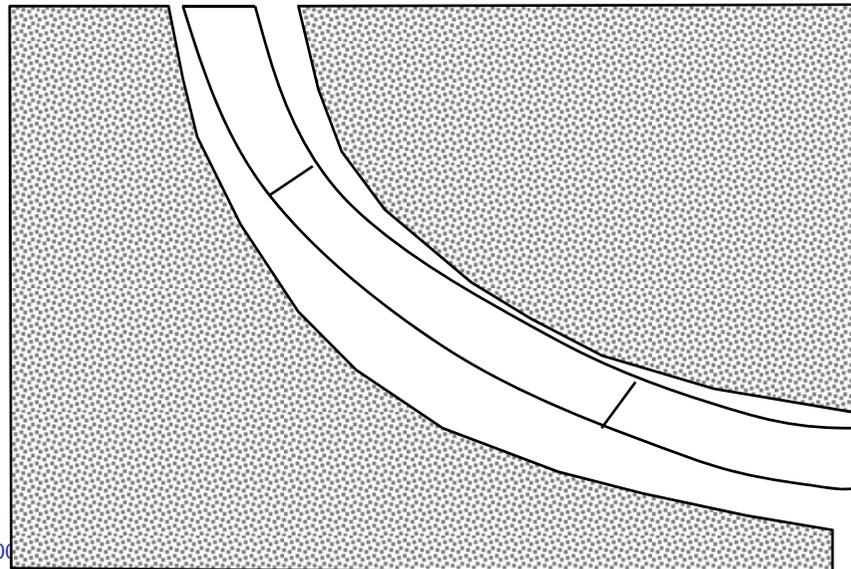
## Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/2

Condizioni di carico:

- forzamento dovuto al serraggio iniziale



- flessione rotante dovuta all'attraversamento di "dog-legs", instabilità, vibrazioni etc.

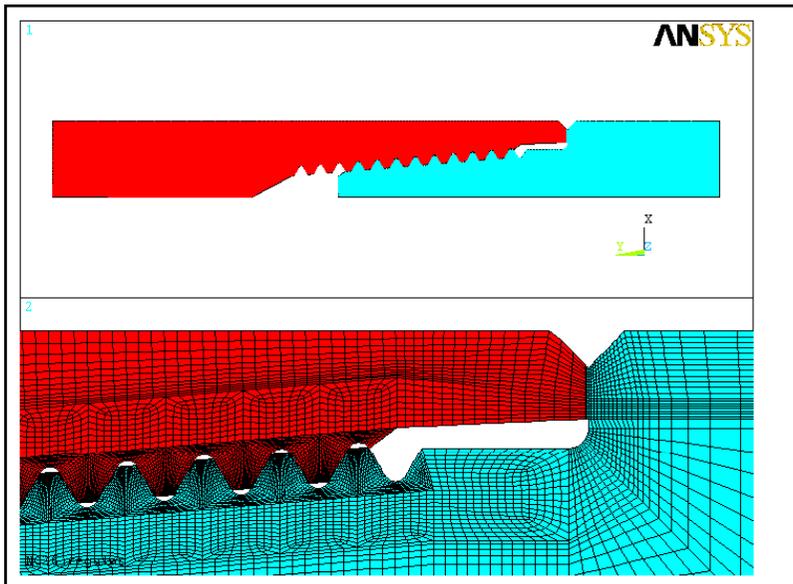
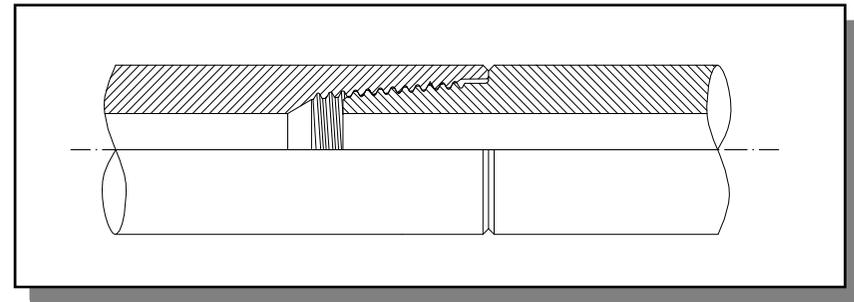


## Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/3

### ***SVILUPPO DI MODELLI FEM DELLE GIUNZIONI EFFICIENTI ED ACCURATI***

#### ***Aspetti principali***

- ***Fenomeni di contatto***
- ***Interferenza iniziale***
- ***Condizioni di carico assialsimmetriche e non assialsimmetriche***

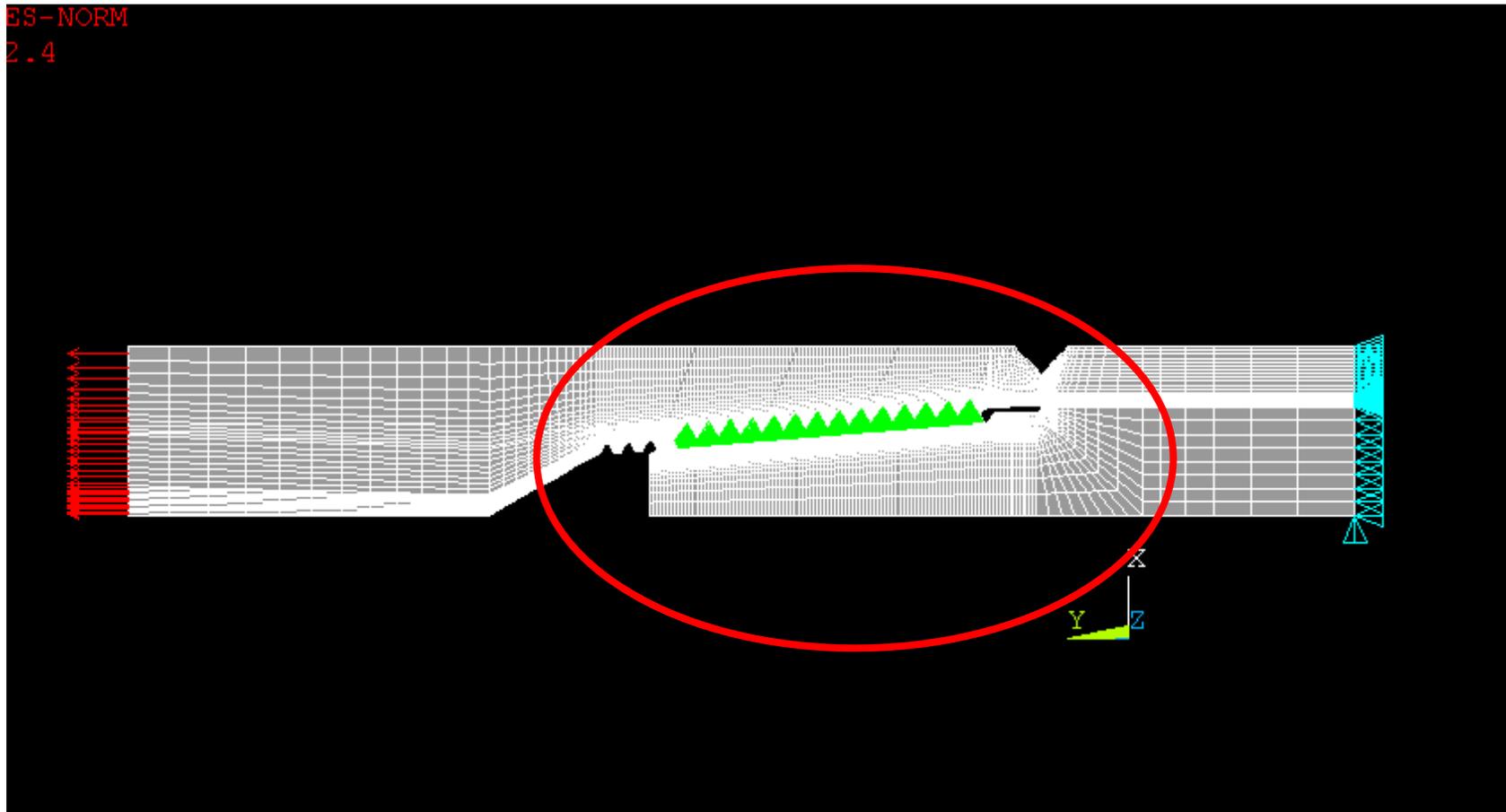


#### ***Modello di base***

- ***Geometria assialsimmetrica***
- ***30000 elementi circa***

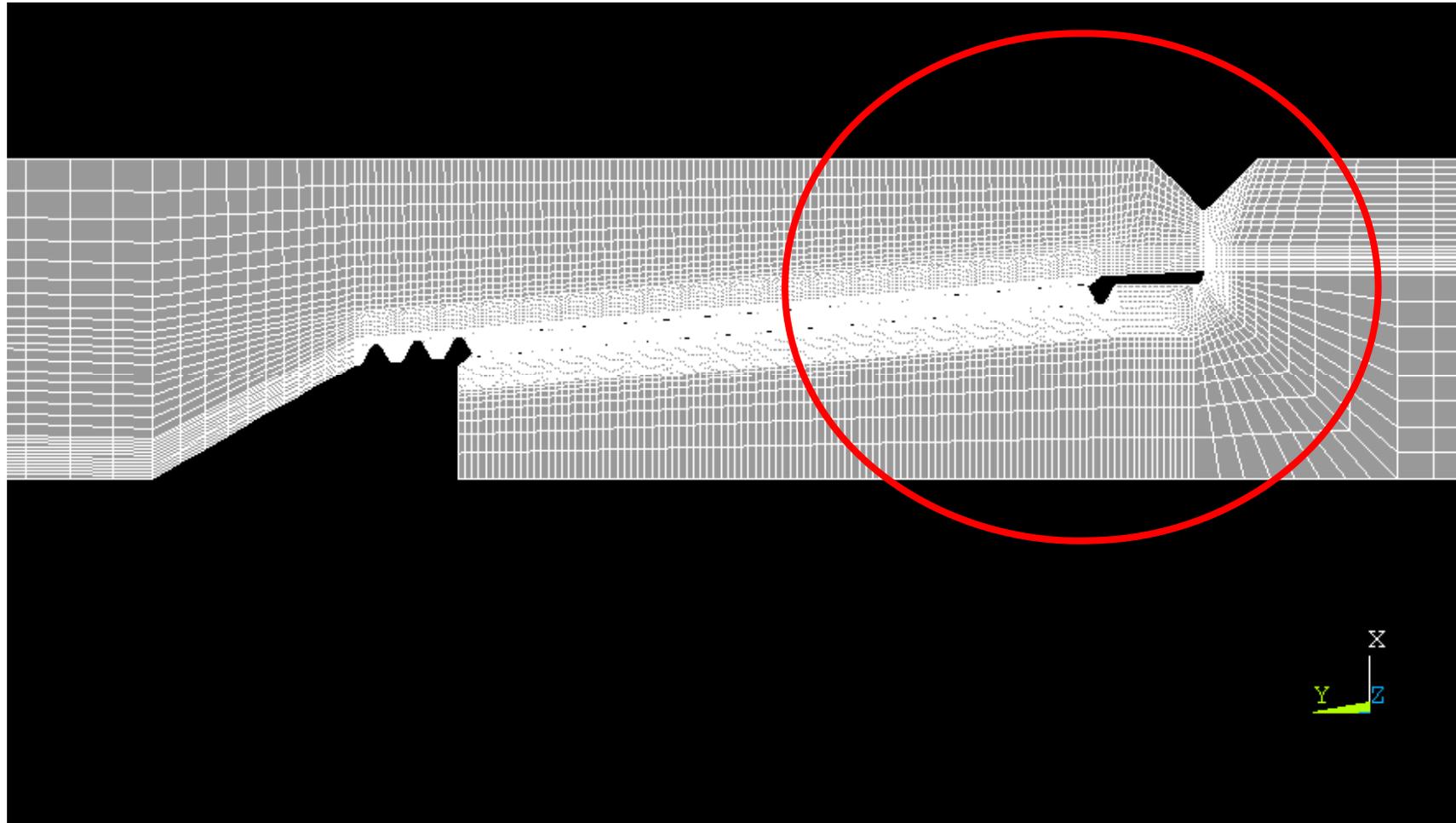


# Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/4



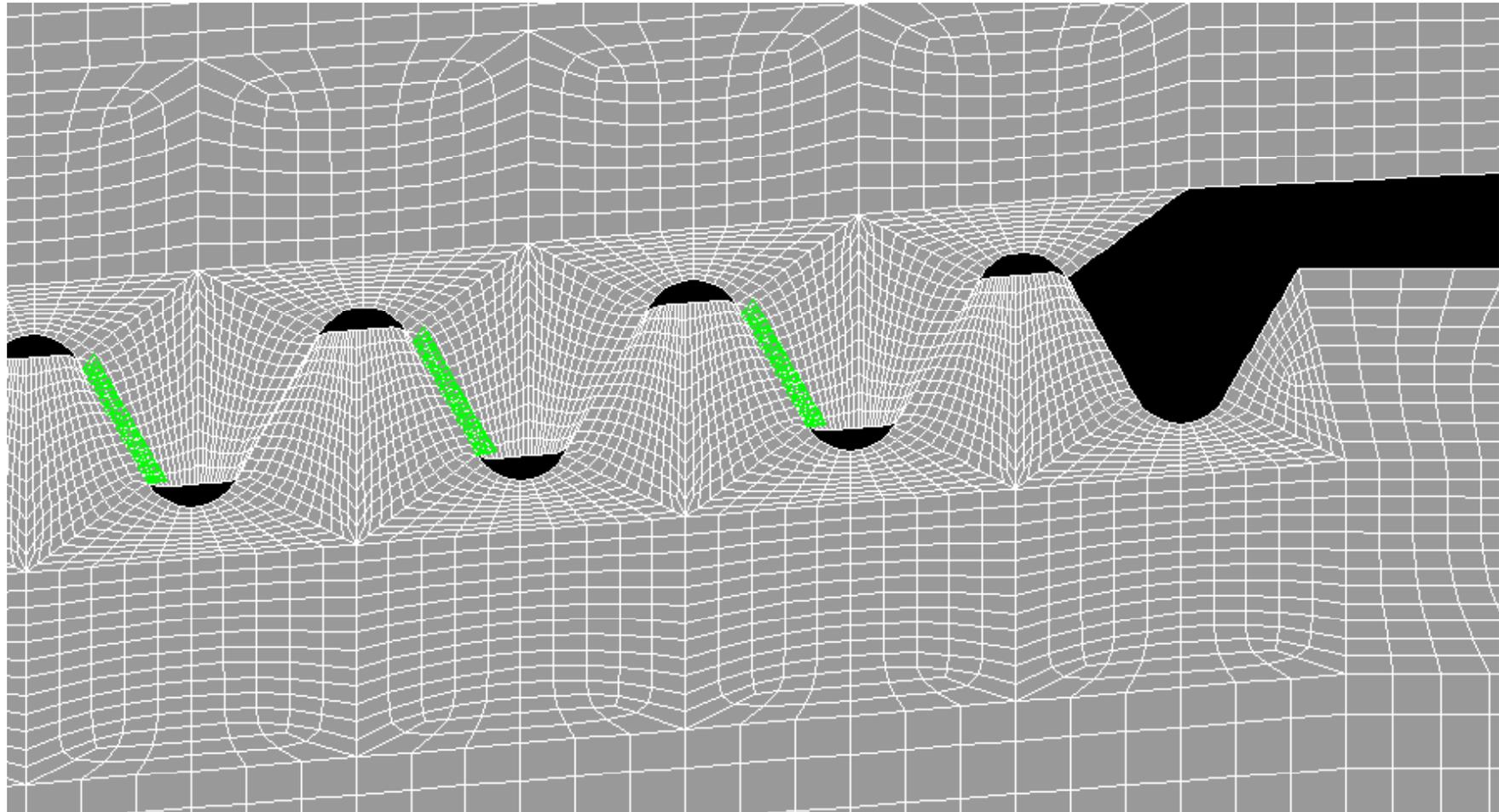


## Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/4





## Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/4

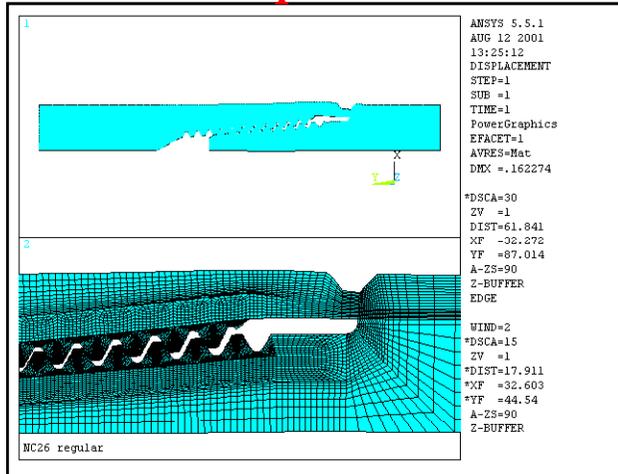


# Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/5

## *METODOLOGIA DI ANALISI*

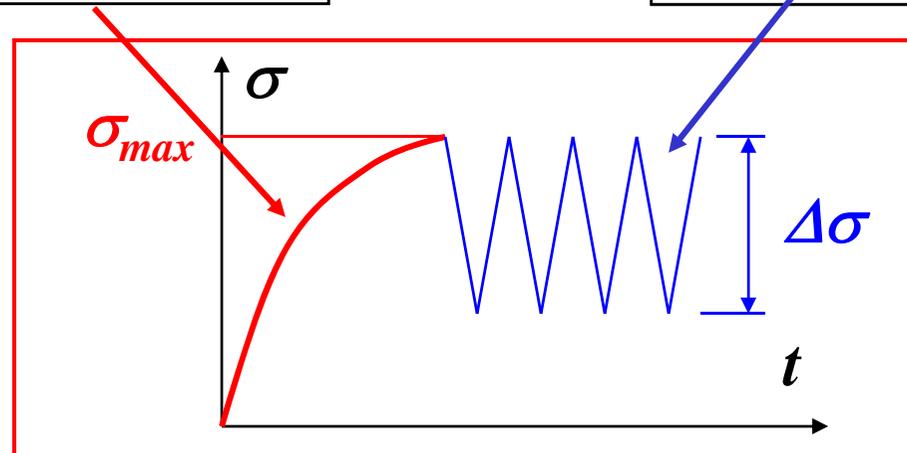
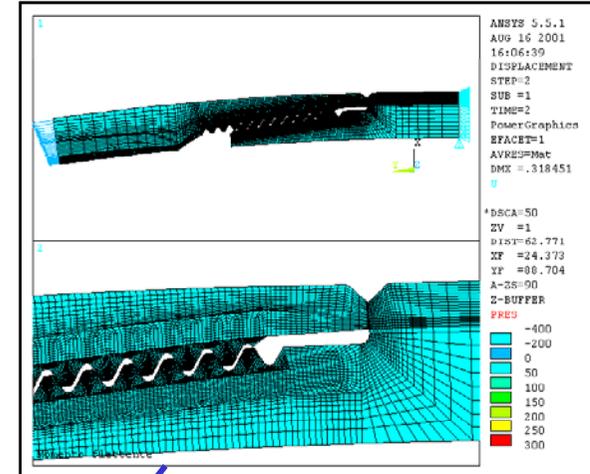
### Coppia di serraggio

- *Elementi piani assialsimmetrici*
- *Cond. carico assialsimmetrica*
- *Analisi elasto-plastica non lineare*



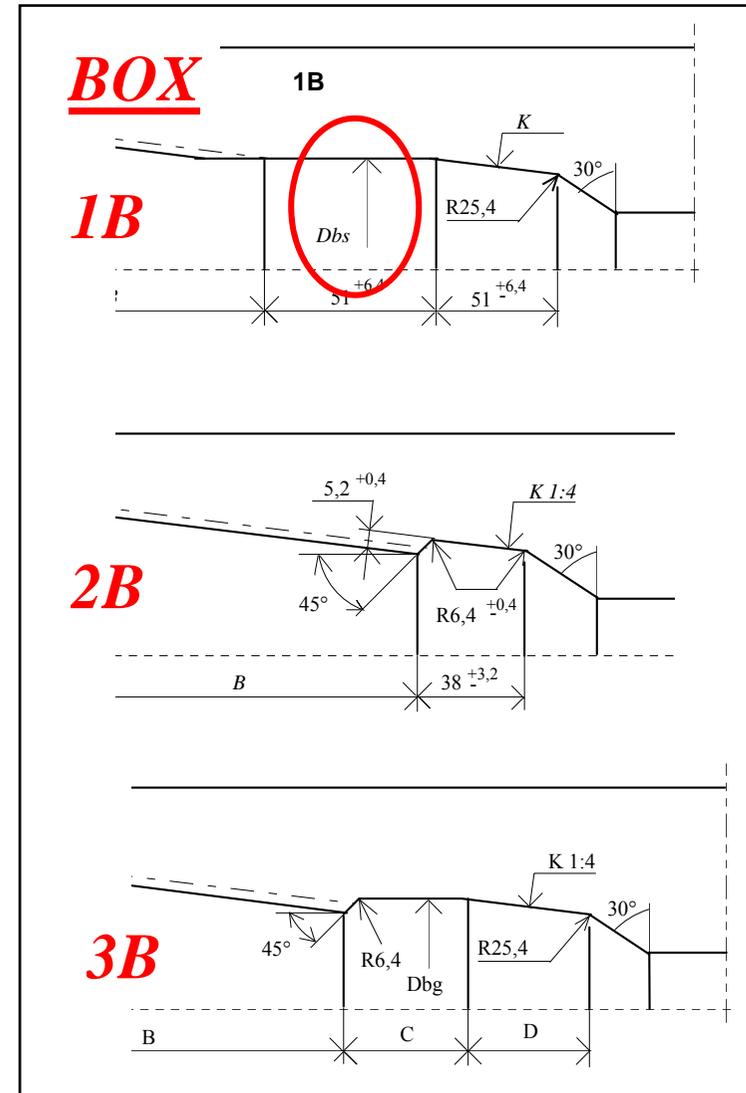
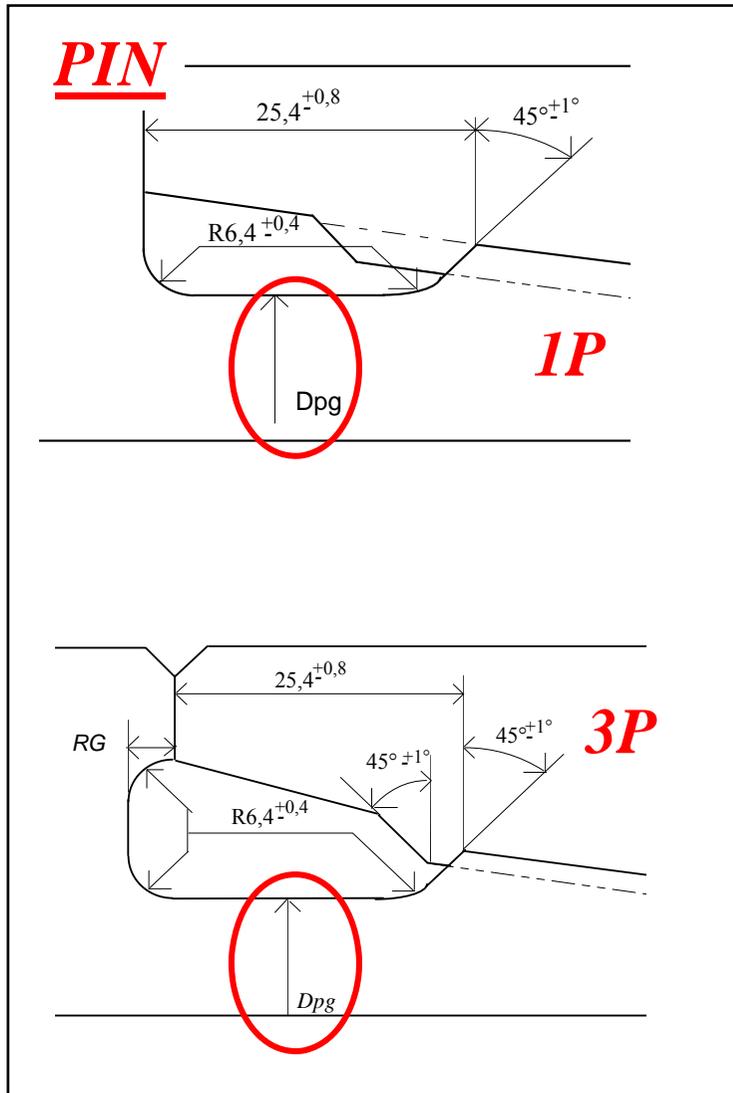
### Flessione

- *Elementi armonici (Fourier)*
- *Cond. carico non assialsimmetrica*
- *Analisi elastica lineare*



# Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/6

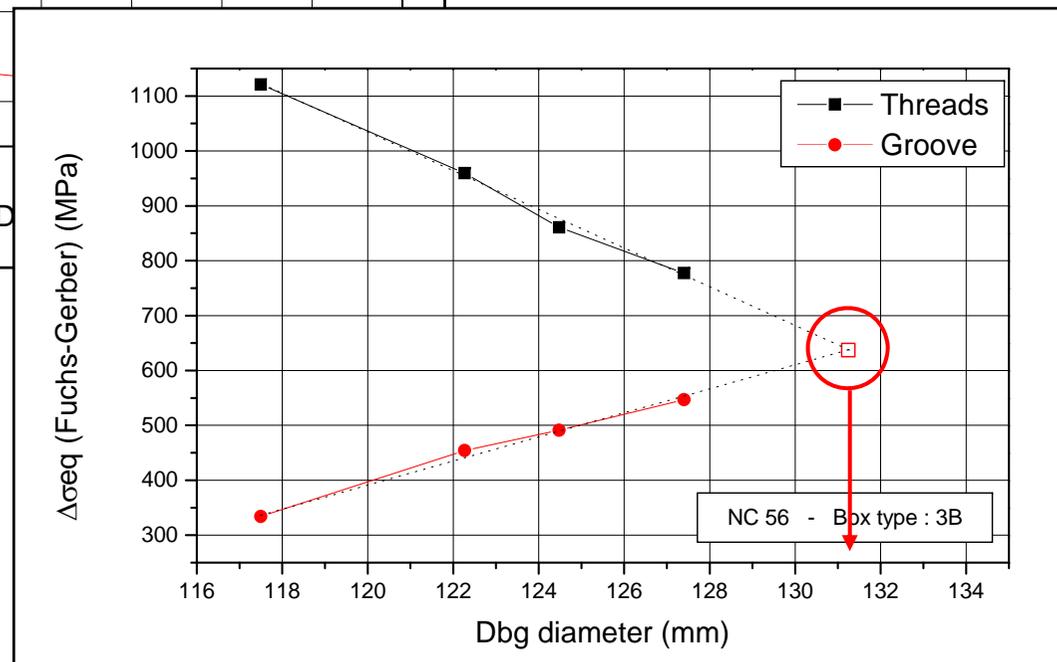
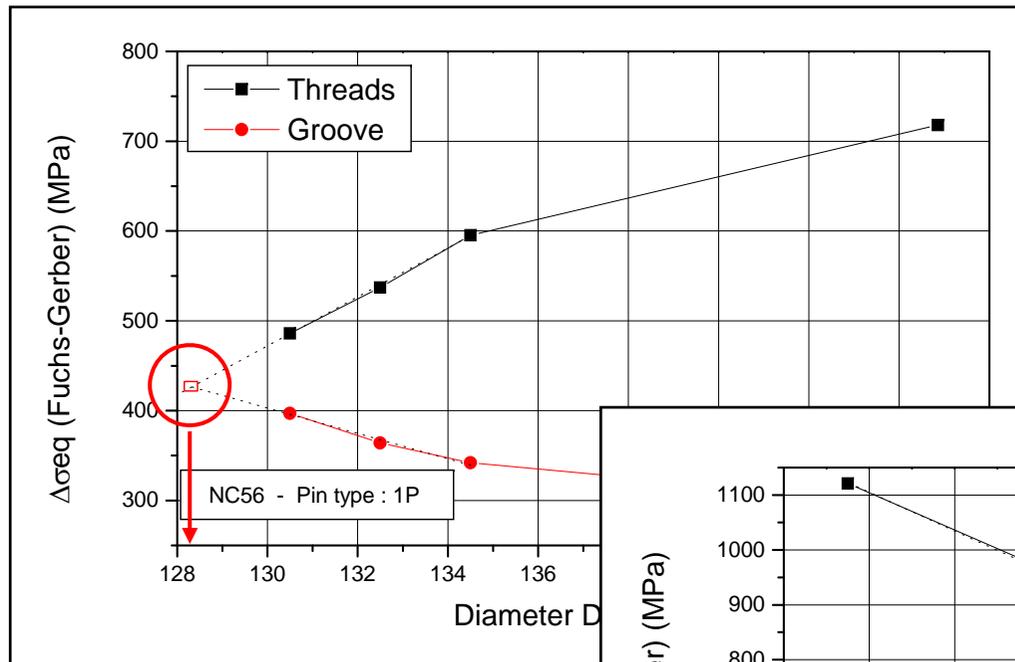
## OTTIMIZZAZIONE DELLA GEOMETRIA DEL TJ





# Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/7

## DETERMINAZIONE GEOMETRIA OTTIMALE



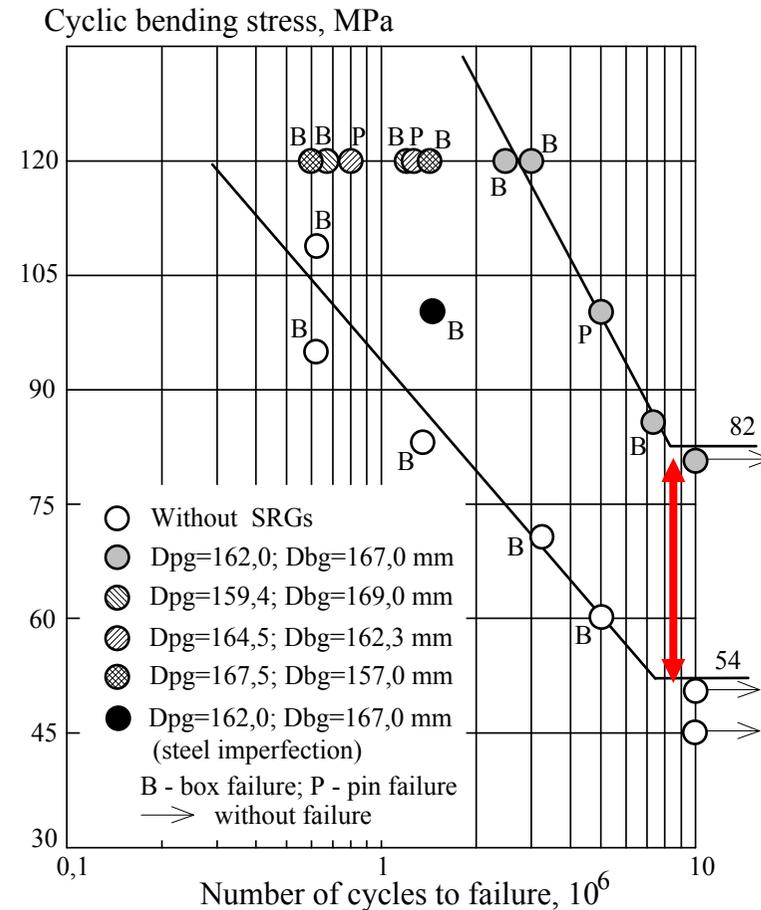
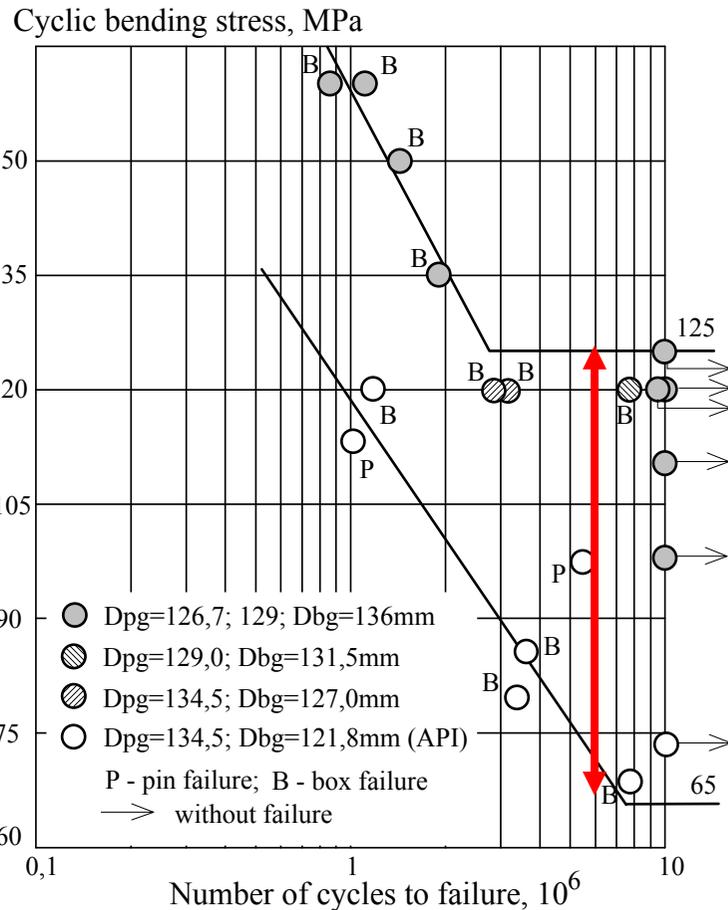


# Analisi di giunti filettati conici per batterie di perforazione/8

## RESISTENZA A FATICA

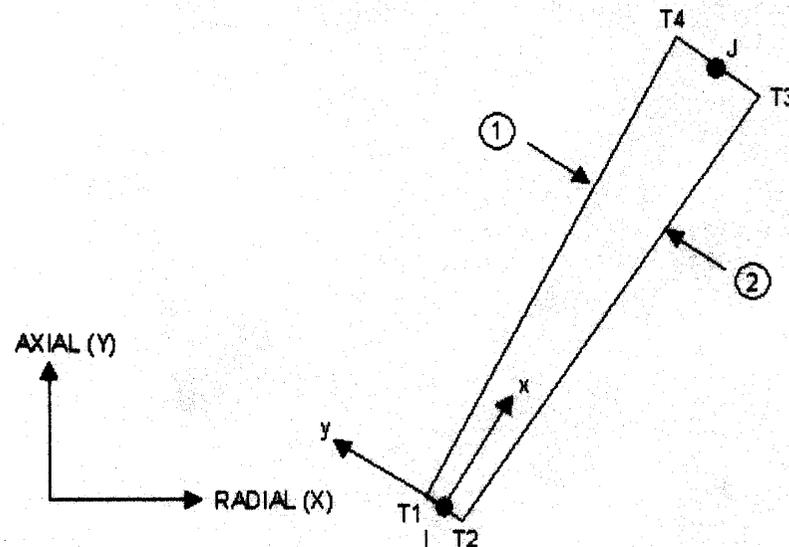
### NC 56

### NC 70



CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/1

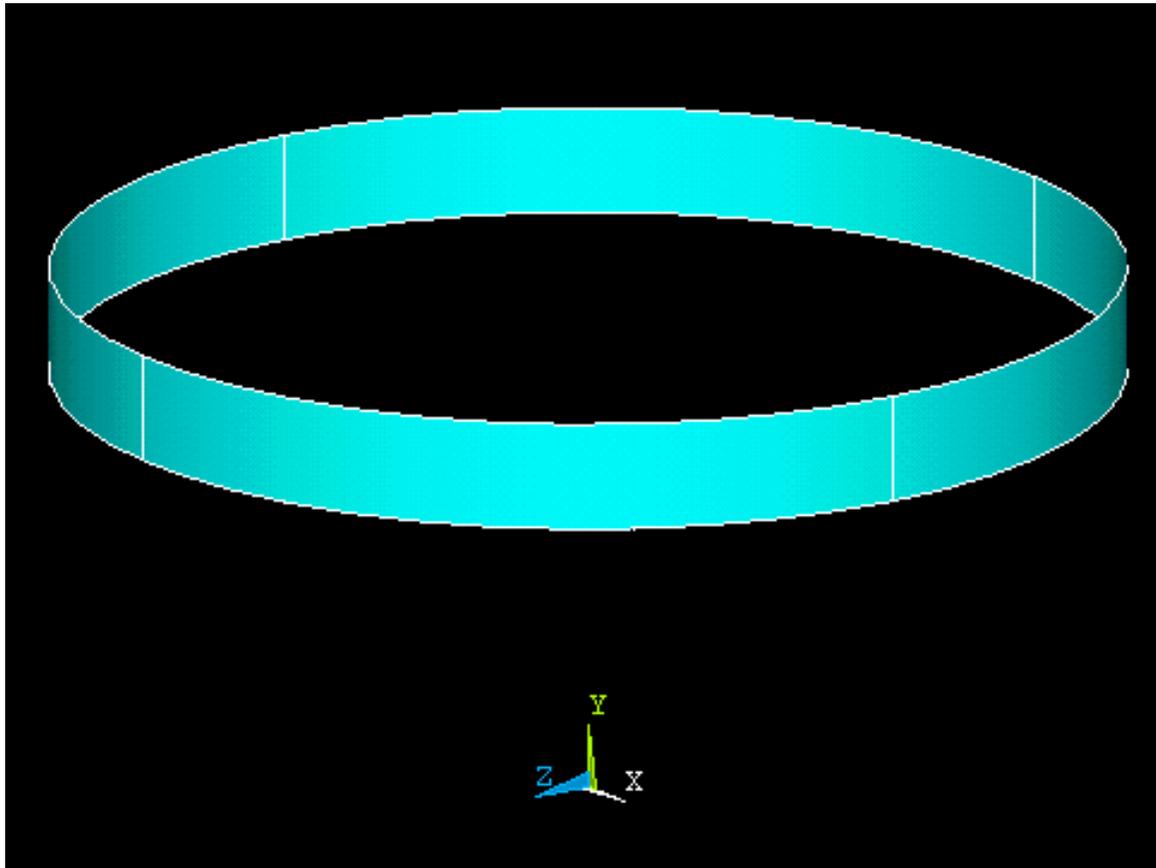


*Gusci aventi geometria assialsimmetrica, soggetti a carichi assialsimmetrici*

- 2 nodi
- 3 g.d.l /nodo ( $v_x$ ,  $v_y$  e  $\theta_z$ )

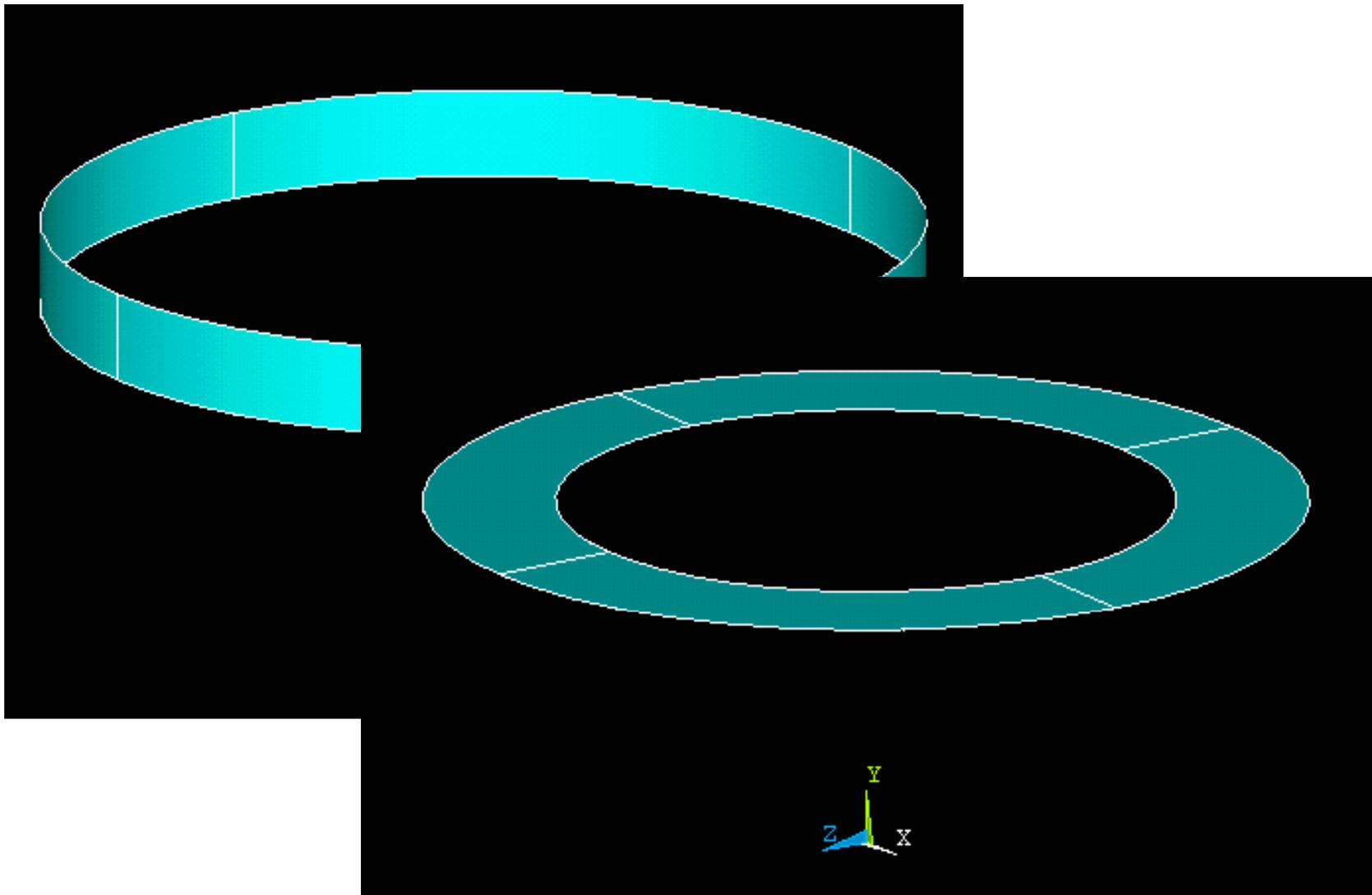


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2



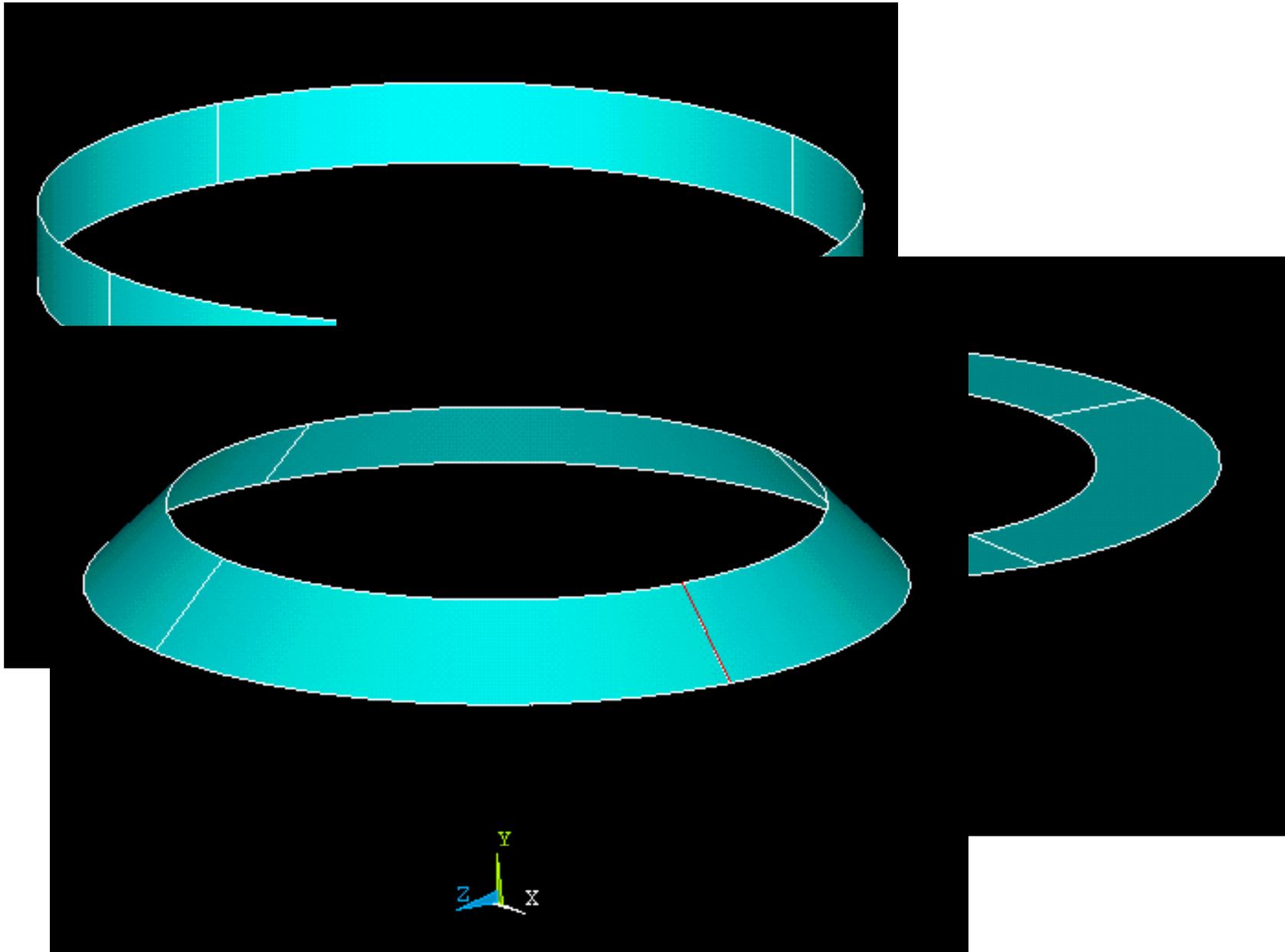


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2



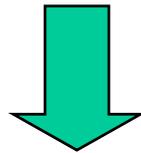


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/2



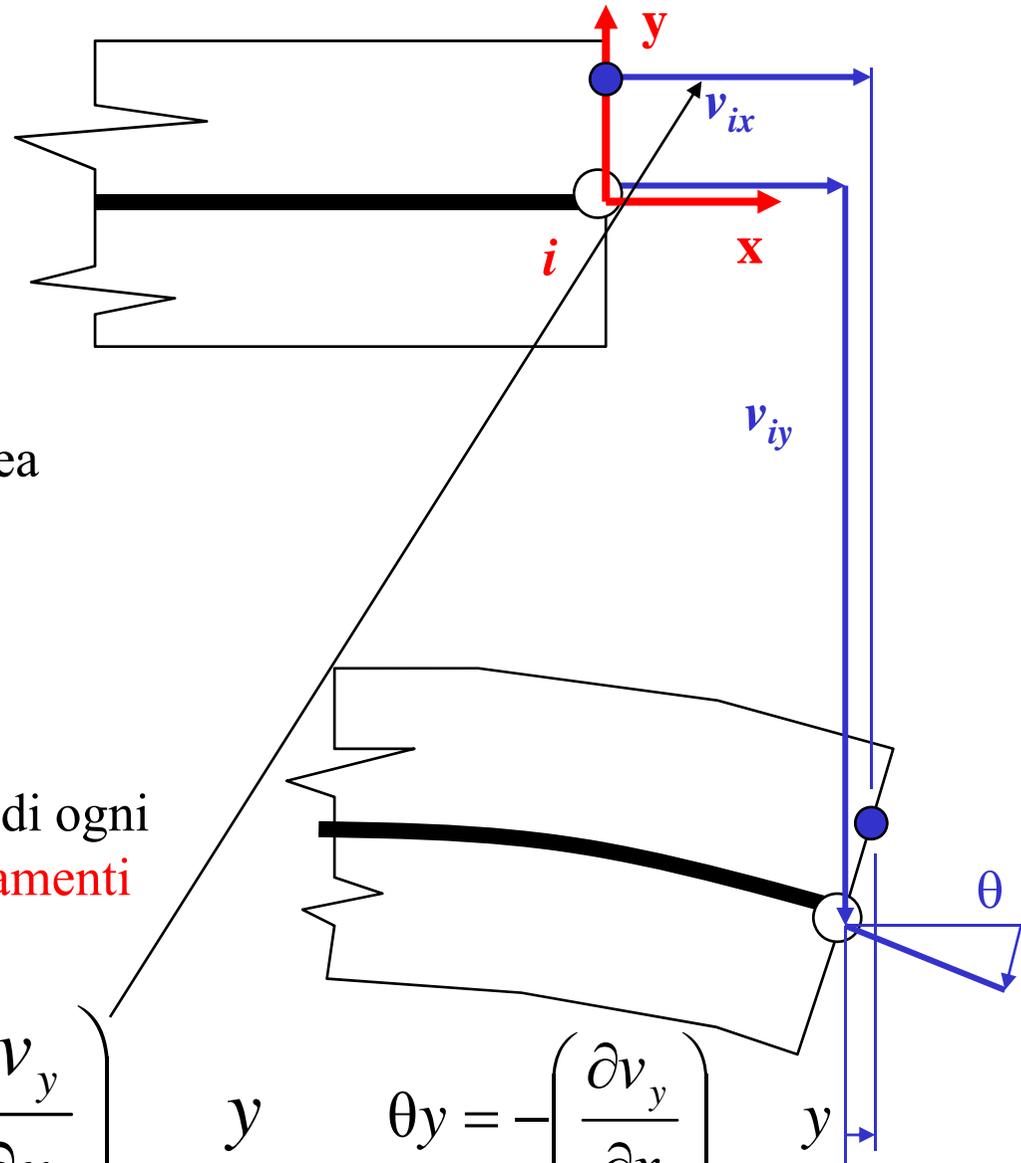
## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/3

La costruzione di  $[K^e]$  si basa sull'ipotesi di Kirchhoff-Love: “una linea retta normale al piano medio tracciata sul corpo prima della deformazione, risulta ancora rettilinea ed ortogonale al piano medio deformato dopo la deformazione”



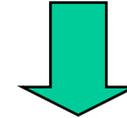
Possibile ricostruire lo **spostamento** di ogni punto dello spessore in base a **spostamenti e rotazioni** del piano medio.

$$v_x(y) = v_{ix} + \theta y = v_{ix} - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y \quad \theta y = - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

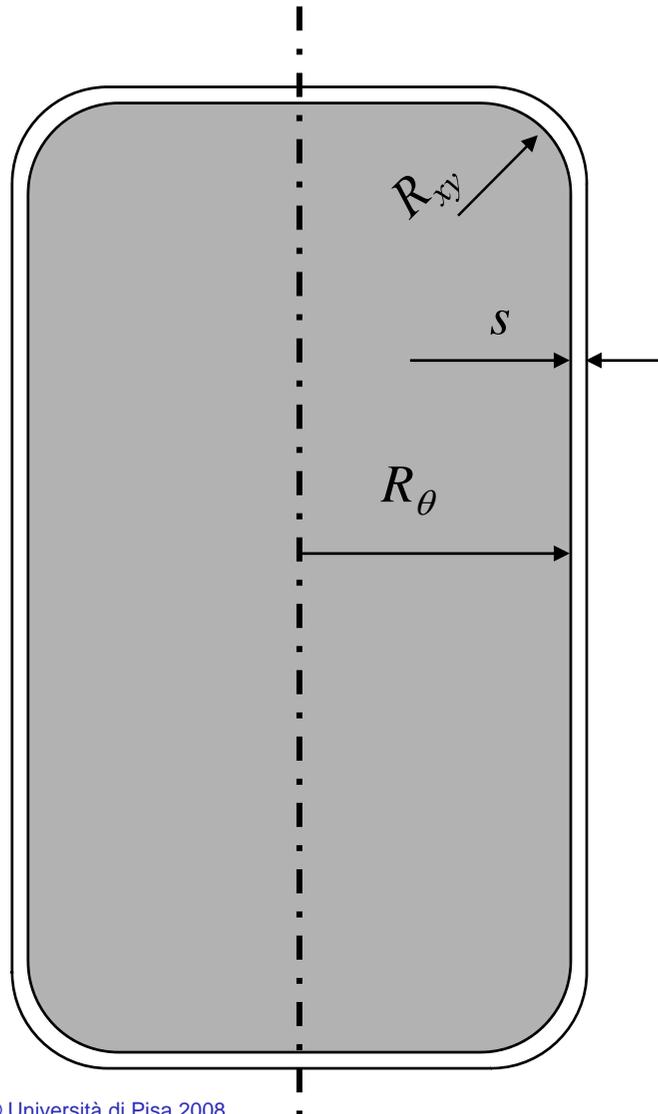


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/4

Limiti di validità ipotesi Kirchhoff-Love:  
spessore  $\ll$  altri parametri geometrici



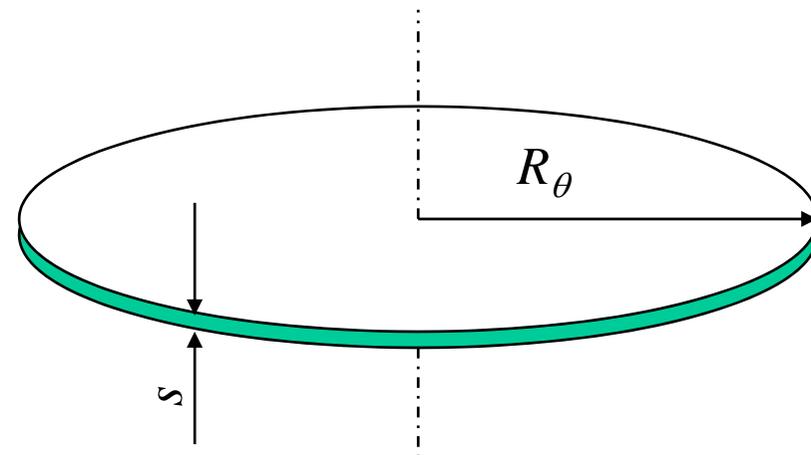
Componenti strutturali che possano essere assimilati a “gusci” o “piastre” sottili di geometria assialsimmetrica



$$s \ll R_\theta, R_{xy}$$

*Mat. isotropi*

$$s < 0.1 R_\theta, R_{xy}$$

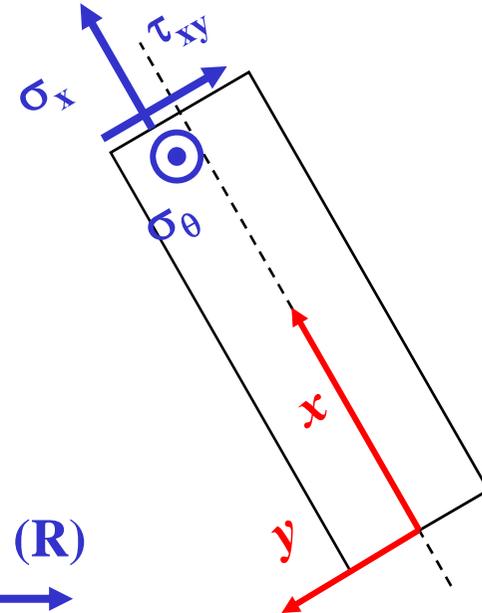
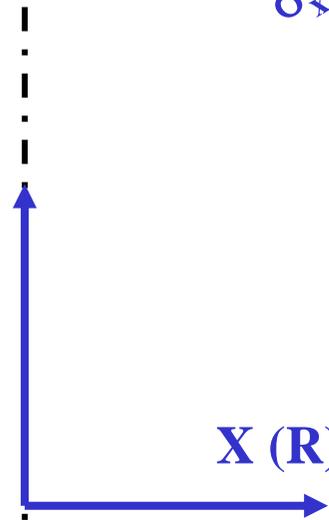


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/5

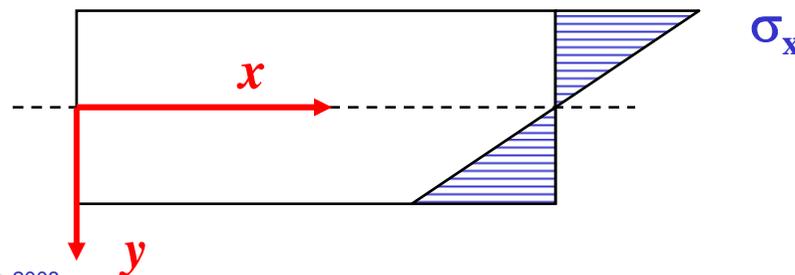
Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi guscio assialsimmetrico:

- le deformazioni dovute al taglio sono trascurate
- le uniche componenti di tensione non nulle sono:

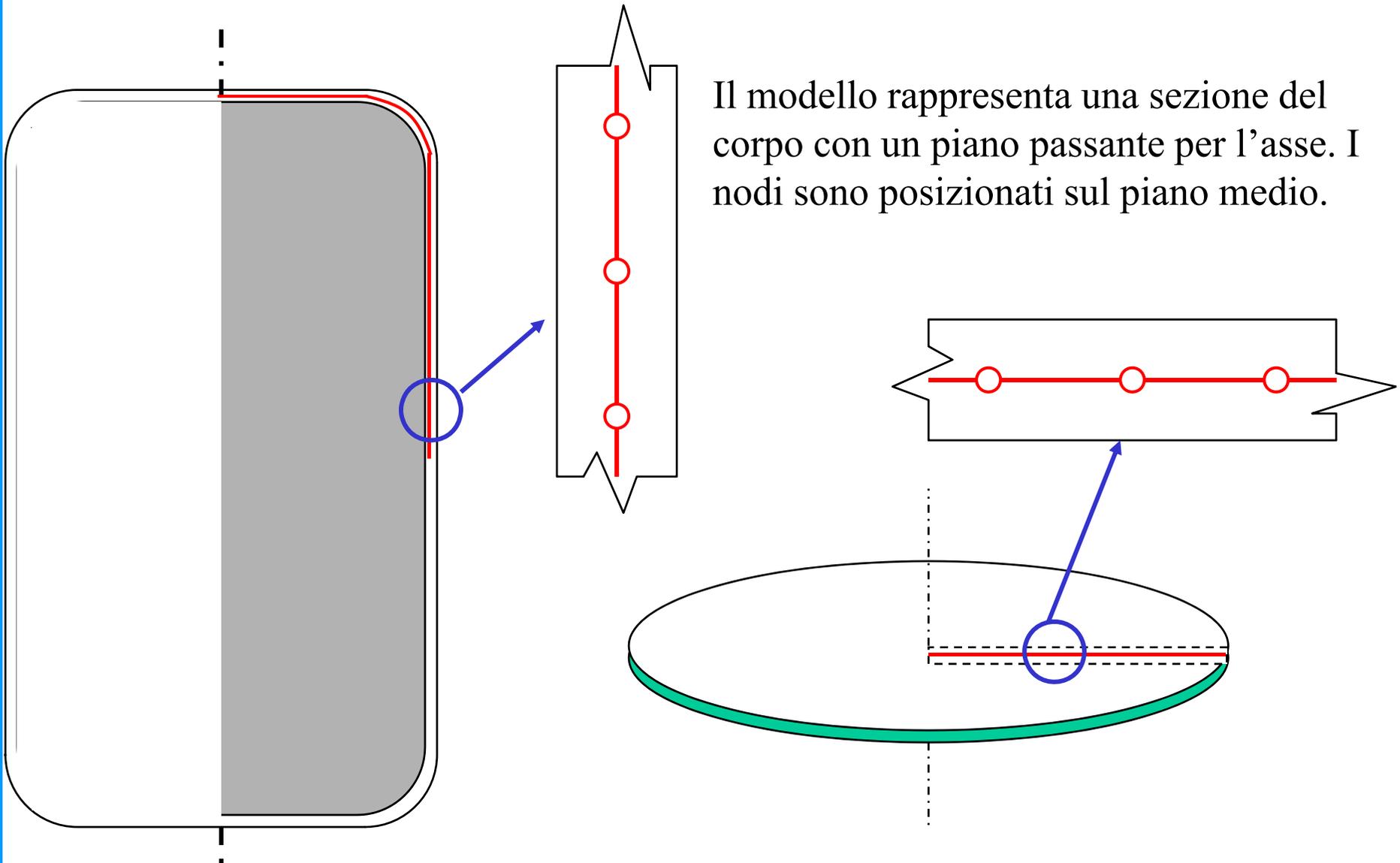
Y (assiale)



- le  $\sigma$  hanno un andamento lineare nello spessore



## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/6



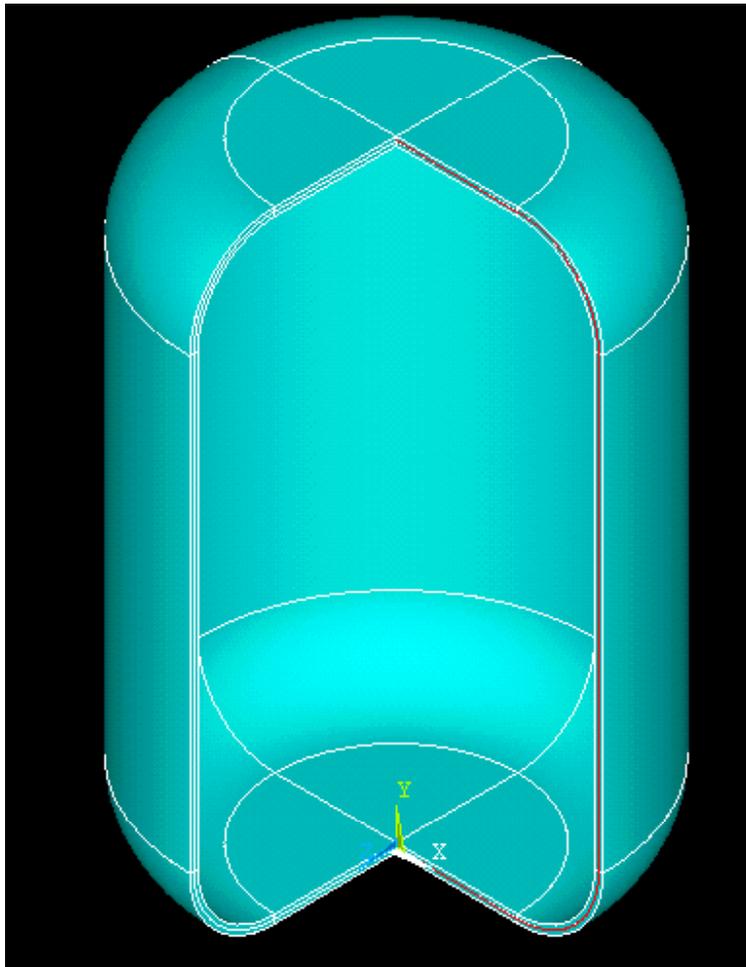
Il modello rappresenta una sezione del corpo con un piano passante per l'asse. I nodi sono posizionati sul piano medio.

## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/7

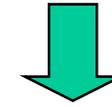
Cilindro di piccolo spessore



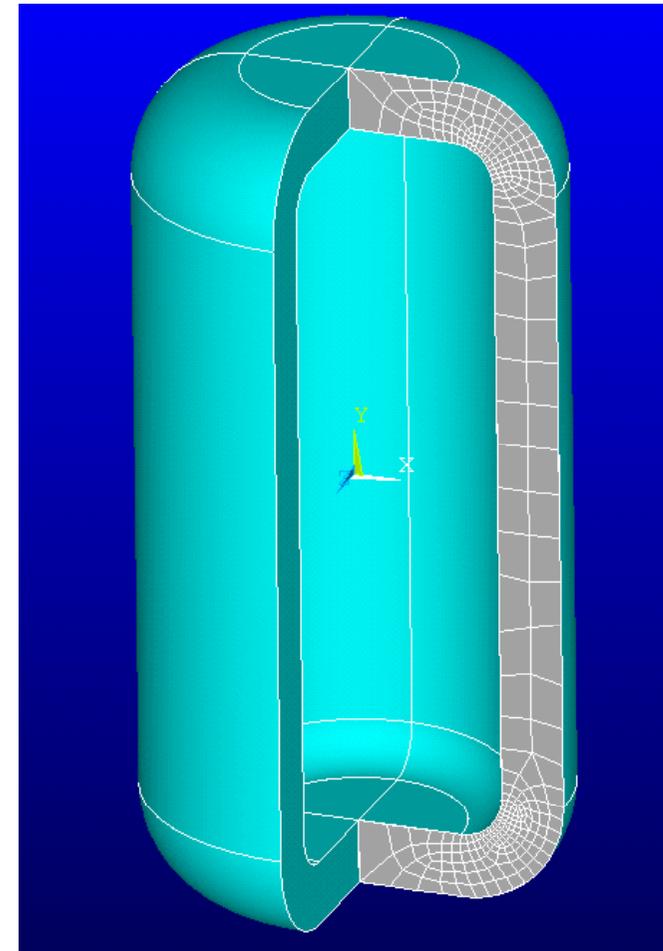
Elementi guscio assialsimmetrico



Cilindro di forte spessore

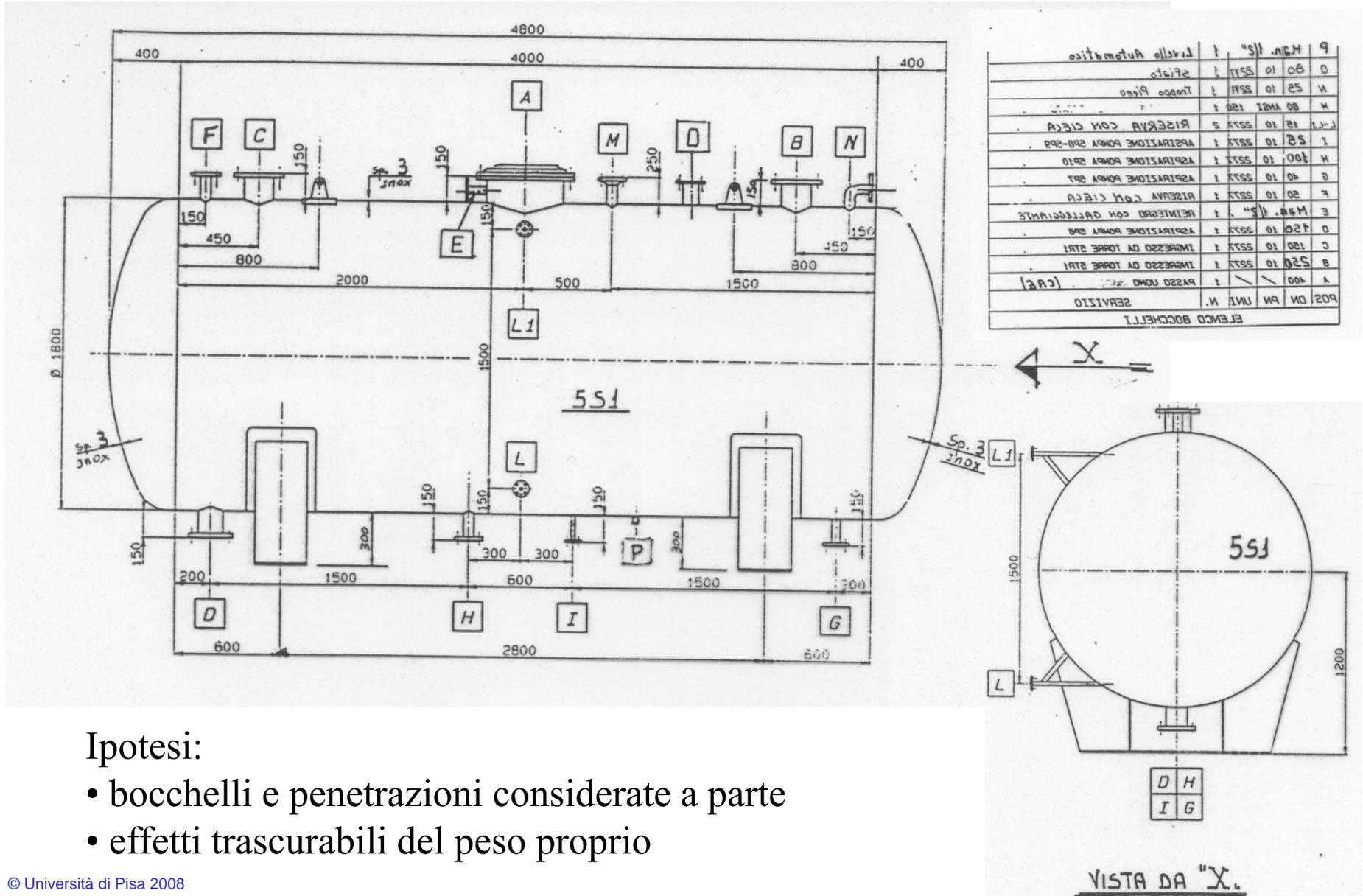


Elementi piani assialsimmetrici



# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/8

Esempio : recipiente in pressione in parete sottile



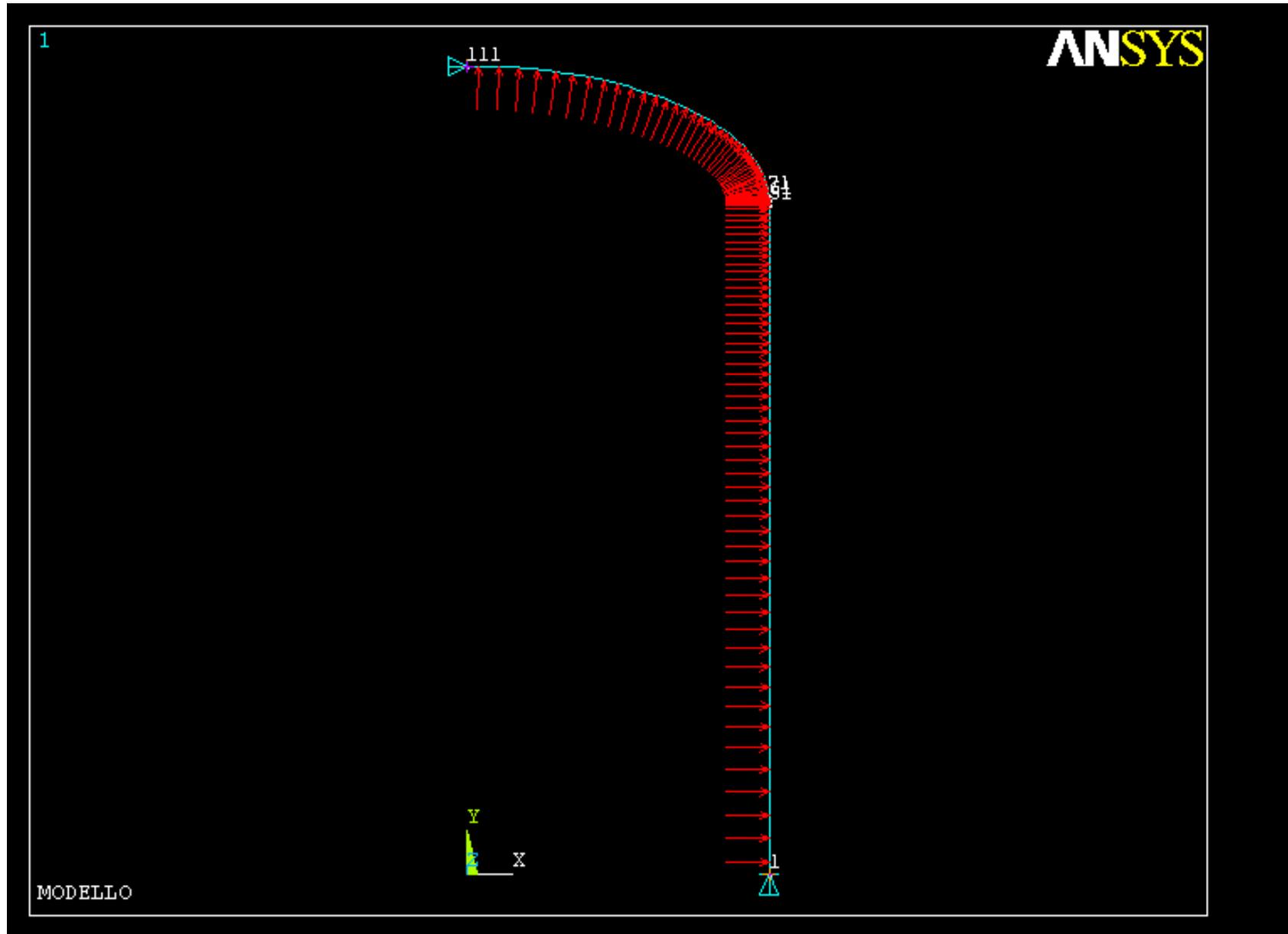
- Ipotesi:
- bocchelli e penetrazioni considerate a parte
  - effetti trascurabili del peso proprio



## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

*File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt*

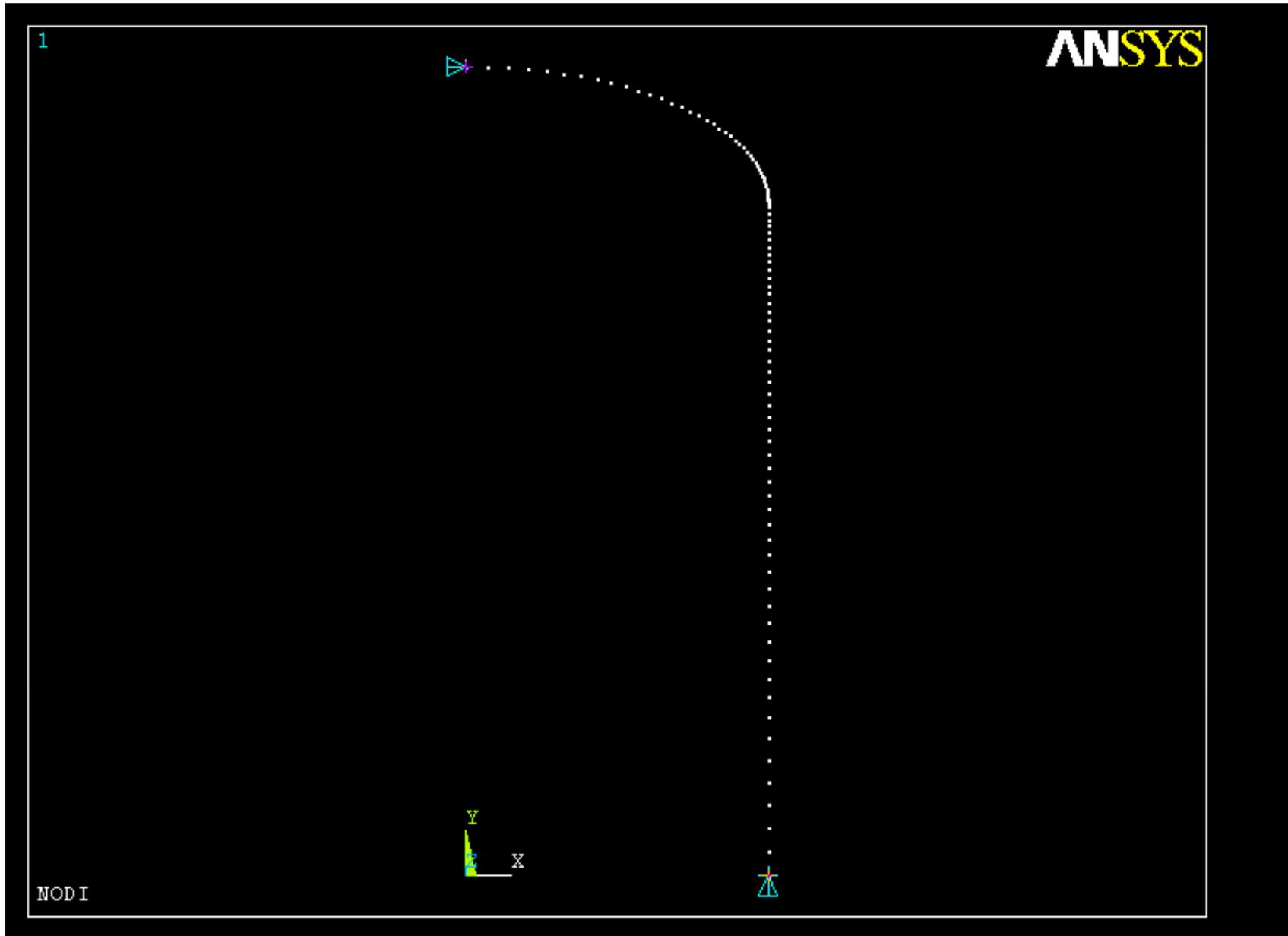




## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

*File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt*

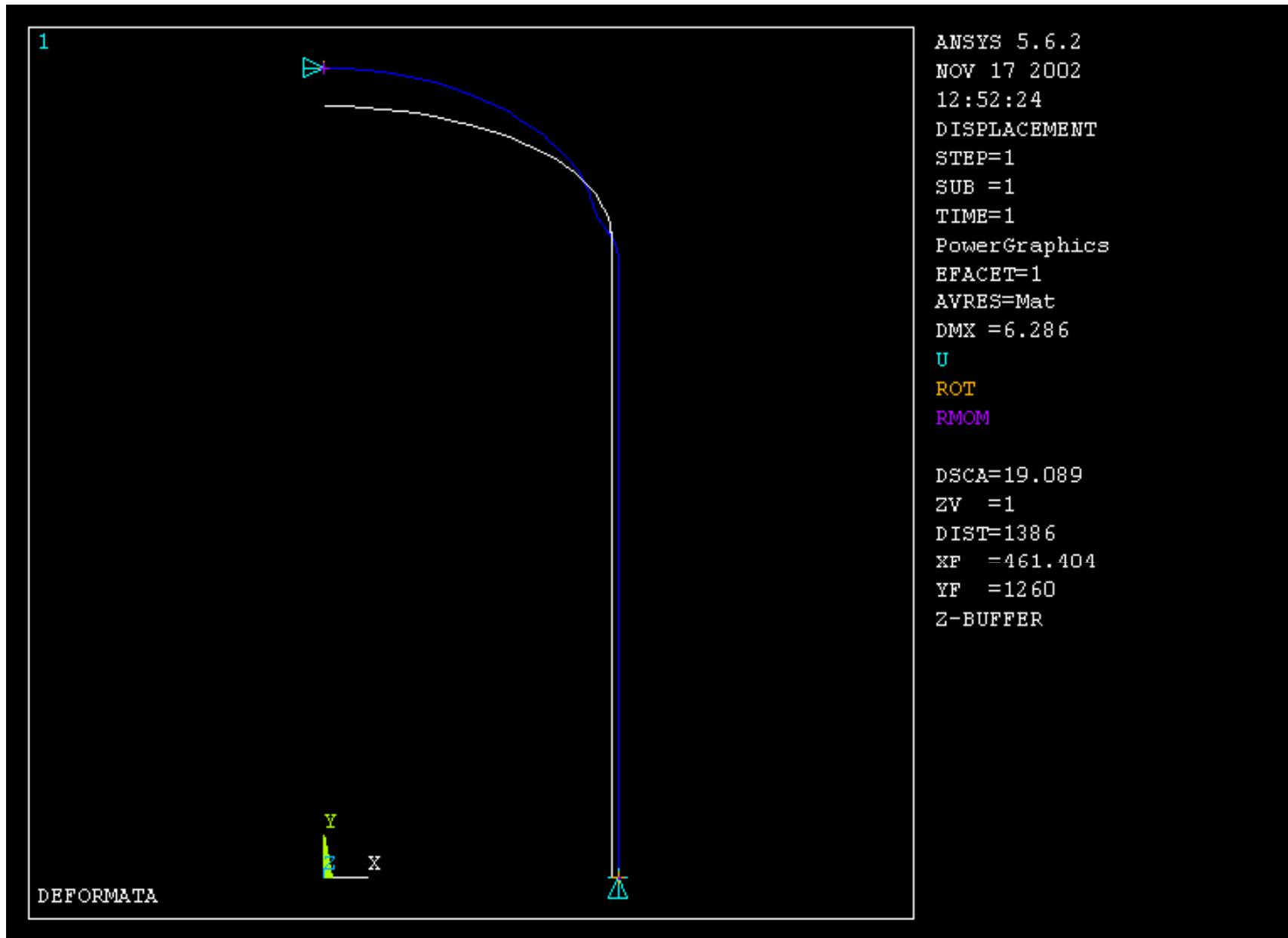




## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

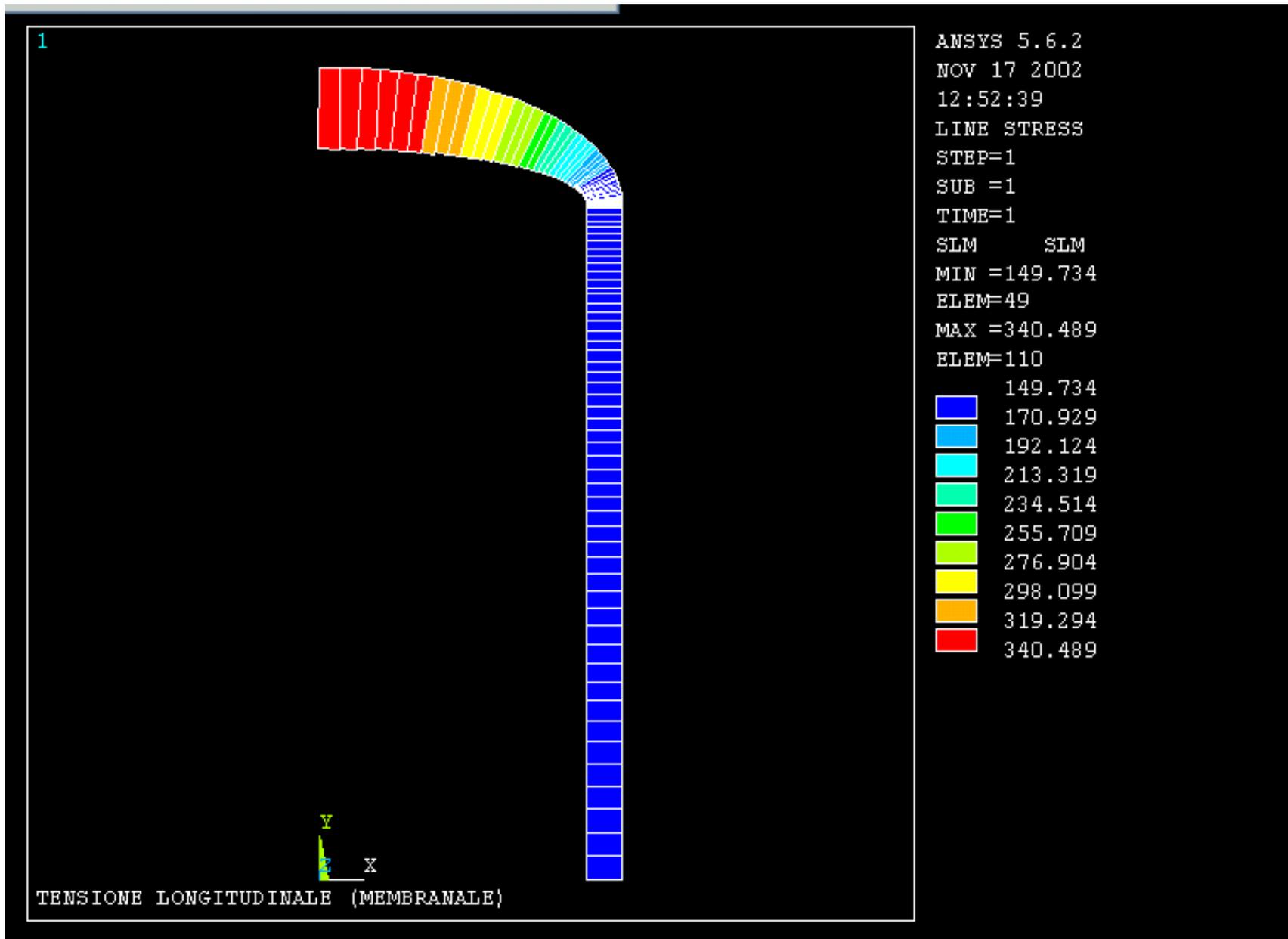
File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt





# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt

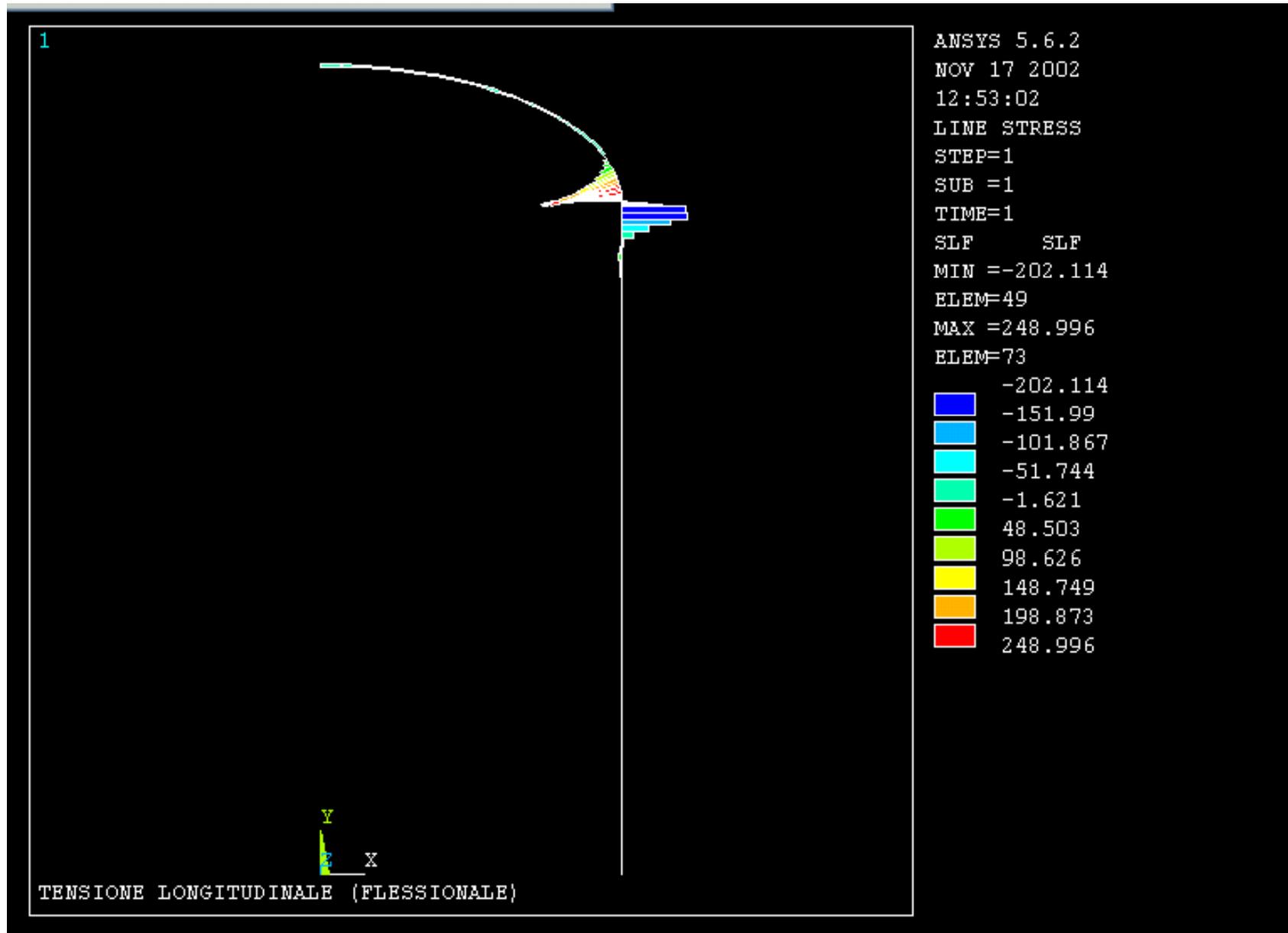




## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt

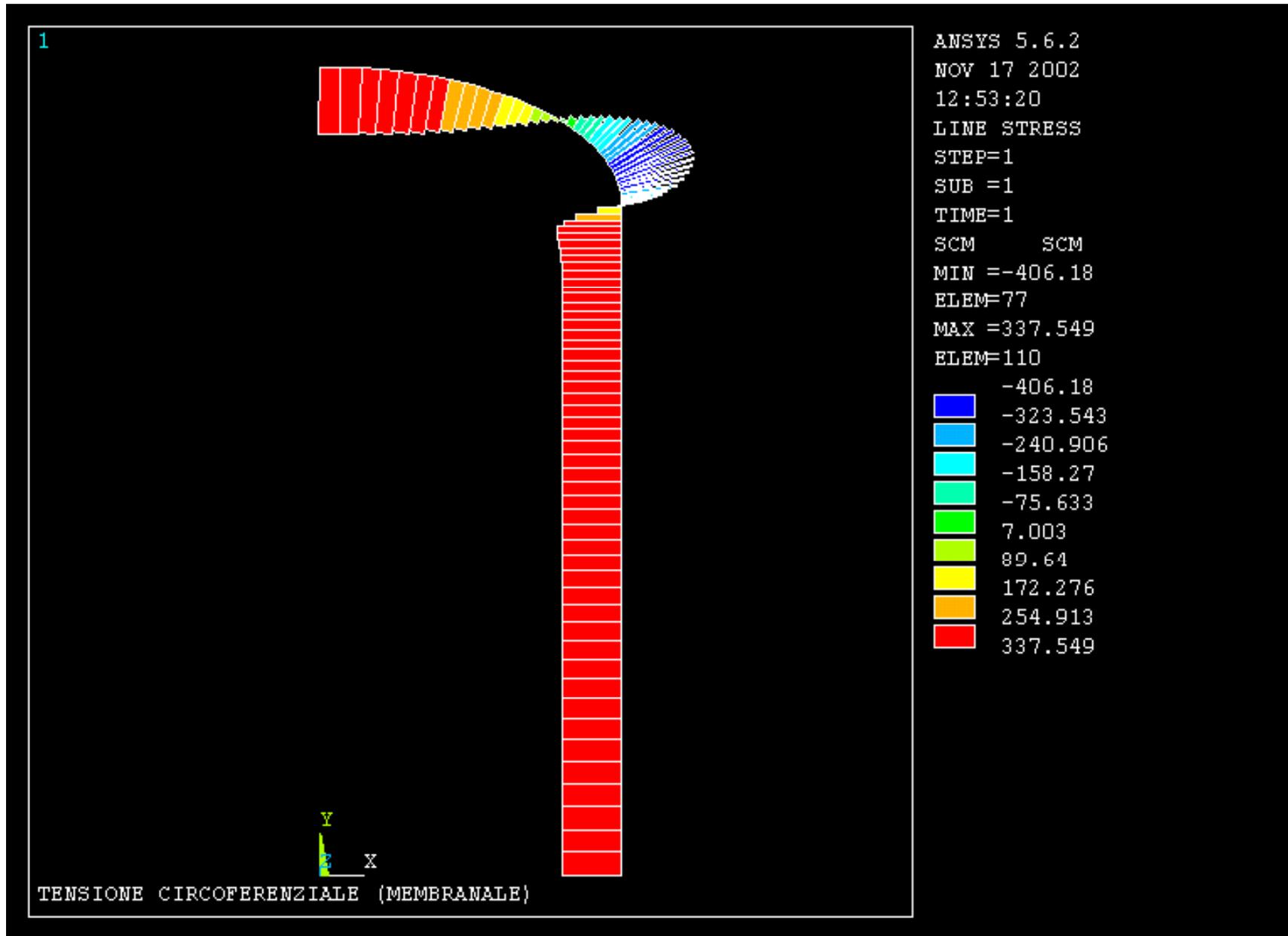




# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt

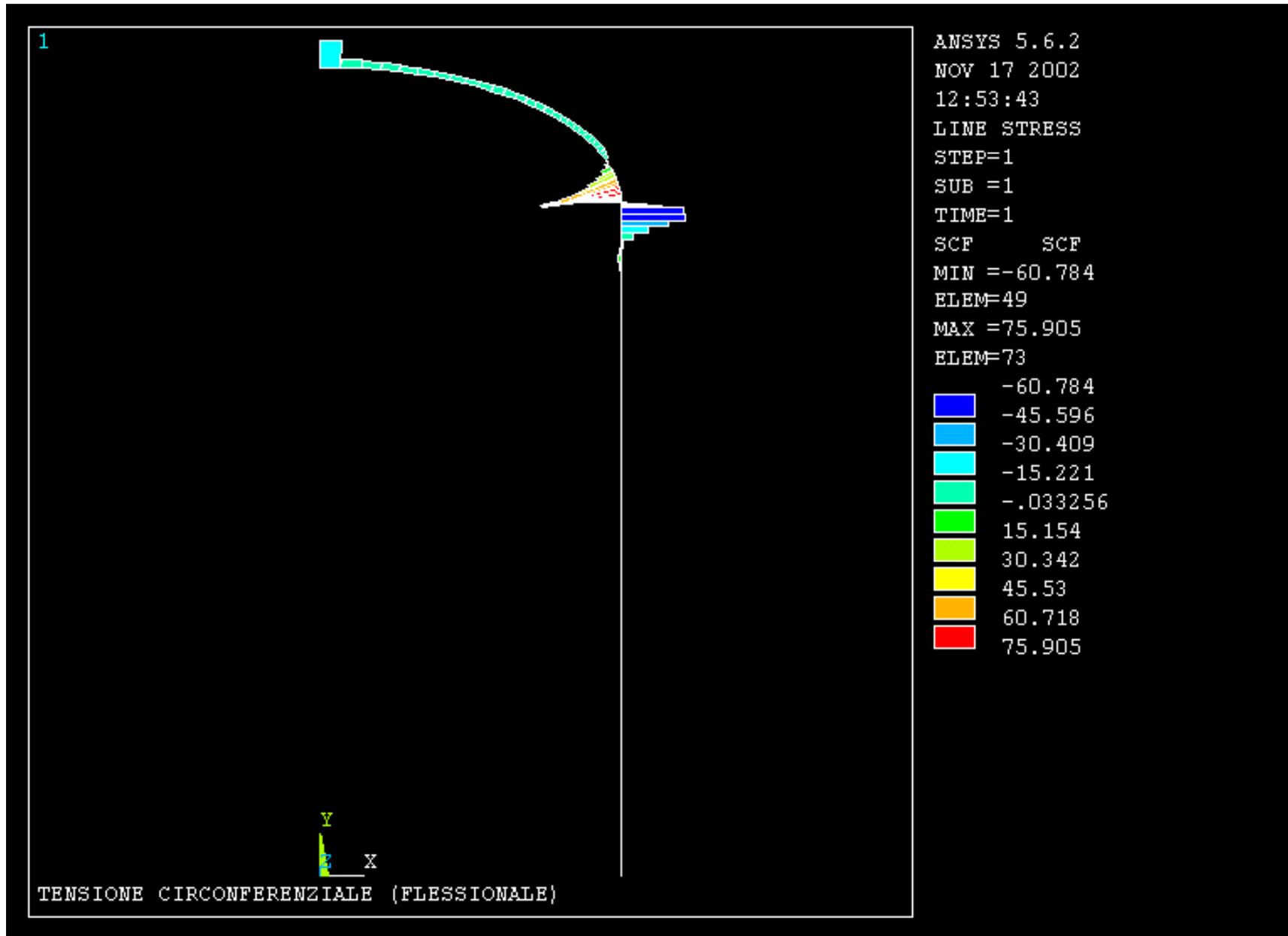




# ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/9

CdL Specialistica/Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: REC\_PRESS\_SOTT.txt



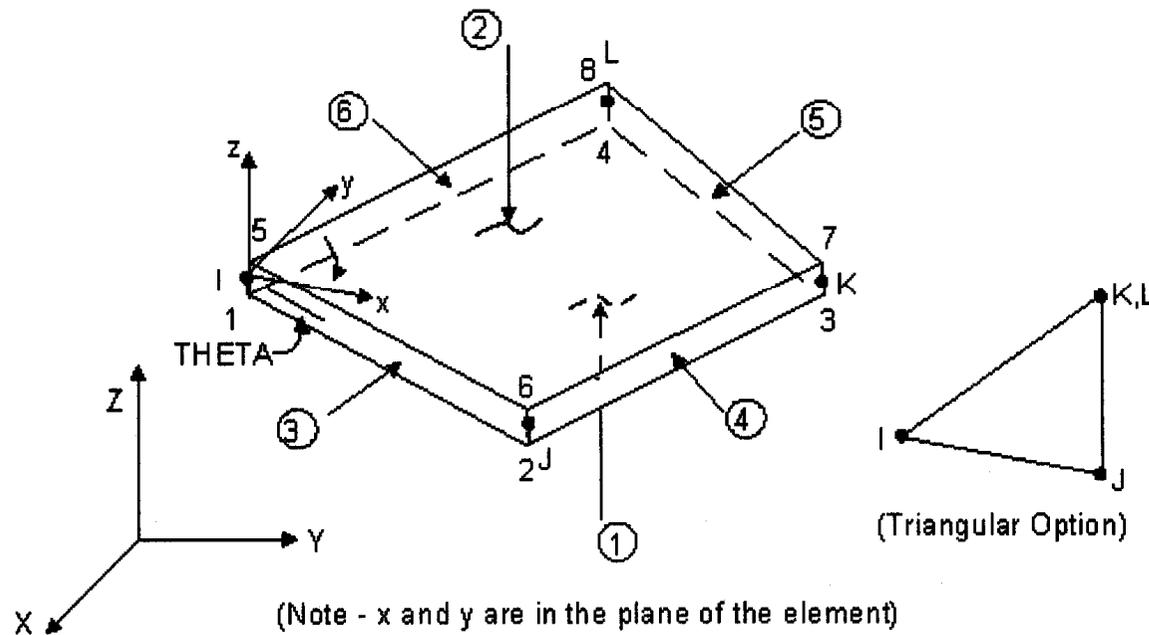


## ELEMENTO GUSCIO ASSIALSIMMETRICO/10

### ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

ETABLE,SLT,LS,1	! estrae il dato "tensione longitudinale" (TOP)
ETABLE,SLM,LS,5	! MID
ETABLE,SLB,LS,9	! BOTTOM
ETABLE,SCT,LS,3	! estrae il dato "tensione circonferenziale" (TOP)
ETABLE,SCM,LS,7	! MID
ETABLE,SCB,LS,11	! BOTTOM
ETABLE,STT,LS,2	! estrae il dato "tensione taglio spessore" (TOP)
ETABLE,STM,LS,6	! MID
ETABLE,STB,LS,10	! BOTTOM
SADD,SLF,SLT,SLM,1,-1	! calcola la tensione flessionale longitudinale
SADD,SCF,SCT,SCM,1,-1	! calcola la tensione flessionale circonferenziale

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/1



*Gusci e piastre aventi geometria qualsiasi.*

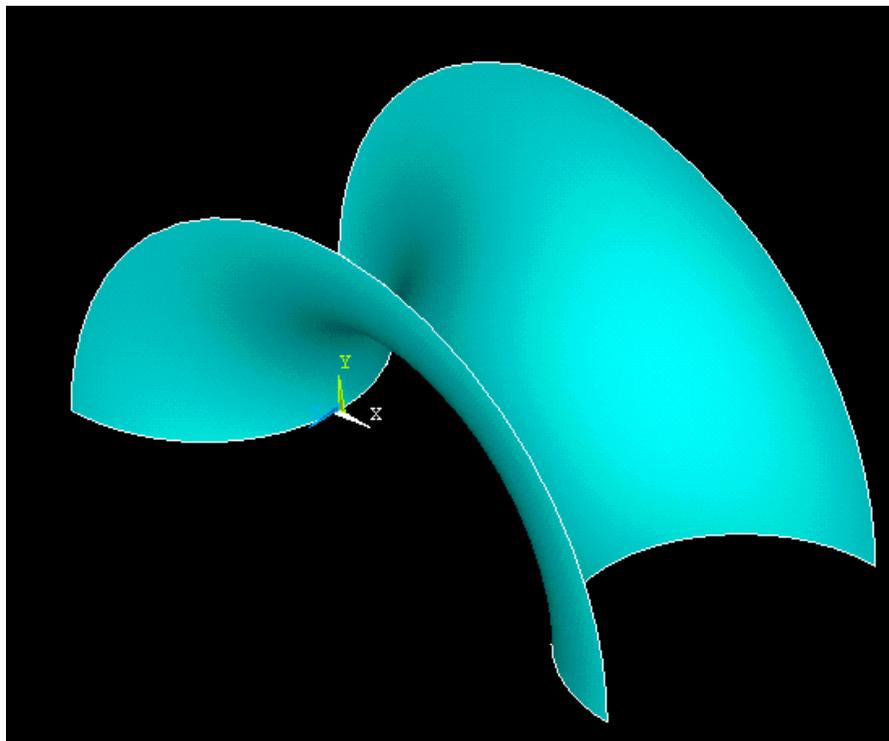
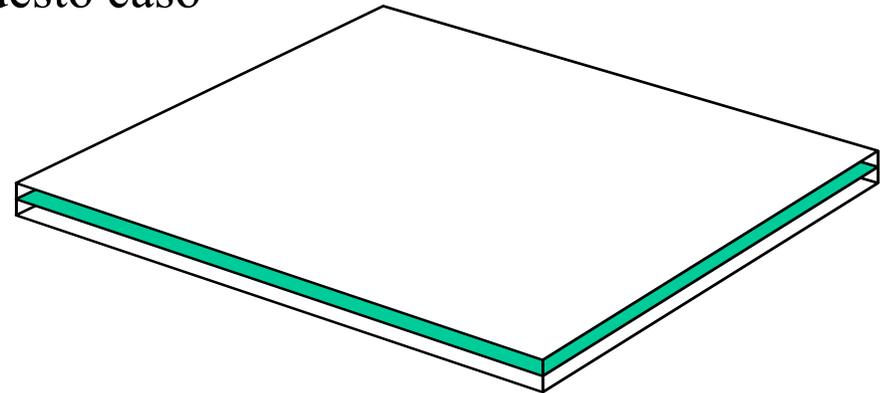
- 4 nodi
- 6 g.d.l /nodo

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/2

La costruzione di  $[K^e]$  si basa anche in questo caso sull'ipotesi di Kirchoff-Love.



Possibile ricostruire lo **spostamento** di ogni punto dello spessore in base a **spostamenti e rotazioni** del piano medio.



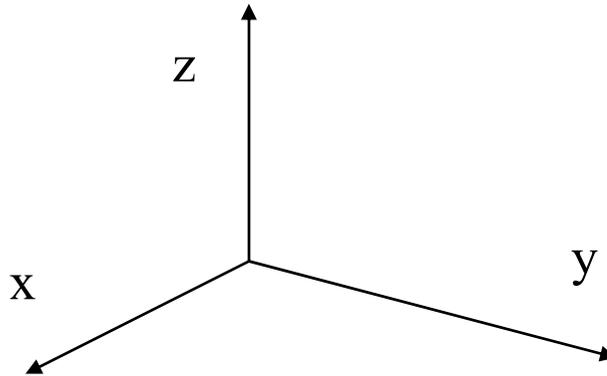
Limiti di validità ipotesi  
Kirchoff-Love:  
spessore  $\ll$  altri par. geometrici  
(dimensioni, raggi curvatura)



Componenti strutturali che  
possano essere assimilati a  
“gusci” o “piastre” sottili



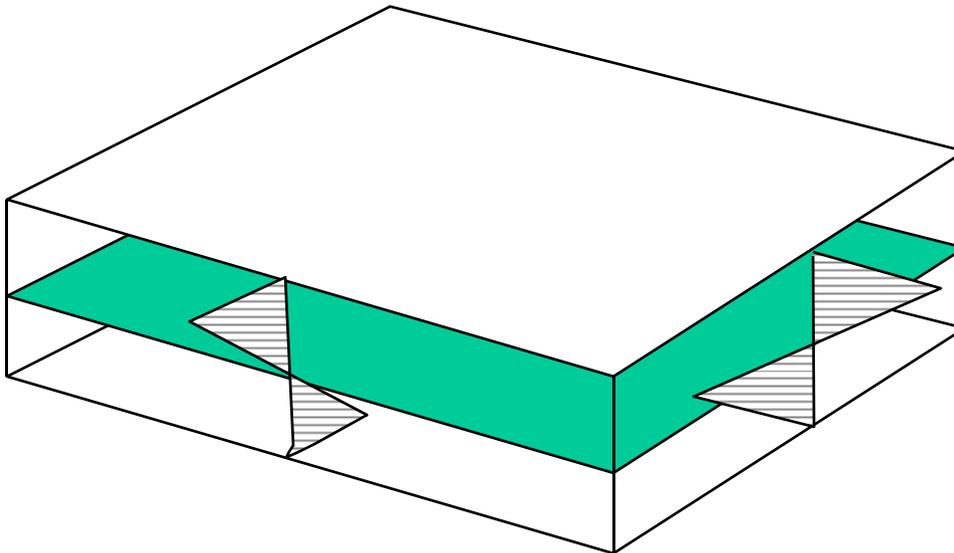
## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/3



Componenti di tensione:

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$$

Andamento lineare nello spessore

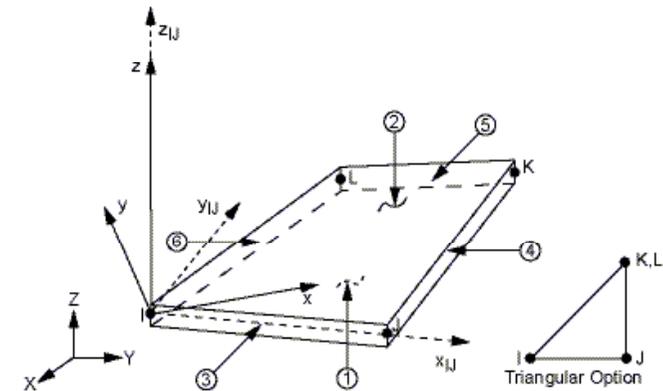


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/4

### PRINCIPALI TIPOLOGIE

Rigidezza membranale  
(g.d.l.:  $u_x, u_y, u_z$ )

Es: Shell41



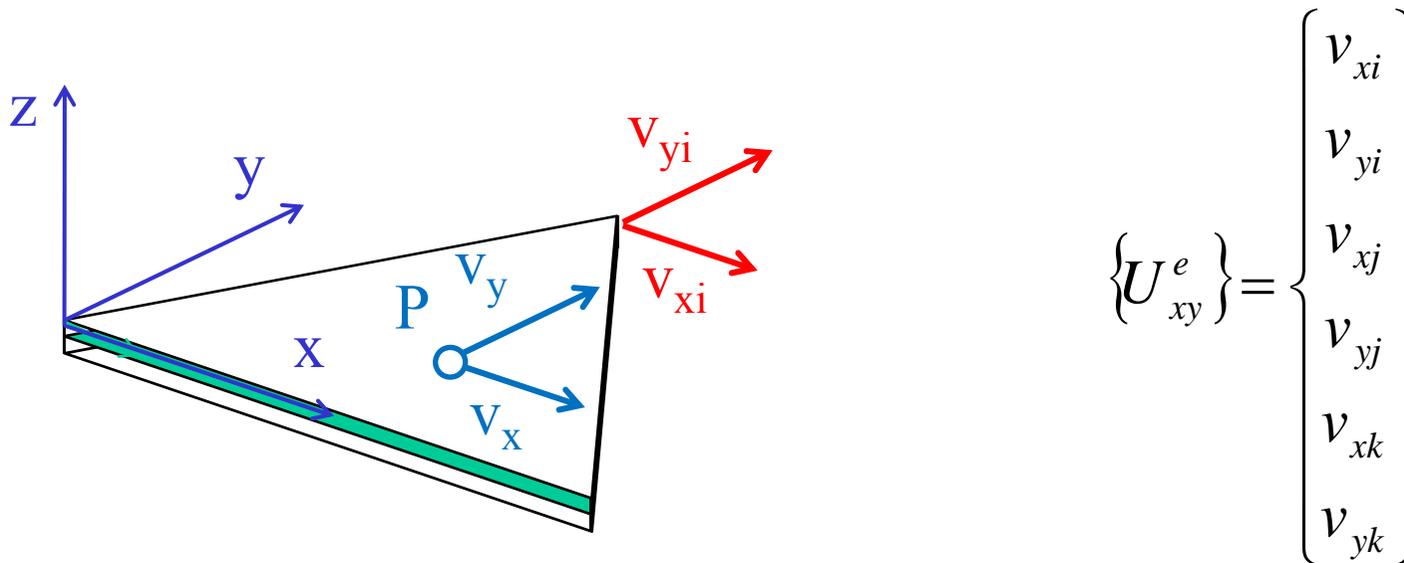
Rigidezza membranale +  
flessionale  
(g.d.l.:  $u_x, u_y, u_z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ )

senza deformazioni di taglio  
(gusci o piastre sottili). Es.: Shell63

con deformazioni di taglio  
(gusci o piastre relativamente spessi).  
Es.: Shell43

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/5

F.ni di forma: g.d.l. agenti nel piano medio (membranali)

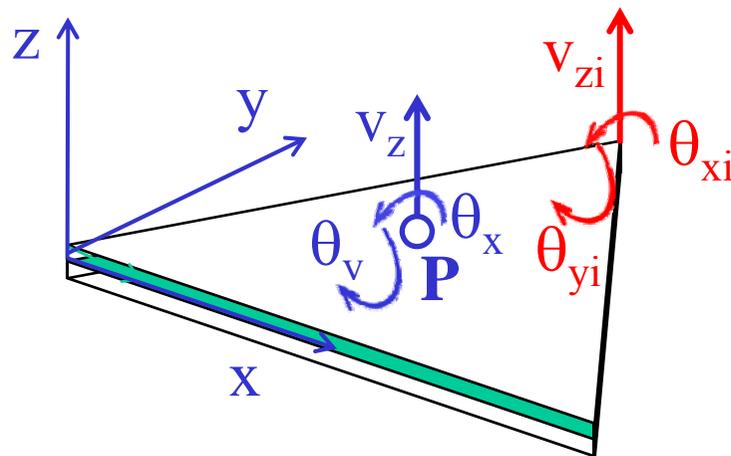


$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = [N_{xy}(x, y)] \{U_{xy}^e\}$$

Stessa formulazione dell'elemento triangolare piano

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/6

F.ni di forma: g.d.l. agenti ortogonalmente al piano medio (flessionali)



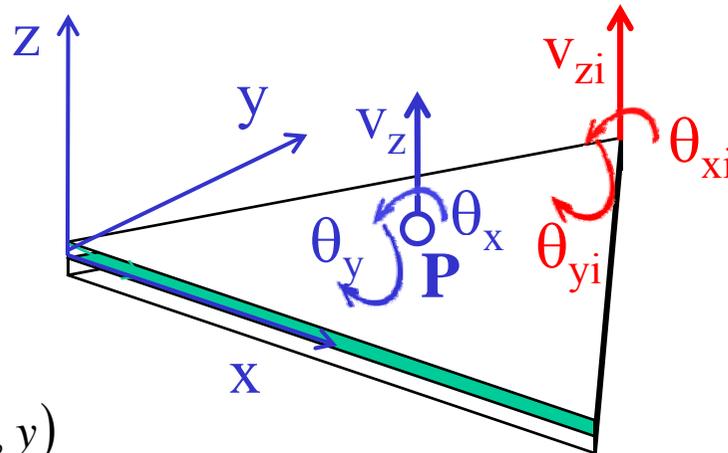
$$\{U_z^e\} = \begin{Bmatrix} v_{zi} \\ \vartheta_{xi} \\ \vartheta_{yi} \\ v_{zj} \\ \vartheta_{xj} \\ \vartheta_{yj} \\ v_{zk} \\ \vartheta_{xk} \\ \vartheta_{yk} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} v_z \\ \vartheta_x \\ \vartheta_y \end{Bmatrix} = [N_z(x, y)] \{U_z^e\}$$

Procedura simile a quella impiegata per l'elemento trave

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/7

F.ni di forma: g.d.l. agenti ortogonalmente al piano medio (flessionali)



$$v_z = v_z(x, y)$$

$$g_x = \frac{\partial v_z(x, y)}{\partial y}$$

$$g_y = \frac{\partial v_z(x, y)}{\partial x}$$

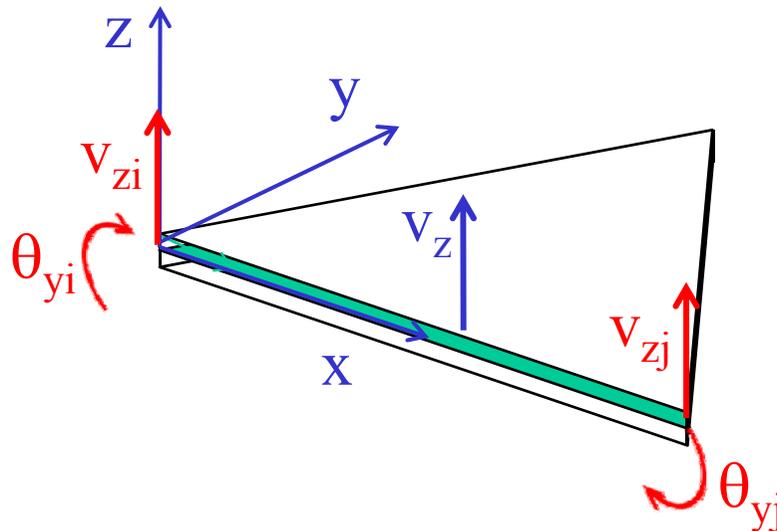
9 condizioni sulla funzione  $v_z(x, y)$

$$\{U_z^e\} = \begin{Bmatrix} v_{zi} \\ g_{xi} \\ g_{yi} \\ v_{zj} \\ g_{xj} \\ g_{yj} \\ v_{zk} \\ g_{xk} \\ g_{yk} \end{Bmatrix}$$

$$v_z = A + Bx + Cy + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx^3 + Hy^3 + I(x^2y + xy^2)$$

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/8

F.ni di forma: g.d.l. agenti ortogonalmente al piano medio (flessionali)



$$v_z = A + Bx + Cy + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx^3 + Hy^3 + I(x^2y + xy^2)$$

$$(v_z)_{y=0} = A + Bx + Dx^2 + Gx^3$$

L'andamento sul lato (es.  $y=0$ ) dipende da 4 parametri.

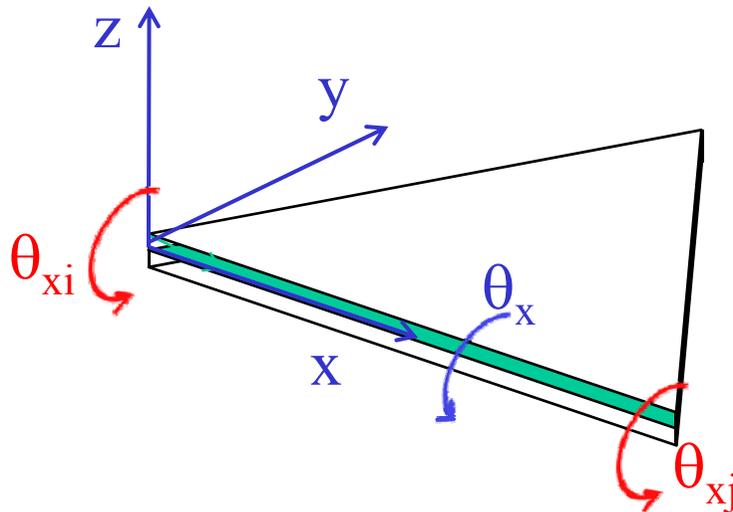
4 condizioni sul lato "i-j"

$v_z$  univocamente determinato in base a spostamenti e rotazioni dei soli nodi "i" e "j"

Continuità  $C_0$  garantita

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/9

F.ni di forma: g.d.l. agenti ortogonalmente al piano medio (flessionali)



$$g_x = C + 2Ey + Fx + 3Hy^2 + Ix^2 + 2Ixy$$

$$(g_x)_{y=0} = C + Fx + Ix^2$$

$$\{\sigma\} \propto \left\{ \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 v_z}{\partial x \partial y} \right\}$$



Richiesta continuità  $C_1$  per  $v_z$

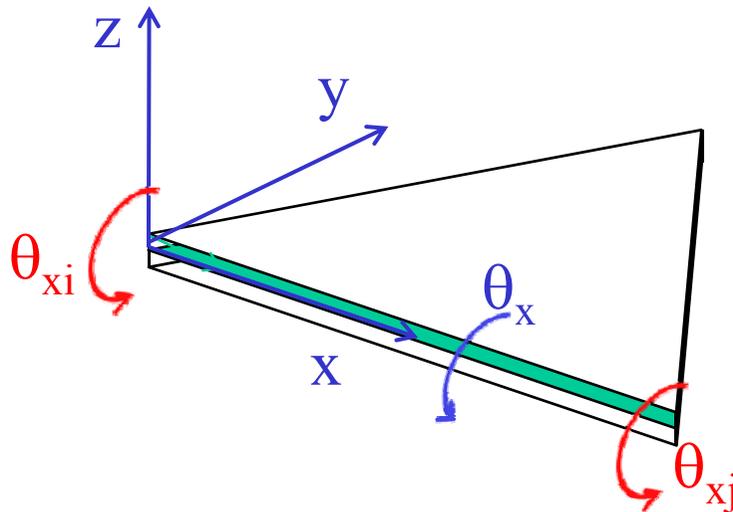
L'andamento dipende da 3 parametri, ma si dispone di 2 sole condizioni sul lato "i-j"



Continuità  $C_1$  non garantita per  $v_z$   
(elemento "non conforme")

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/10

F.ni di forma: g.d.l. agenti ortogonalmente al piano medio (flessionali)



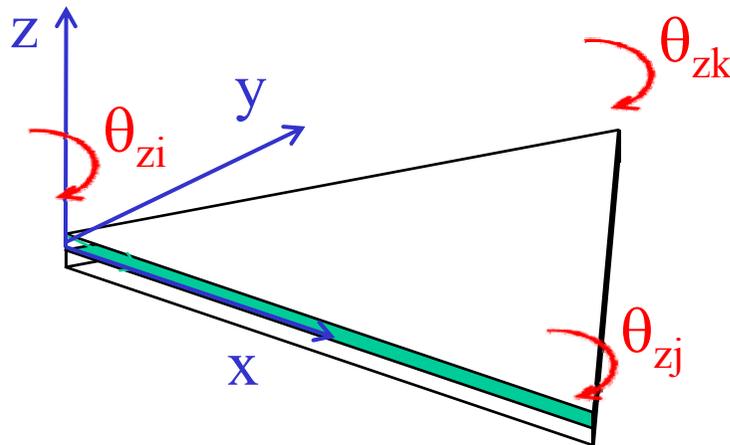
La continuità  $C_1$  per  $v_z$  risulta garantita “al limite” (quando le dimensioni dell’elemento tendono a zero)

$$(g_x)_{y=0} = C + Fx + Ix^2 \quad \rightarrow \approx C + Fx$$

Se l’elemento è molto piccolo, la variazione di  $\theta_x$  risulta ben rappresentata dal solo termine lineare, per cui le due condizioni disponibili divengono sufficienti per una determinazione univoca

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/11

F.ni di forma: g.d.l. torsionale (“drilling”)



Le funzioni di forma sinora trattate non prevedono una rigidità per momenti agenti attorno all’asse “z”. Questo può produrre singolarità nella matrice di rigidità della struttura, in quanto, se tutti gli elementi connessi al nodo sono tra loro complanari, la rigidità per il g.d.l. “rotazione attorno a z” è nulla.

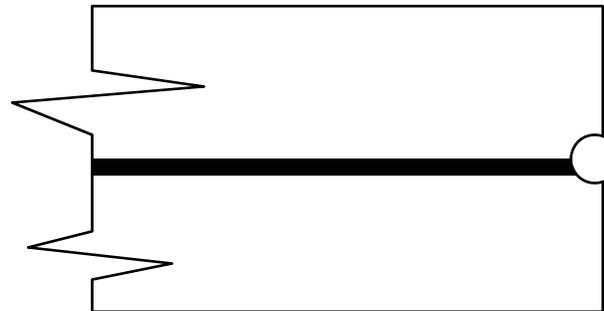
Per evitare questo problema viene usualmente introdotta una “piccola” rigidità arbitraria, tipo molla.

## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/12

### Elementi “shell” con valutazione approssimata della “shear deflection”

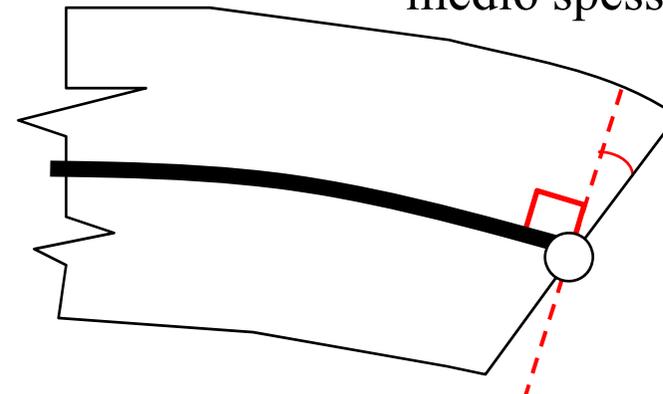
Si tratta di elementi nei quali viene parzialmente rilasciata l’ipotesi di Kirchhoff-Love, allo scopo di tener conto in maniera approssimata della deformabilità a taglio.

Ipotesi di Kirchhoff  
(Gusci sottili)



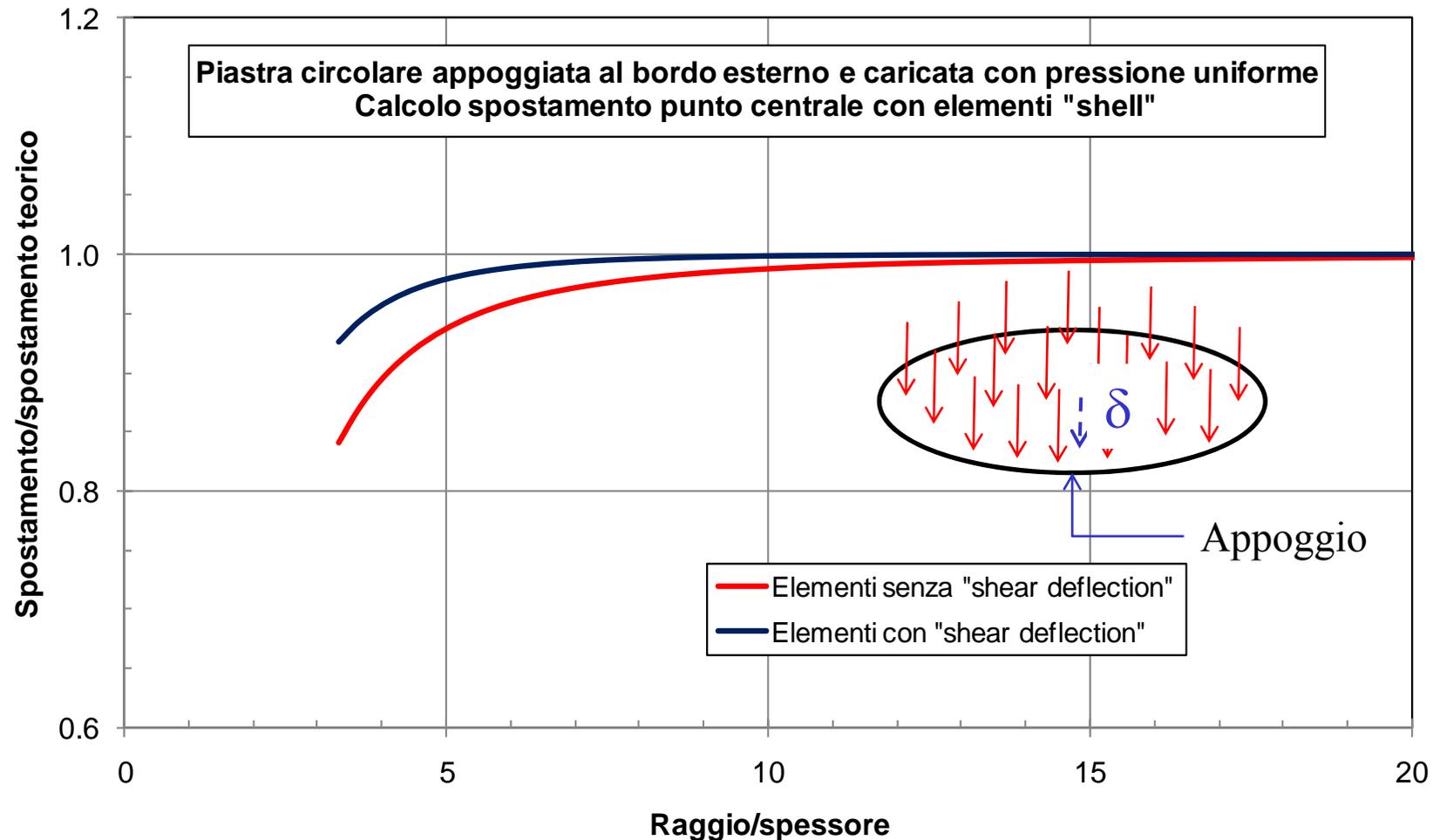
Struttura non  
deformata

“Shear flexible”  
elements (Gusci  
medio spessore)



## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/13

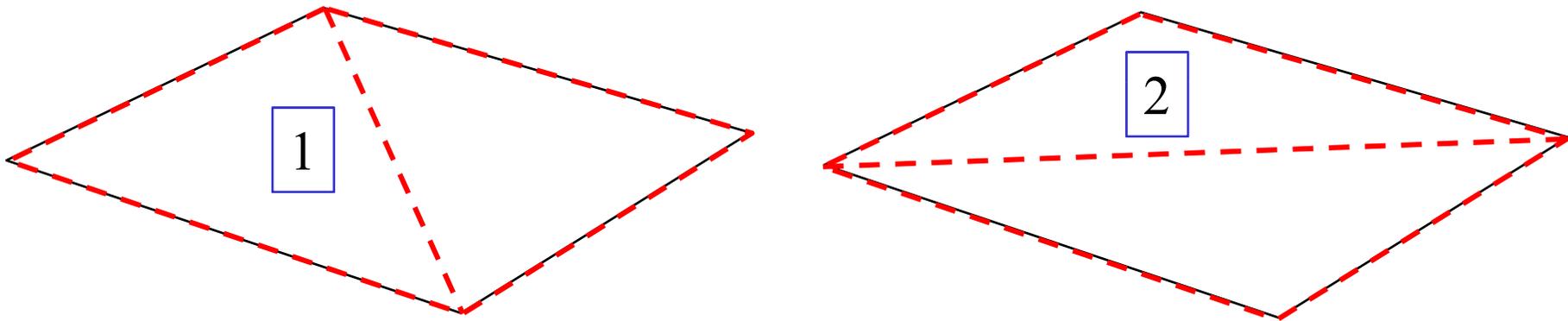
Elementi “shell” con valutazione approssimata della “shear deflection” (Materiale metallico isotropo)



## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/14

### Matrice rigidezza elemento quadrilatero (g.d.l. flessionali)

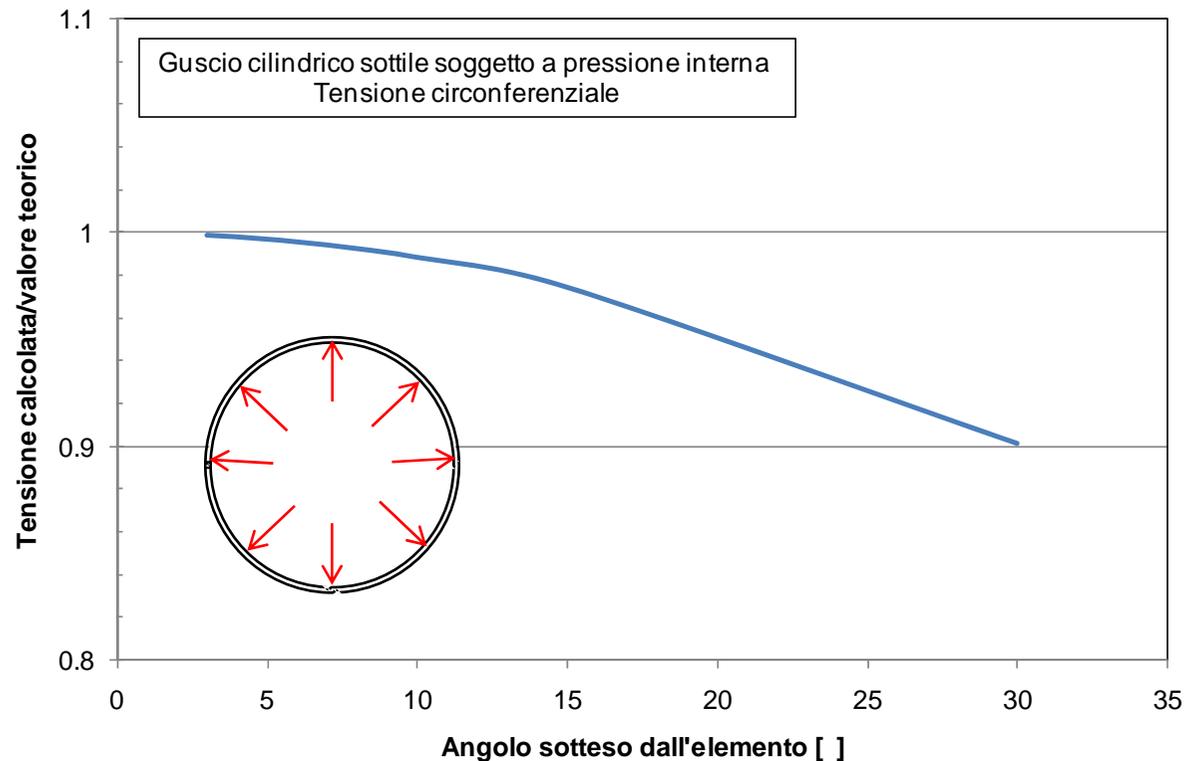
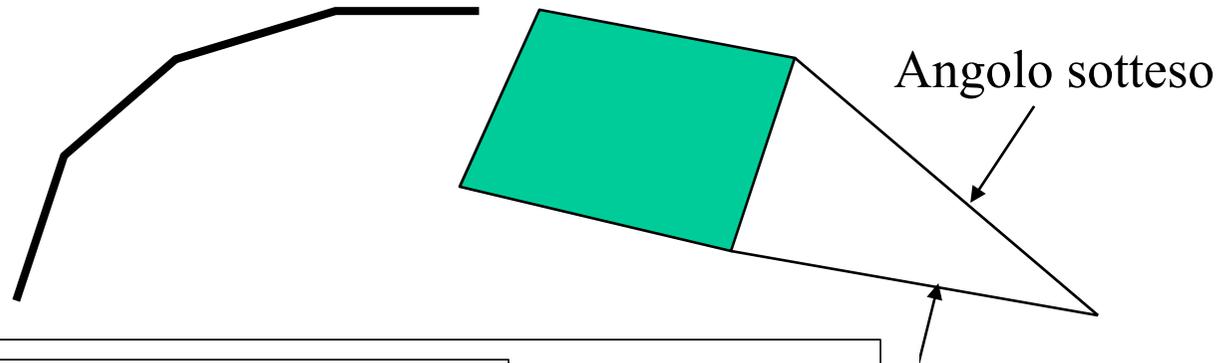
La matrice di rigidezza per l'elemento piastra/guscio quadrilatero è generalmente ottenuta come “media” di quella ottenibile dalle due coppie di triangoli che è possibile individuare



$$k_{ij}^e = \frac{k_{ij}^{e,1} + k_{ij}^{e,2}}{2}$$

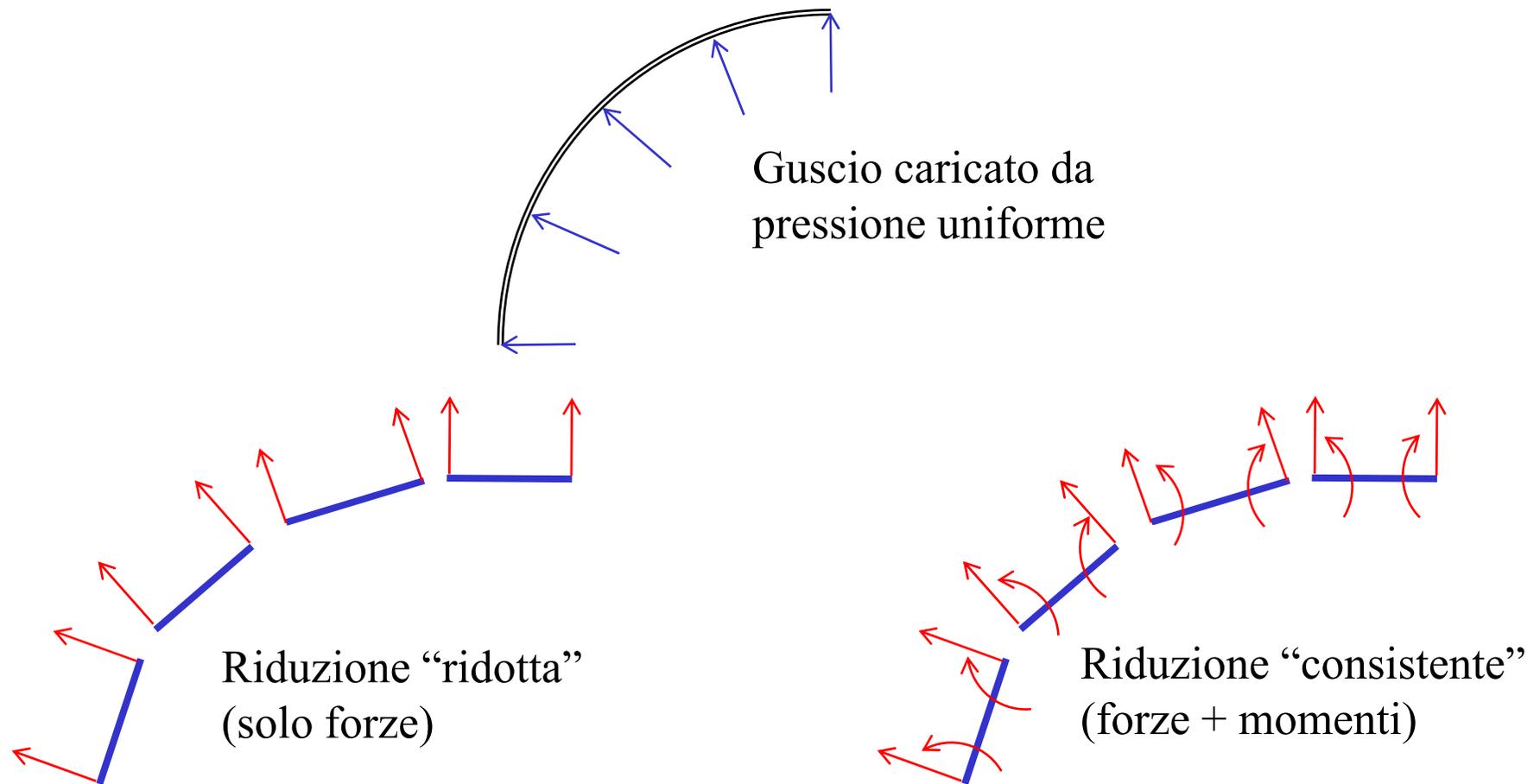
## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/15

Rappresentazione di un guscio curvo con elementi piani



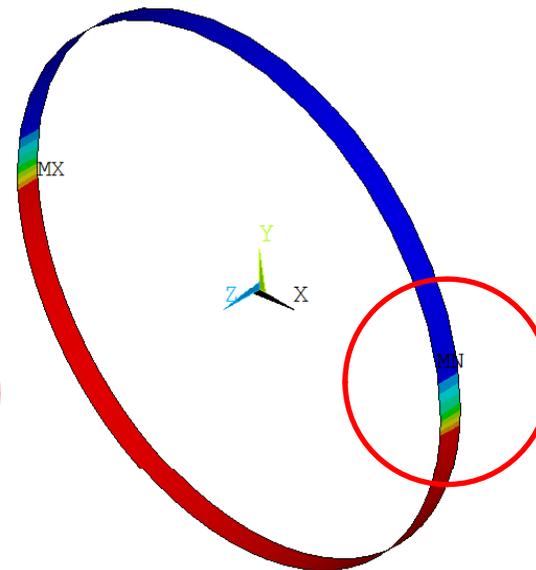
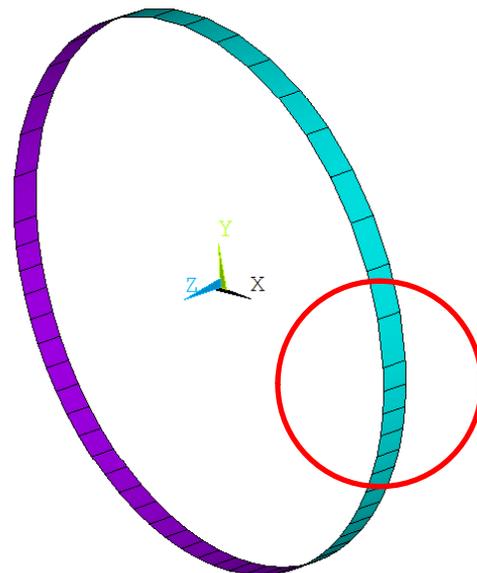
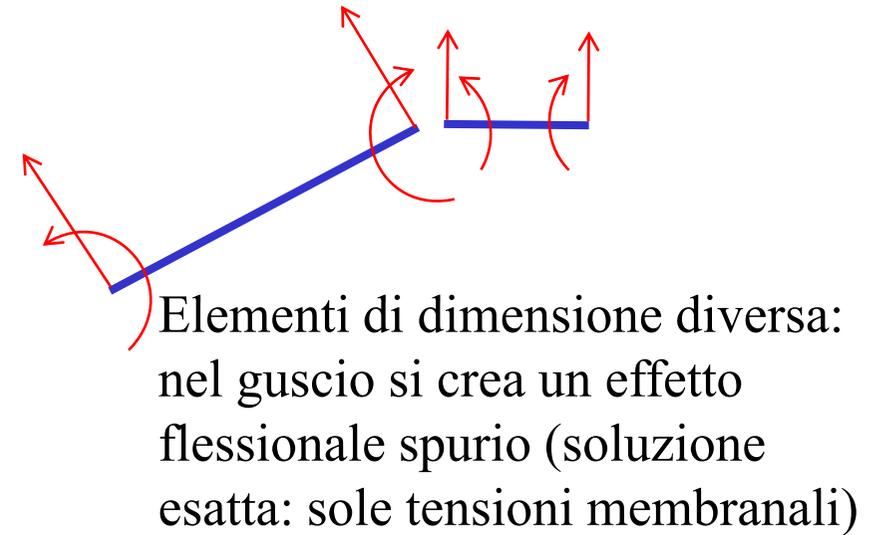
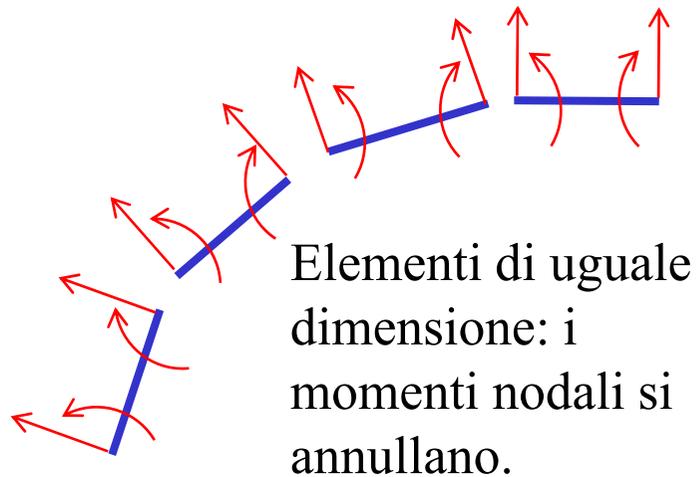
## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/16

### Riduzione dei carichi ai nodi

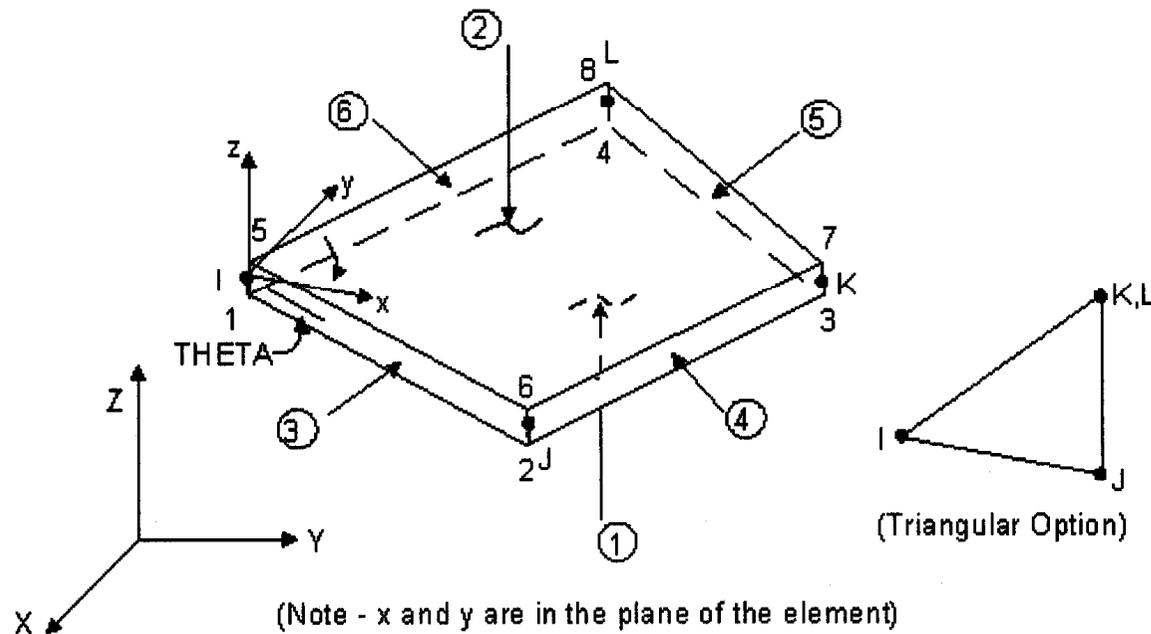


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/17

### Riduzione dei carichi ai nodi



## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/18



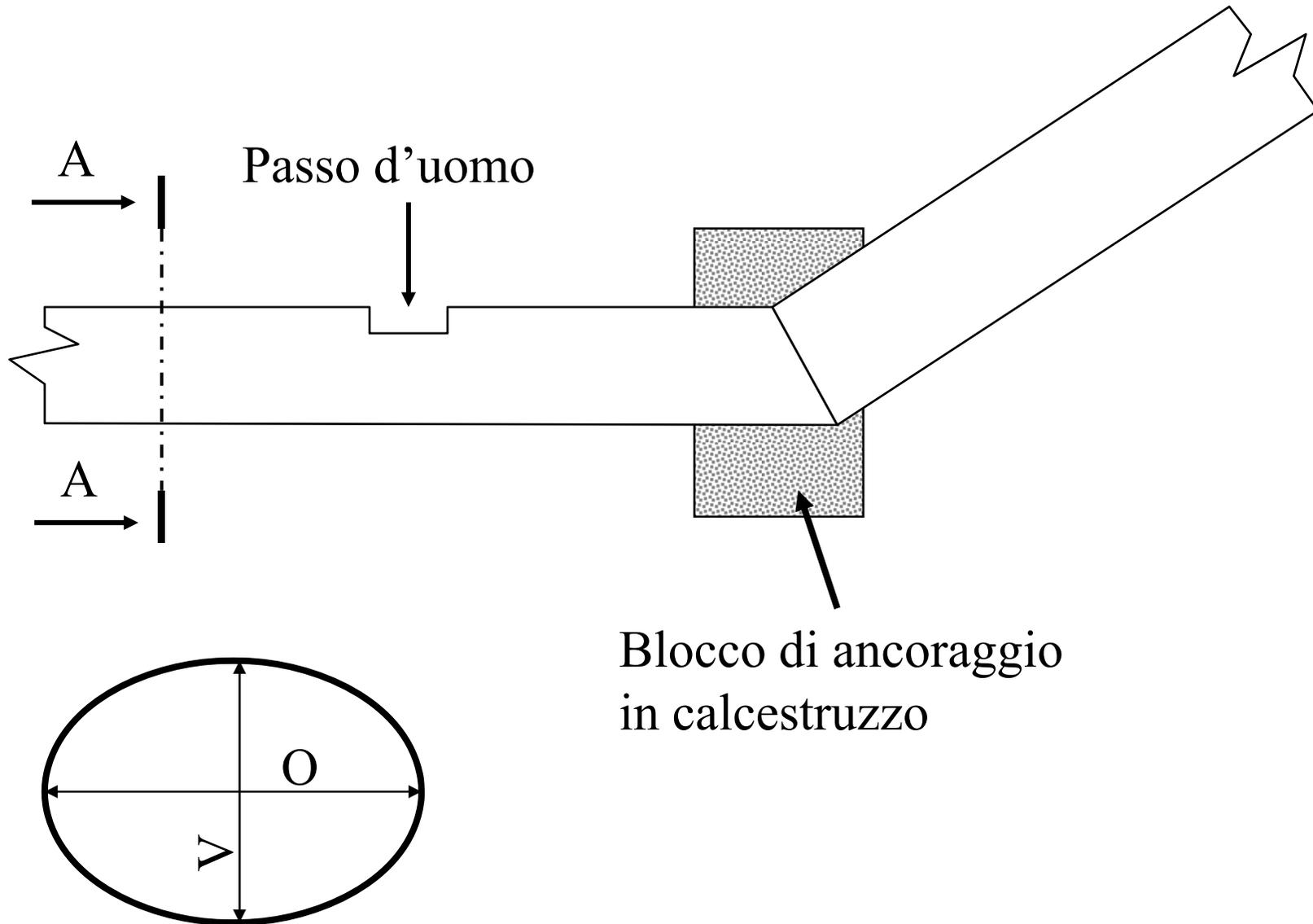
*Elemento SHELL63 : Gusci e piastre 3D, tensioni flessionali e membranali, non considera le deformazioni di taglio*

- 4 nodi
- 6 g.d.l /nodo
- Rigidezza di “supporto”



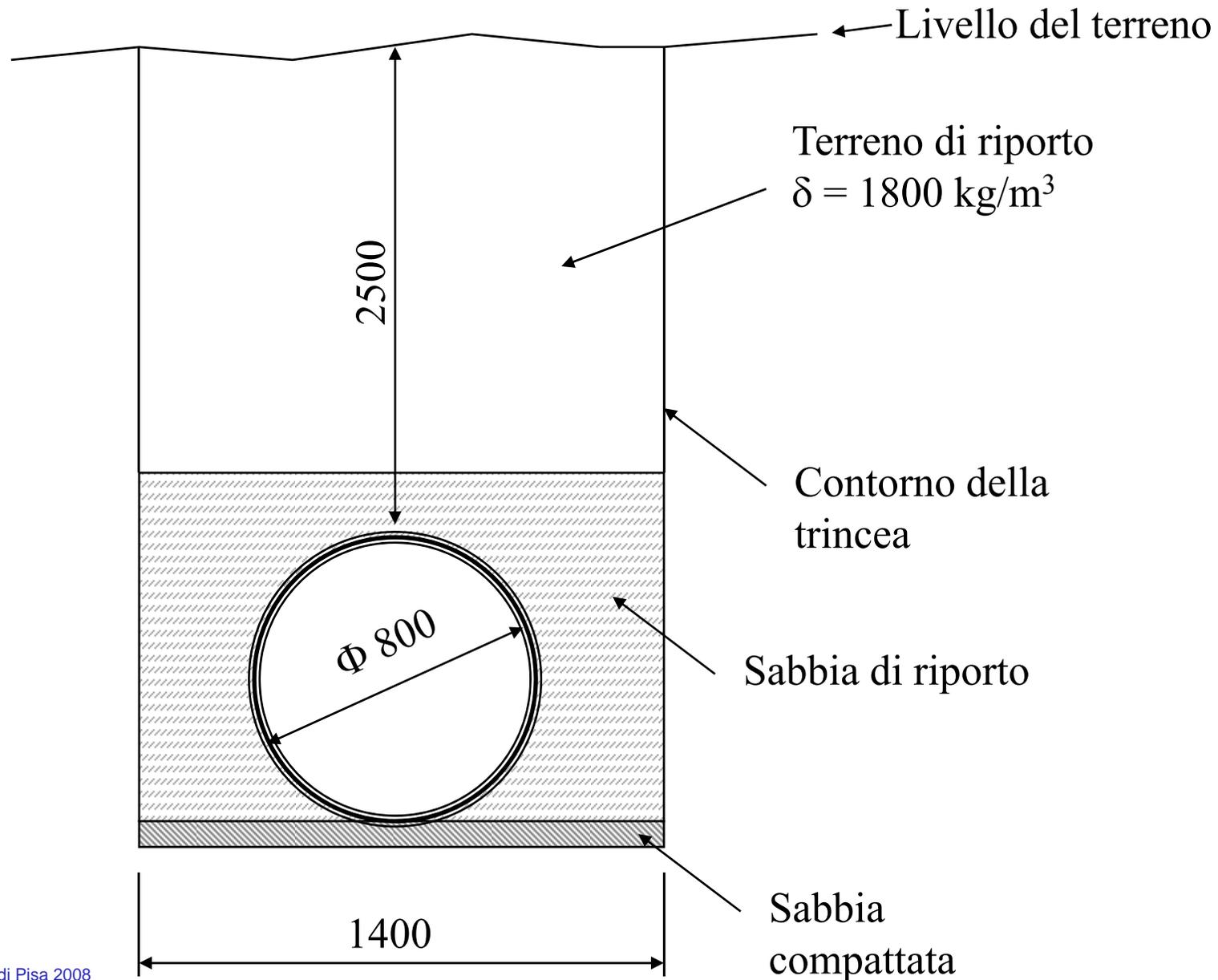
## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/19

Esempio : tubazione interrata in vetroresina per trasporto idrico



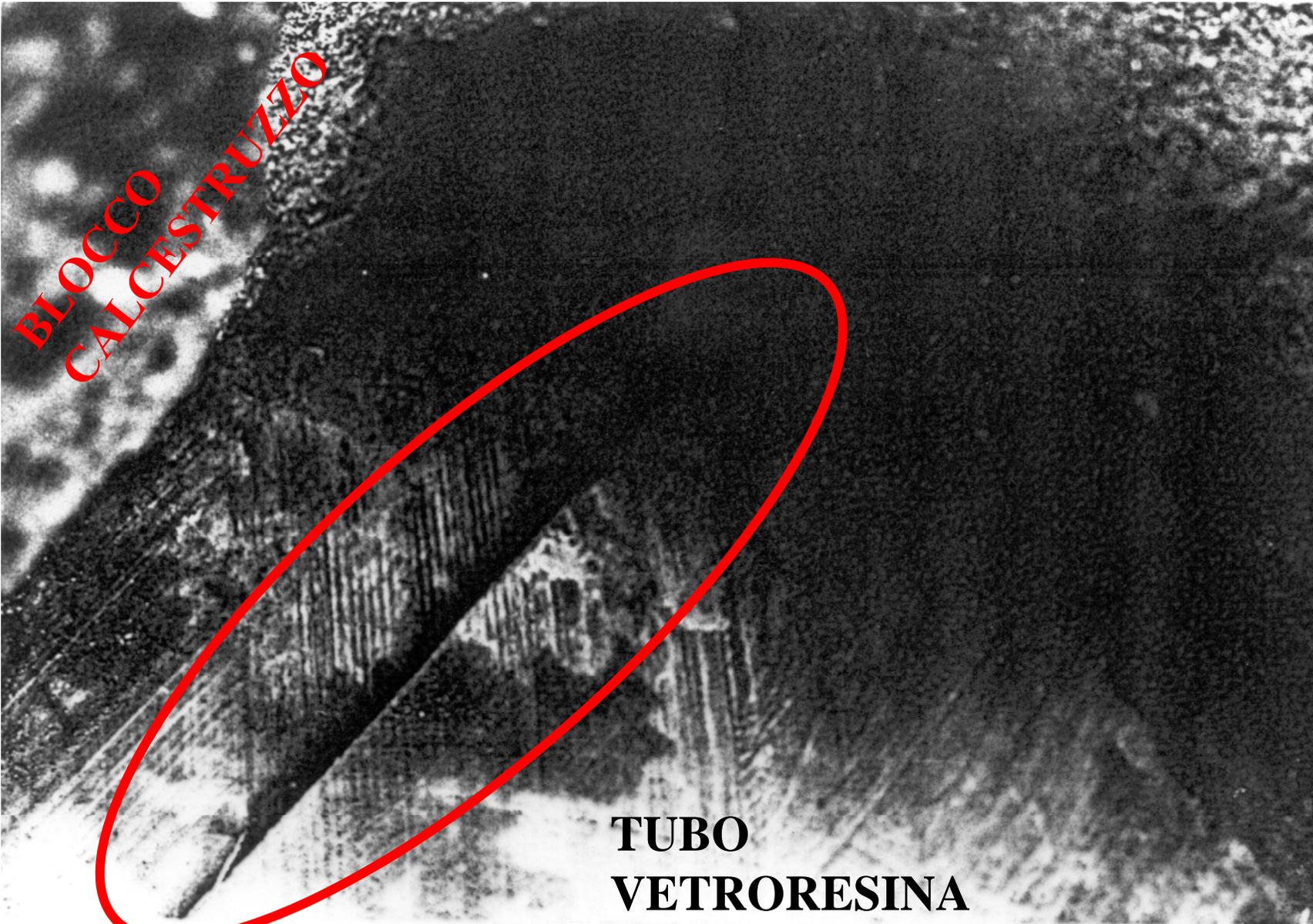


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/20





## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/21



**BLOCCO  
CALCESTRUZZO**

**TUBO  
VETRORESINA**



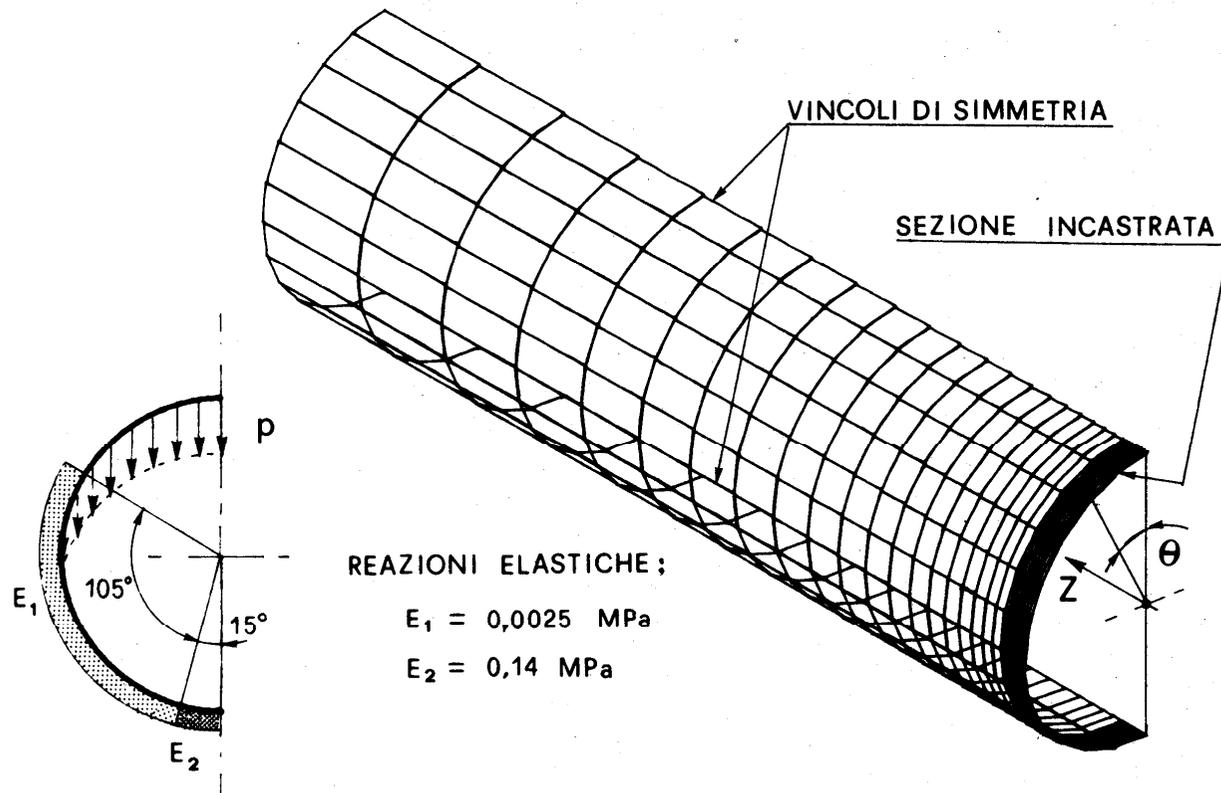
## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/22

**BLOCCO  
CALCESTRUZZO**

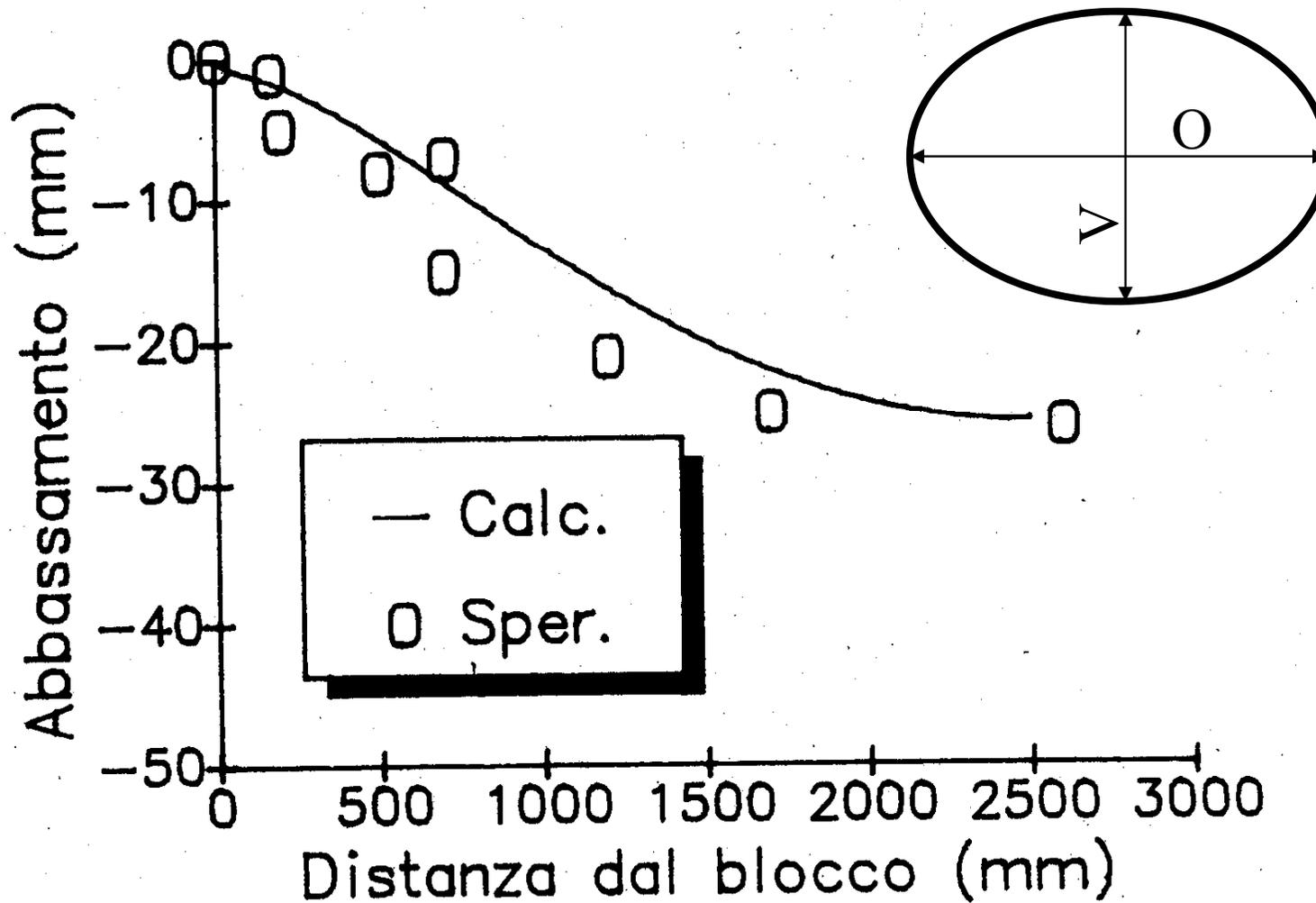


**TUBO  
VETRORESINA**

# ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/23

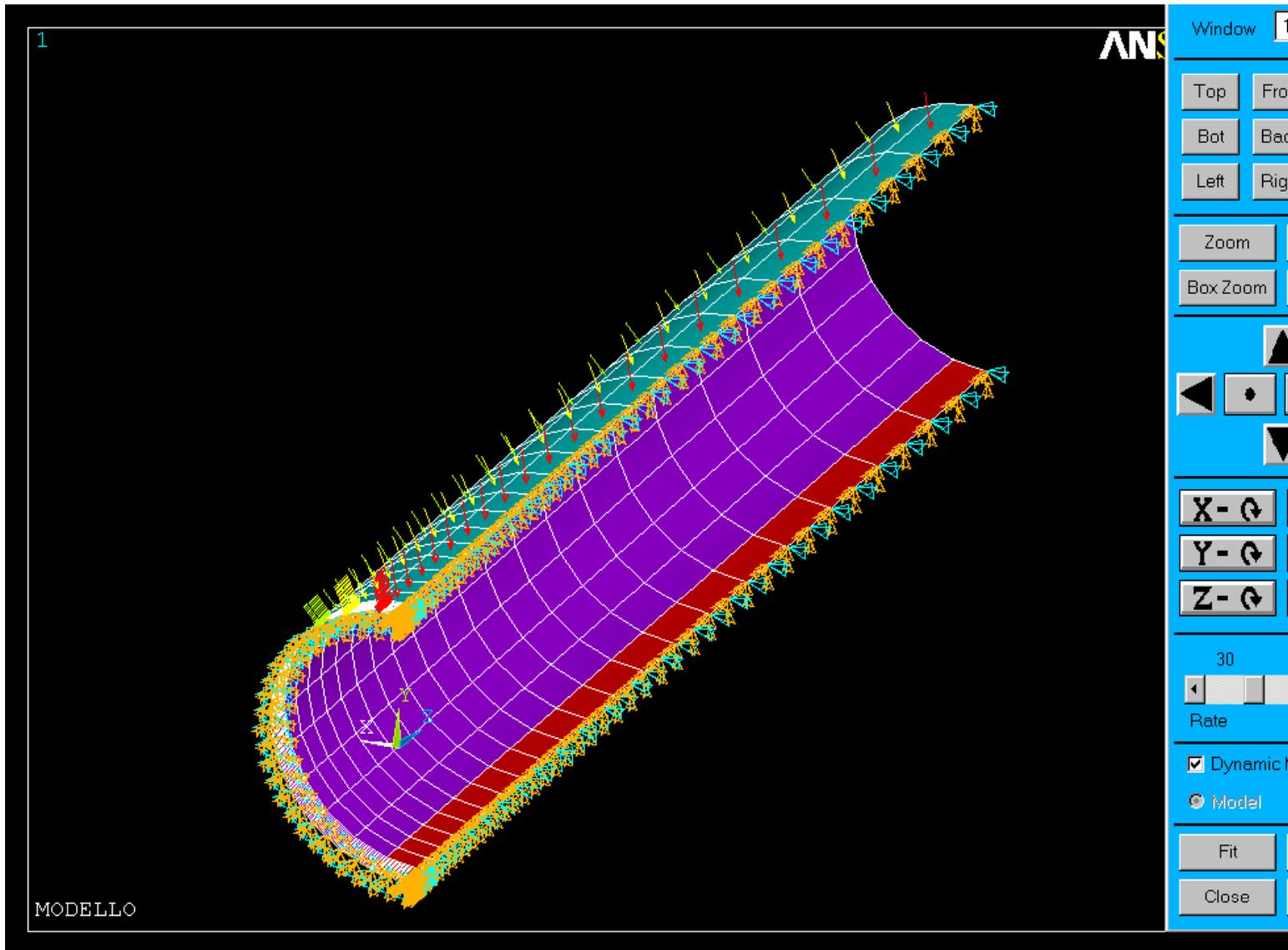


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/24



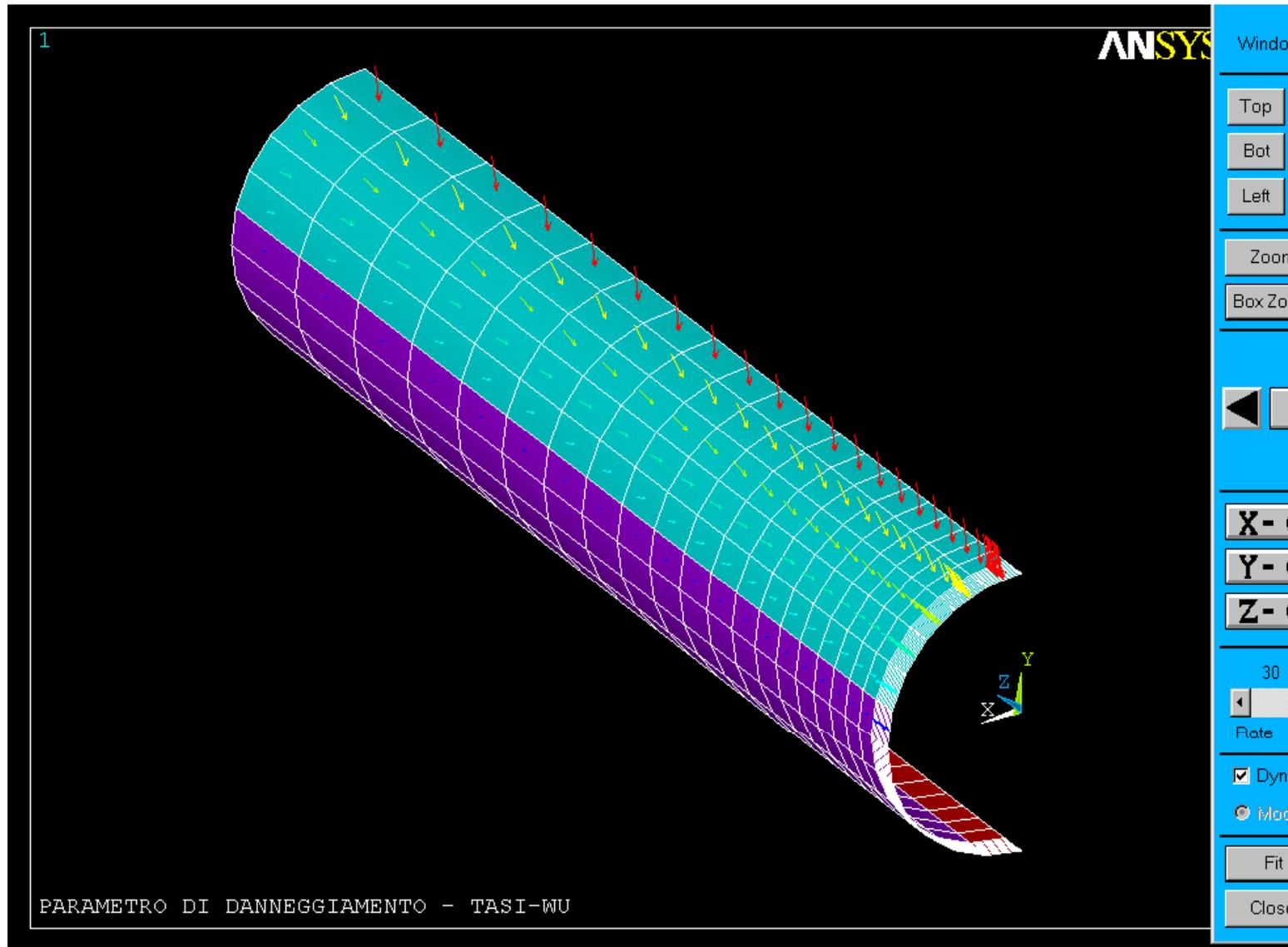


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/25



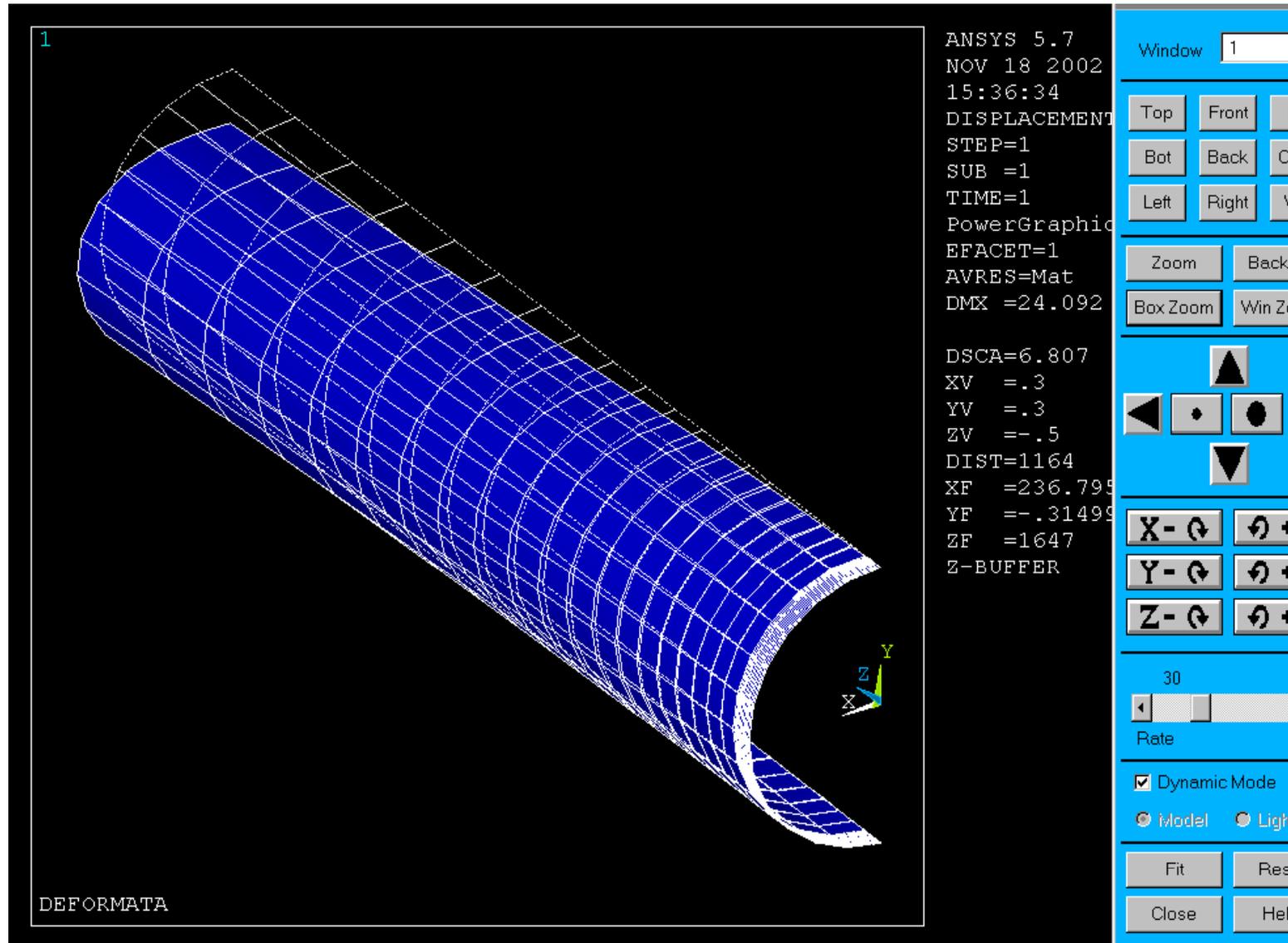


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/26



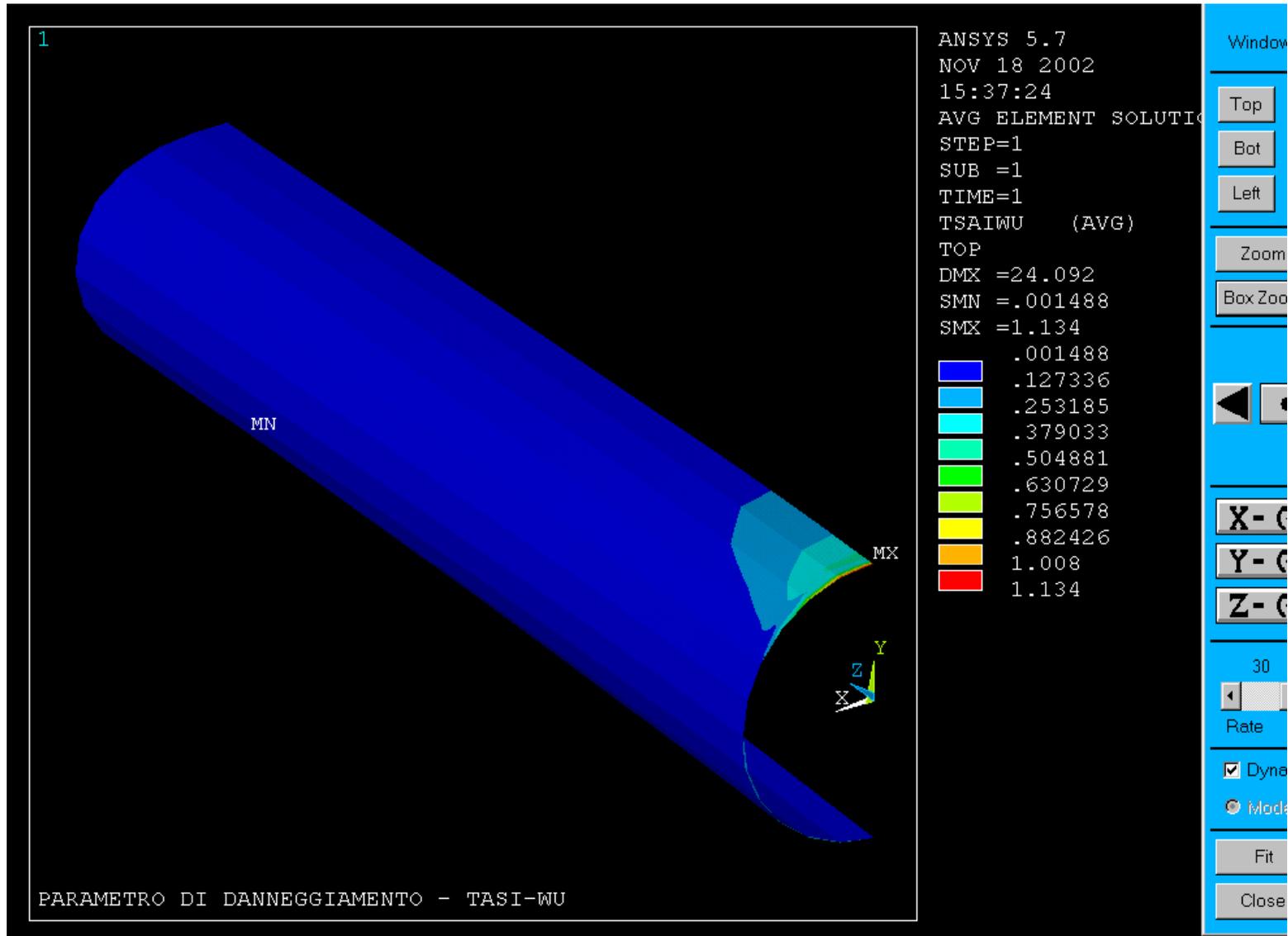


## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/27





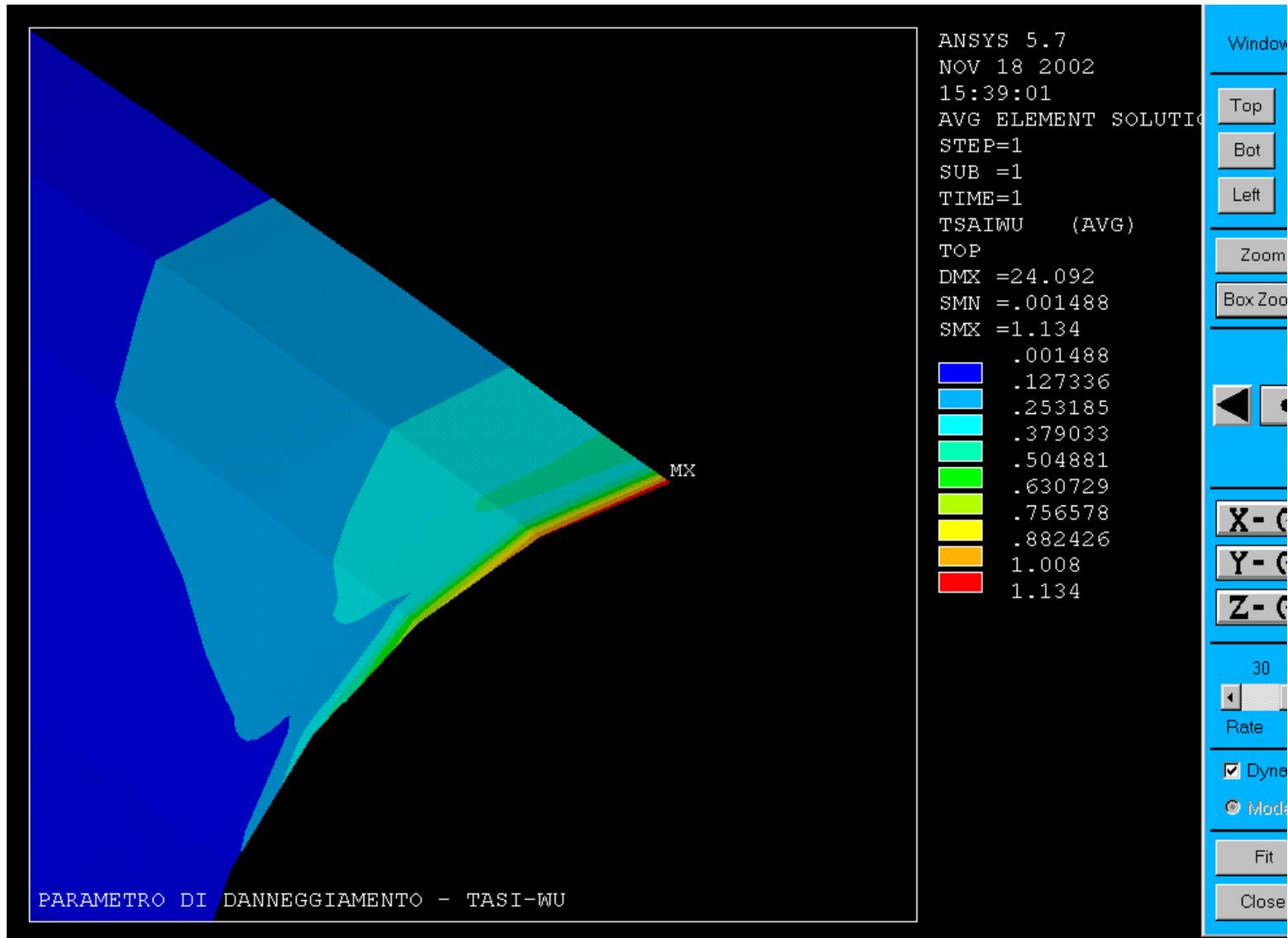
## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/28



*File di comandi:* TUBO\_INTERRATO\_MC.txt



## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/29



*File di comandi:* TUBO\_INTERRATO\_MC.txt



## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/30

### ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C\*\*\*

C\*\*\* MATERIALE

C\*\*\*

MP,EX,1,38000

MP,EY,1,9000

MP,EZ,1,9000

MP,PRXY,1,0.3

MP,PRYZ,1,0.3

MP,PRXZ,1,0.3

MP,GXY,1,3300

MP,GXZ,1,3300

MP,GYZ,1,3300

C\*\*\*

C\*\*\* VINCOLI

C\*\*\*

CSYS,0

NSEL,,LOC,X,-0.1,0.001

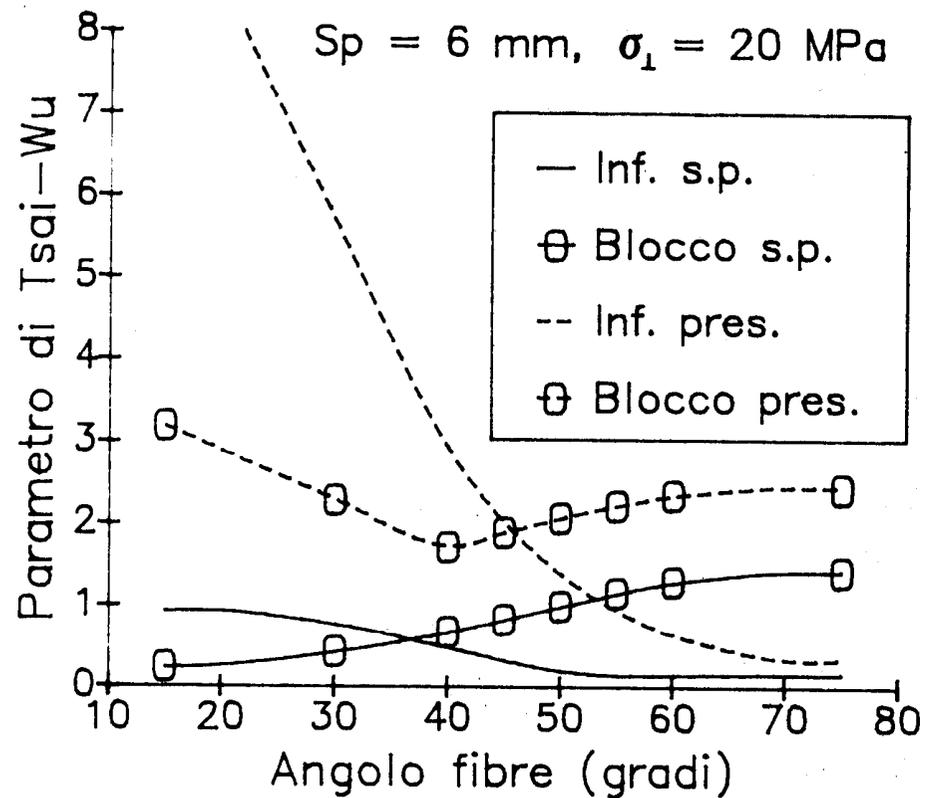
DSYMM,SYMM,X

NSEL,,LOC,Z,-0.1,0.001

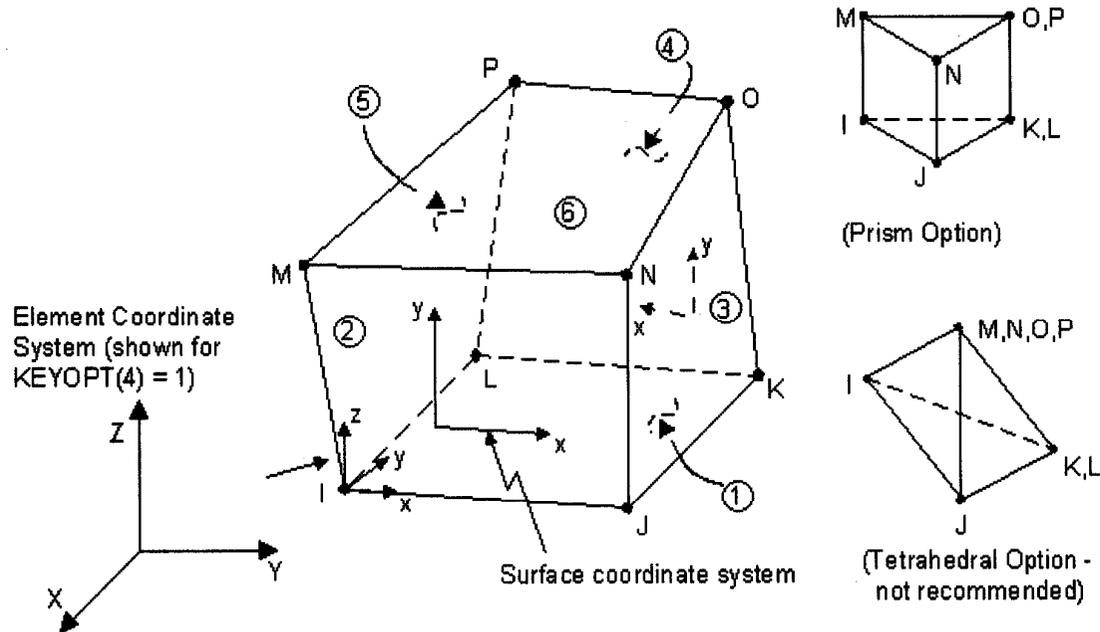
D,ALL,ALL



## ELEMENTO GUSCIO-PIASTRA 3D/31



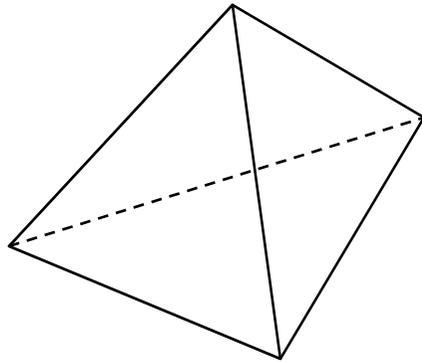
# ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/1



*Problemi di elasticità 3D:*

- 8 nodi
- 3 g.d.l /nodo

## ELEMENTI SOLIDI 3D (“BRICK”)/2



Tetraedro: 4 nodi



F.ne di forma:  $A+Bx+Cy+Dz$



Deformazioni/tensioni costanti

Esaedro: 8 nodi

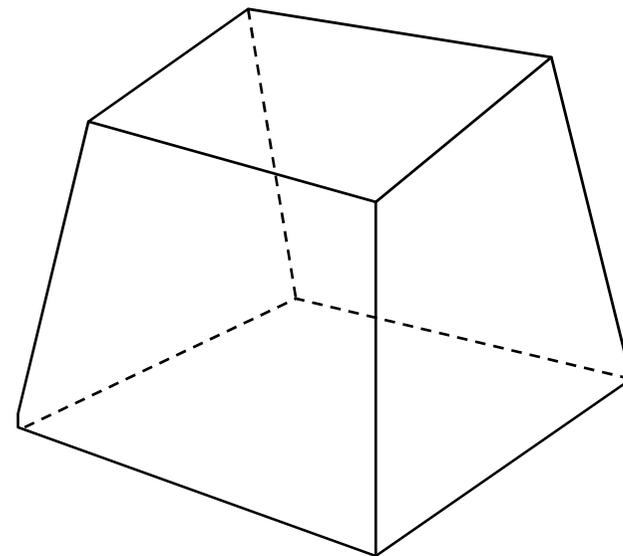


F.ne di forma:

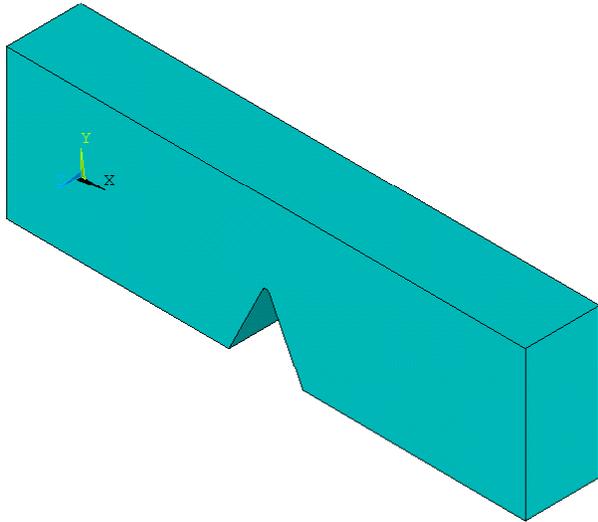
$A+Bx+Cy+Dz+Exy+Fyz+Gzx+Hxyz$



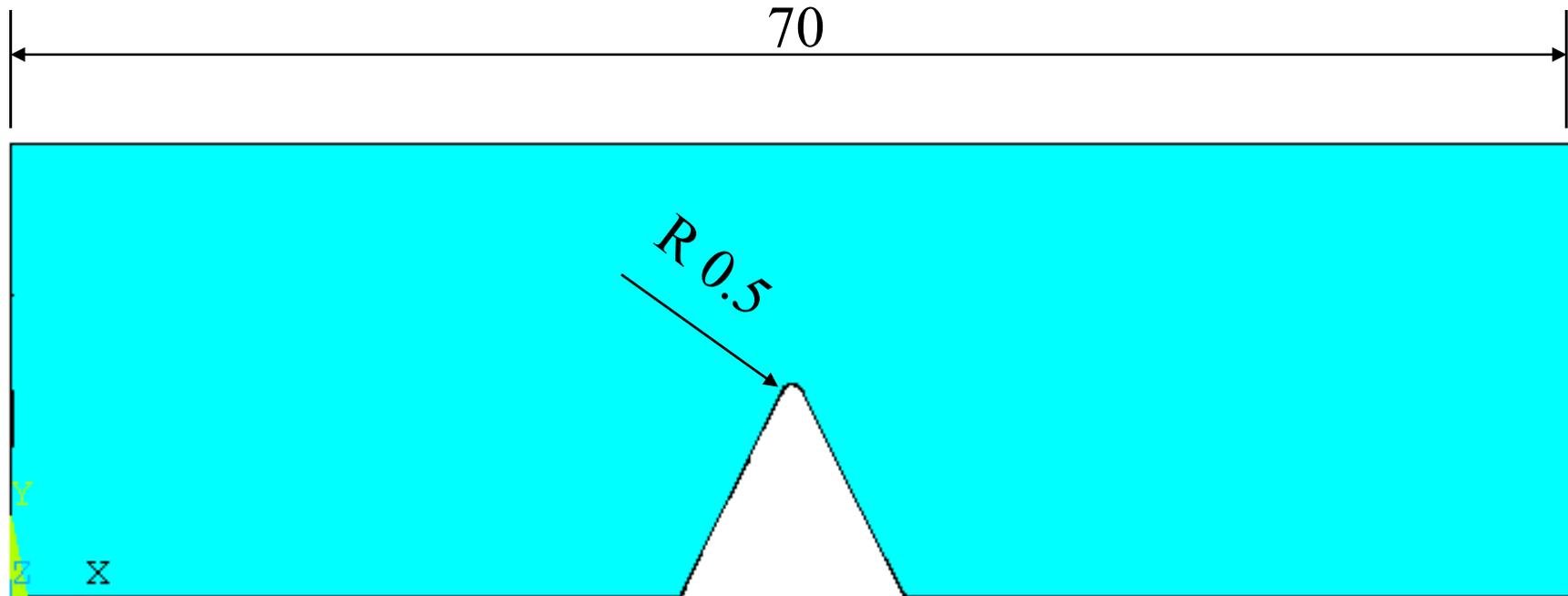
Deformazioni/tensioni variabili  
linearmente



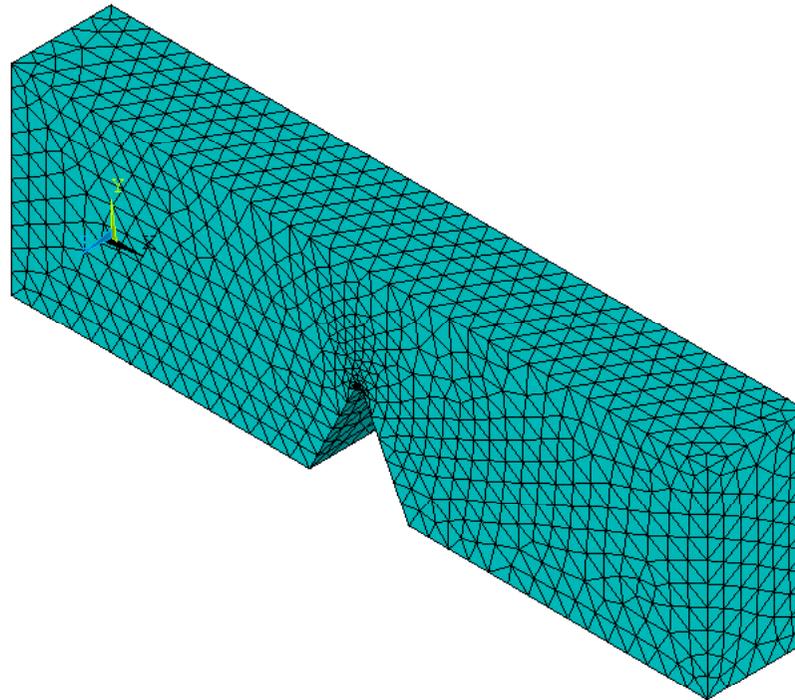
## Approccio per sottostrutture (“submodelling”)



Stato di tensione spesso fortemente dipendente da parametri geometrici locali (es. raggi di raccordo).



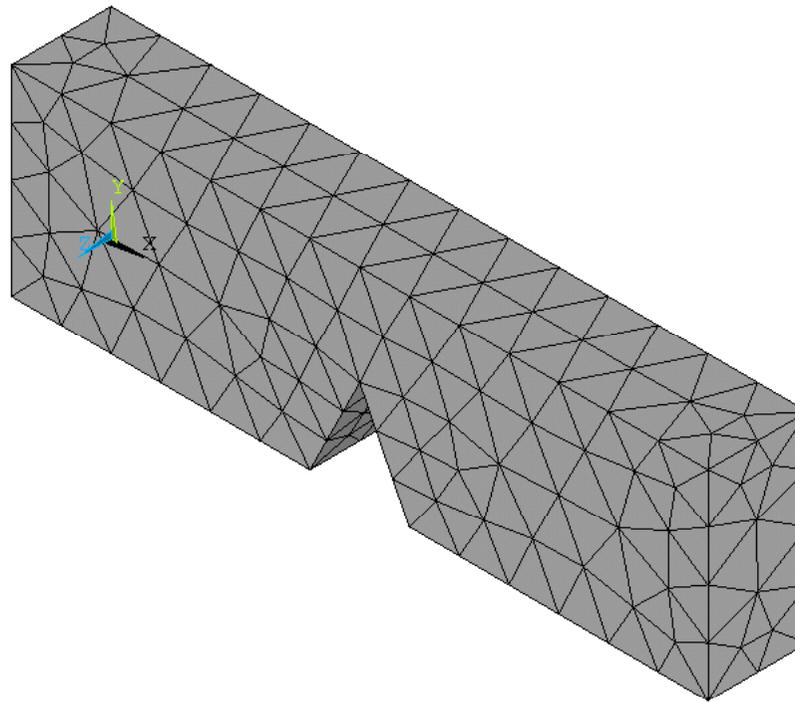
L'analisi richiederebbe pertanto “mesh” localmente molto infittiti (elementi piccoli rispetto ai parametri geometrici locali).



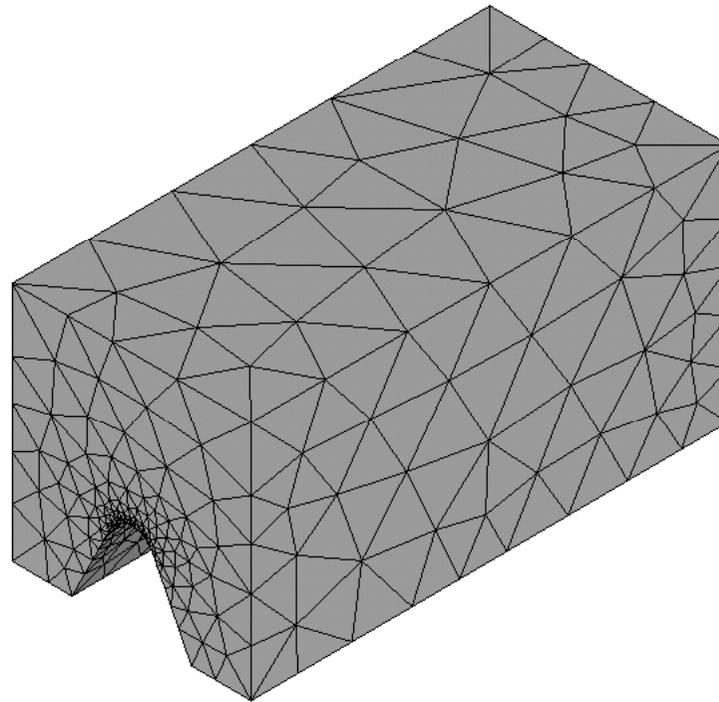
Questo tende a rendere il modello complessivamente molto complesso da costruire (inclusione di tutti i dettagli geometrici) e pesante dal punto di vista computazionale (numero enorme di gdl)

## Possibile alternativa: approccio per sottostrutture

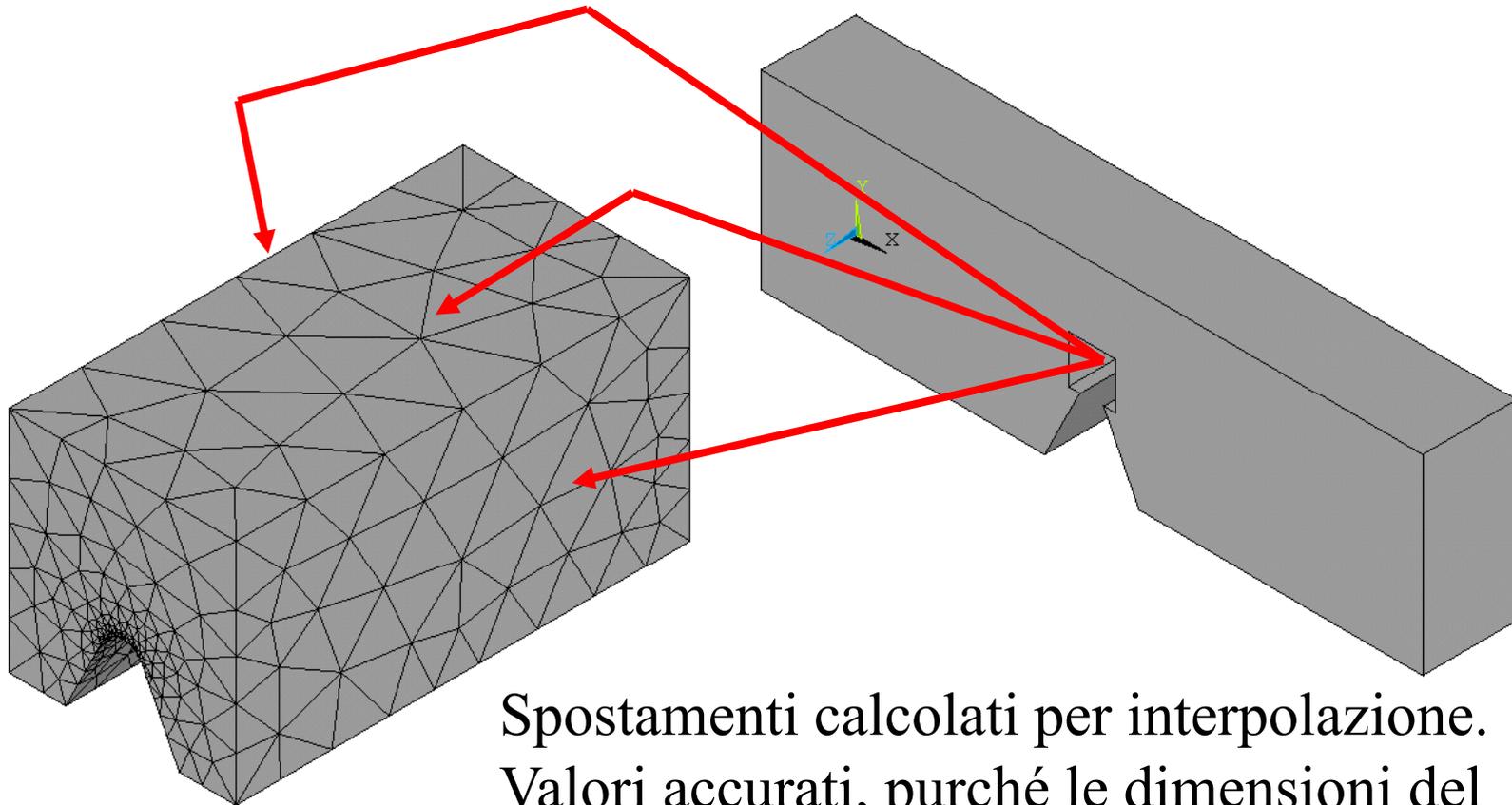
Fase 1: viene costruito un modello relativamente grossolano della struttura, privo dei dettagli geometrici, e vengono applicati carichi e vincoli



Fase 2: viene costruito un modello molto infittito che rappresenta la sola zona attorno al dettaglio geometrico (sottomodello)

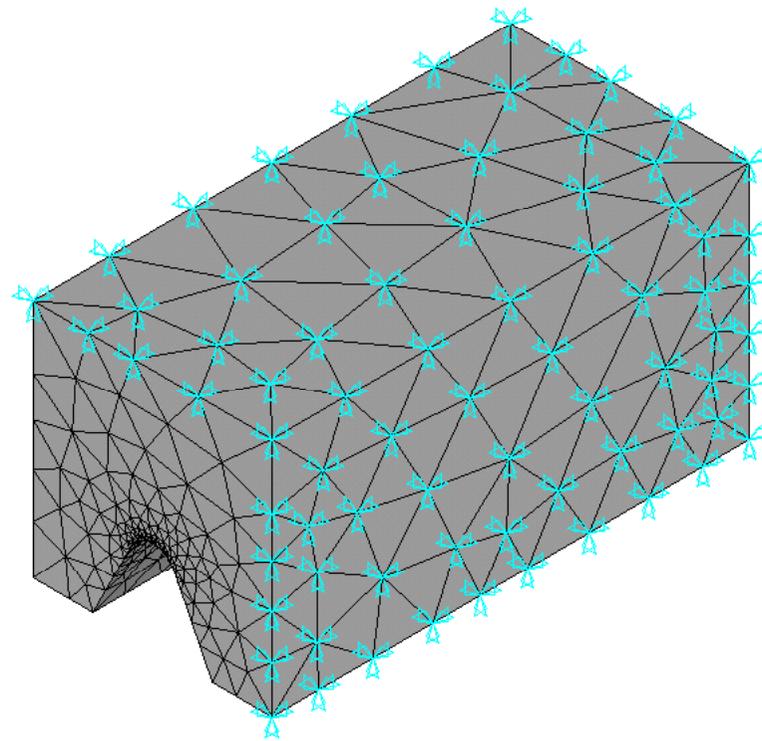


Fase 3: il modello grossolano viene impiegato per calcolare lo stato di spostamento dei nodi giacenti sulle superfici esterne del sottomodello

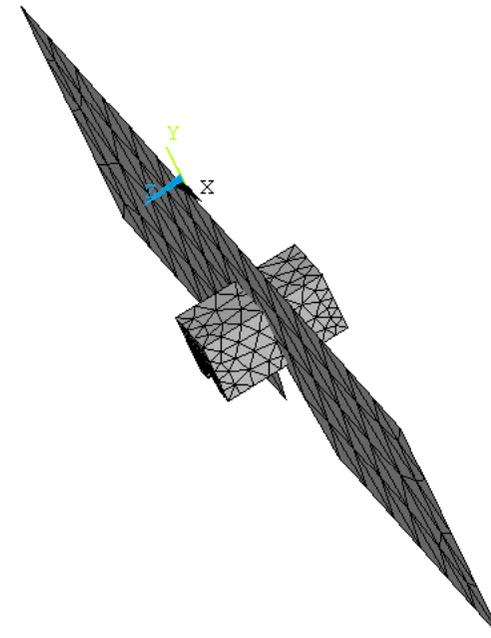
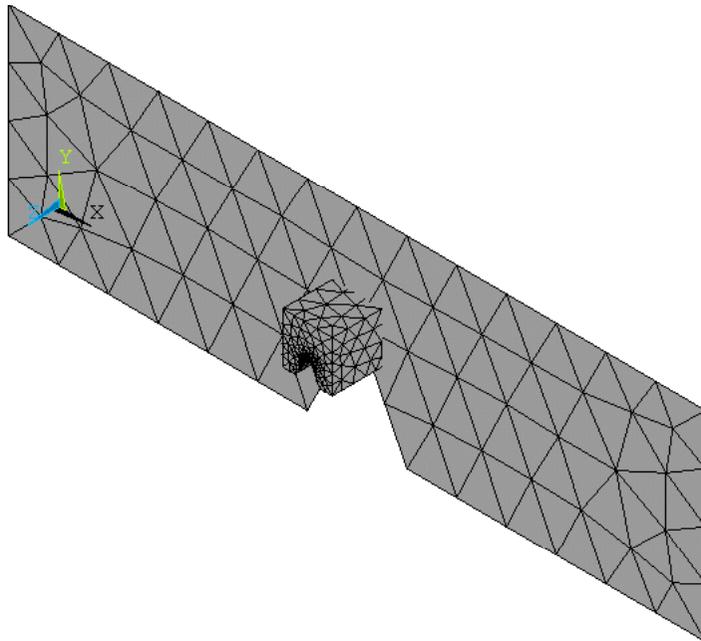


Spostamenti calcolati per interpolazione.  
Valori accurati, purché le dimensioni del sottomodello siano grandi rispetto al dettaglio

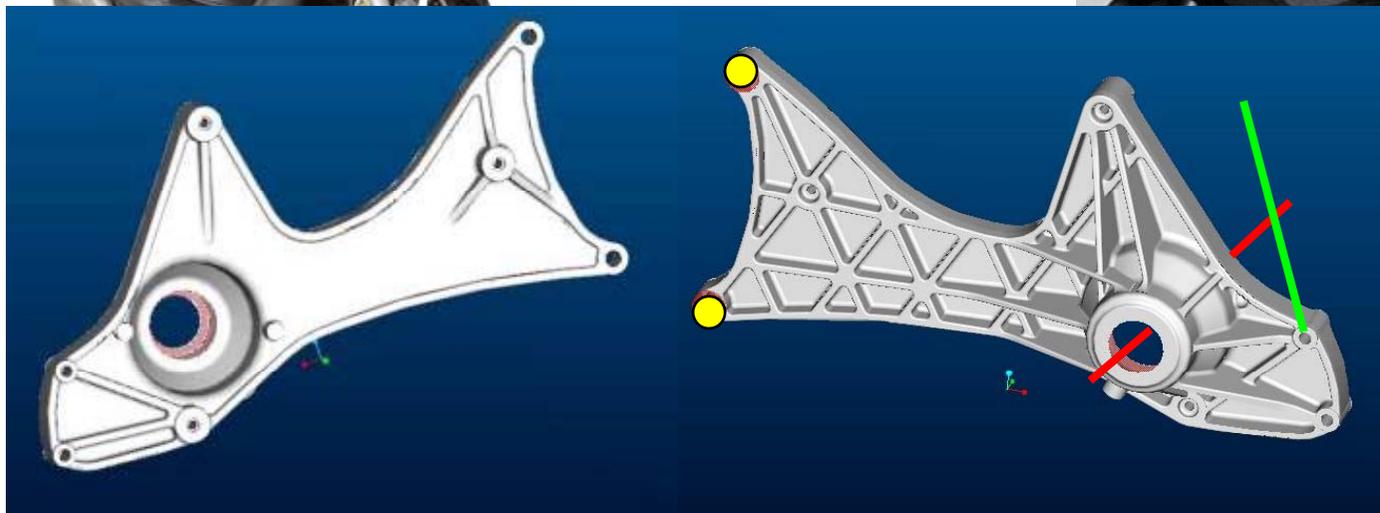
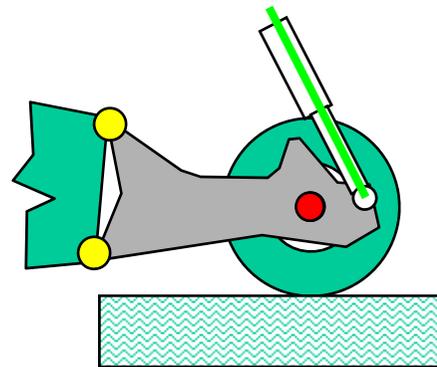
Fase 4: gli spostamenti stimati sulla superficie sono imposti al sottomodello come condizione di carico, valutando il relativo stato di tensione



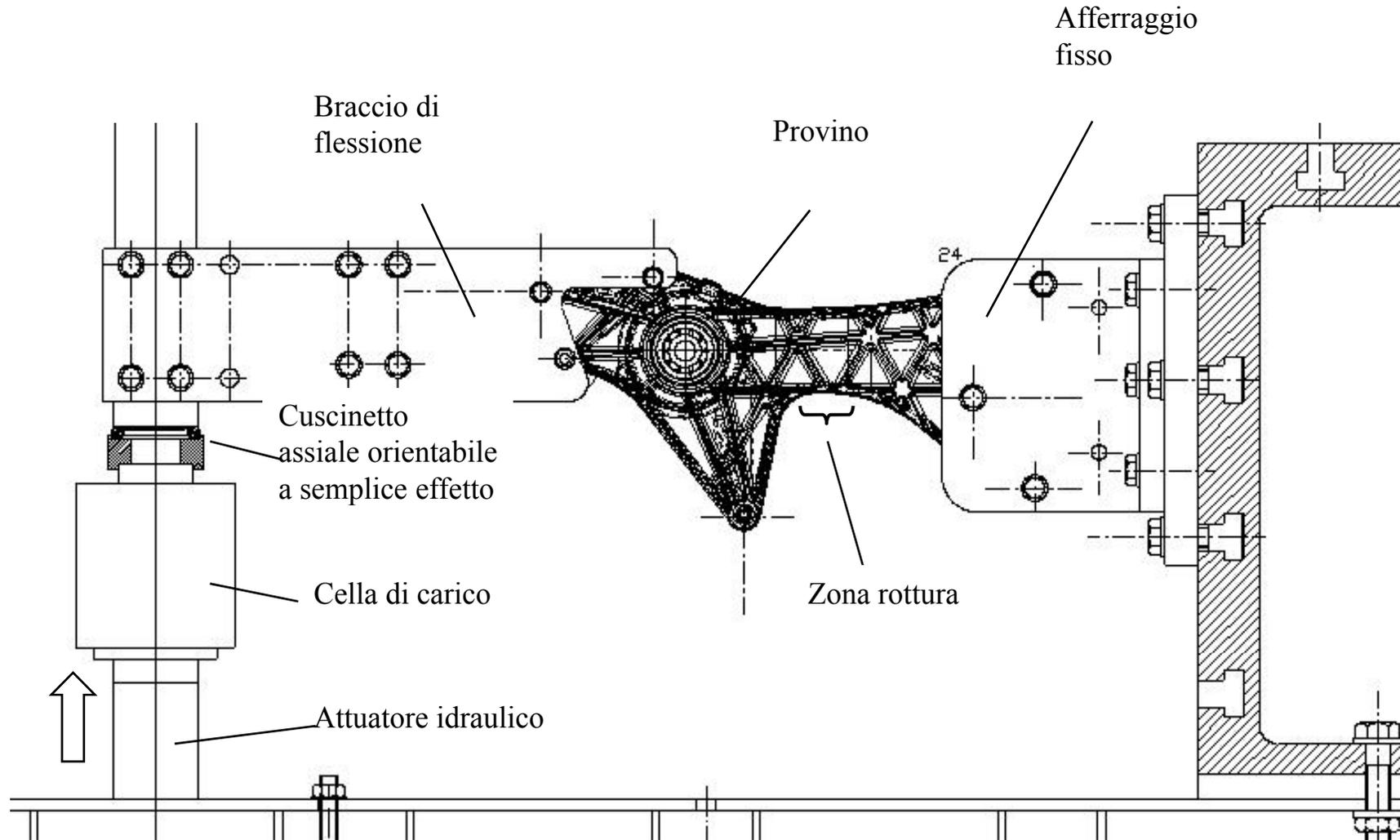
E' possibile passare da un modello fatto con elementi piani o con elementi guscio ad un sottomodello 3D.



## Esempio : staffa sospensione di scooter in lega di alluminio

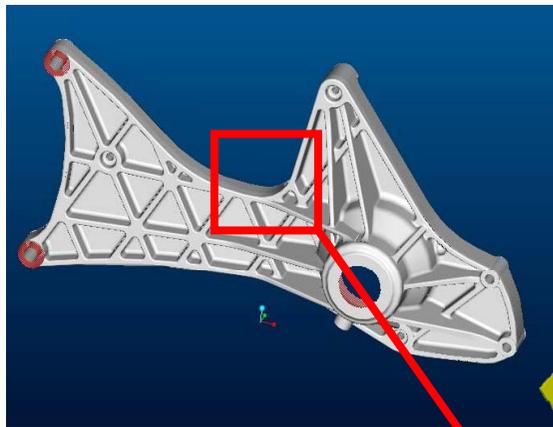


# PROVE IN PIENA SCALA





# MODALITÀ DI ROTTURA

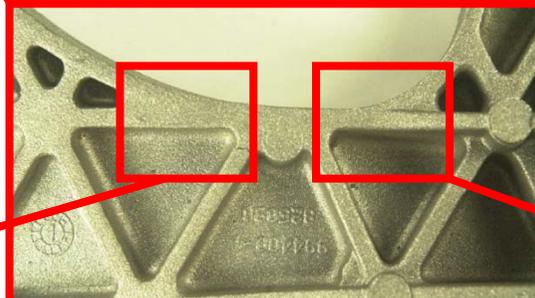


$M_f$

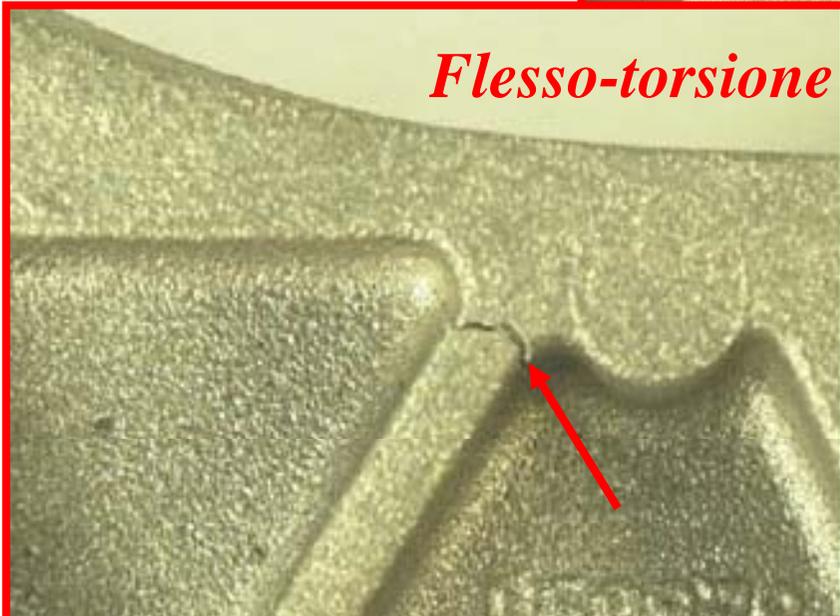
$M_t = 0.5 M_f$



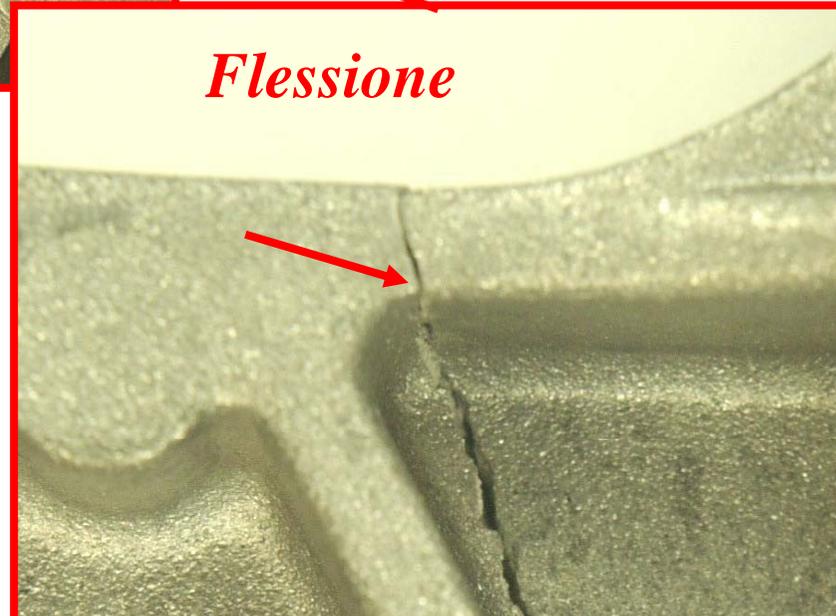
$R=0.1$



*Flesso-torsione*

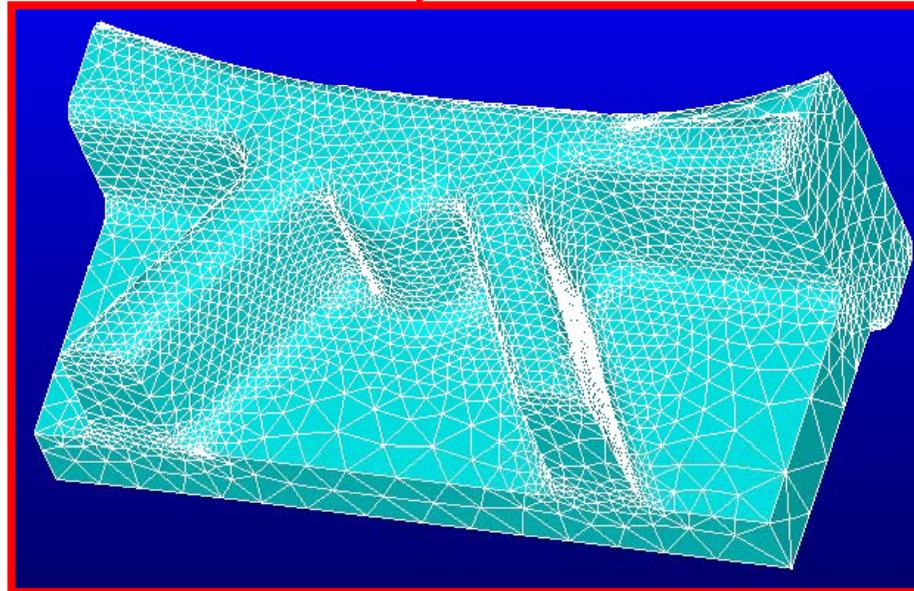
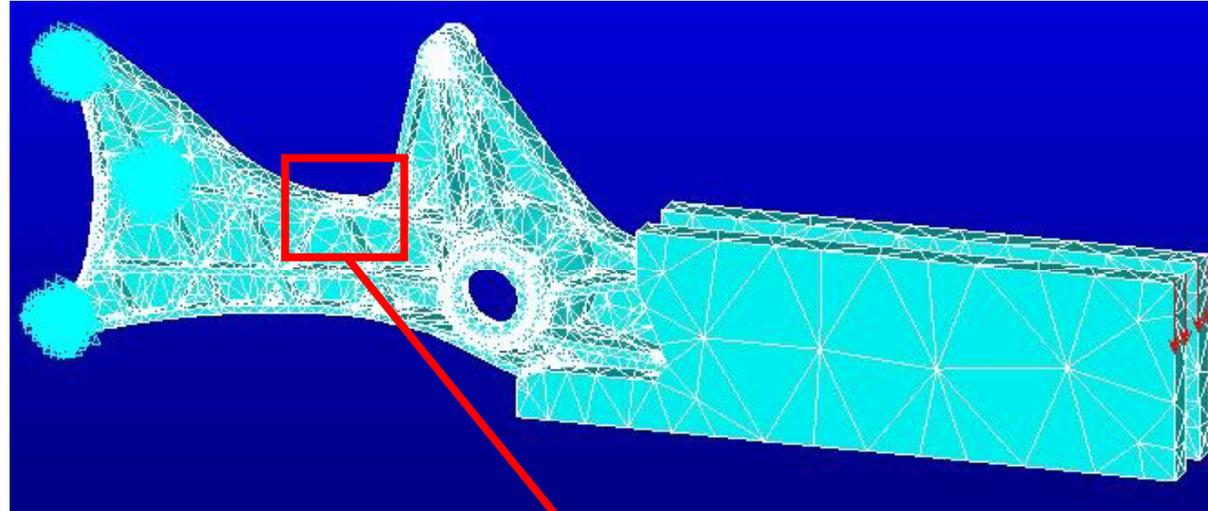


*Flessione*



# *ANALISI AD ELEMENTI FINITI*

## *APPROCCIO A SOTTOSTRUTTURE*

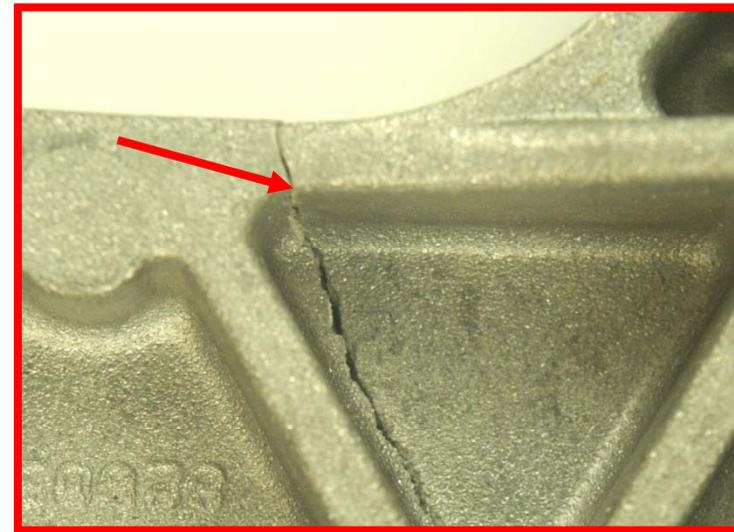
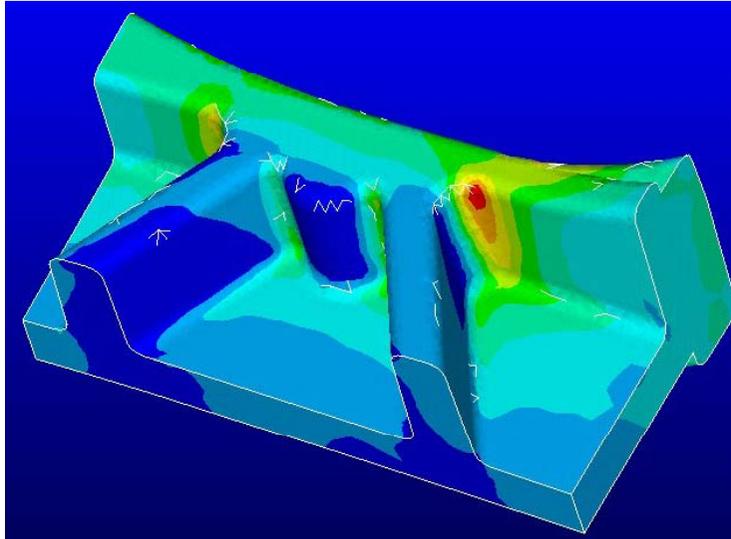


# *RISULTATI – Zona di innesco della rottura*

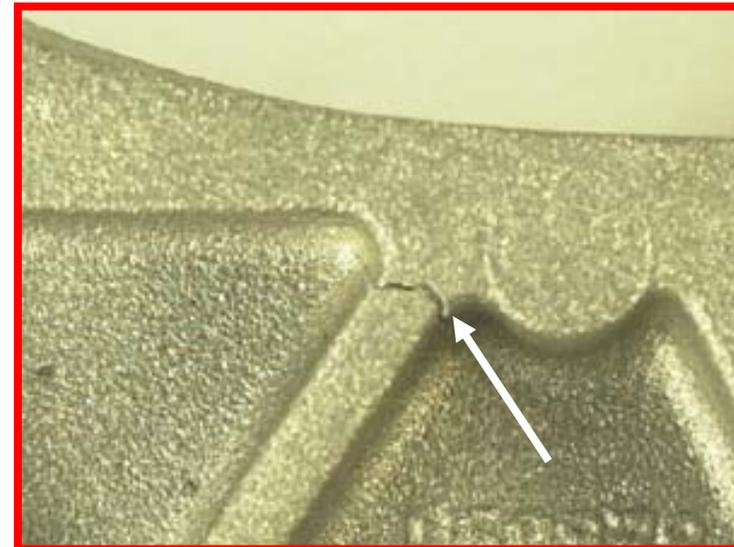
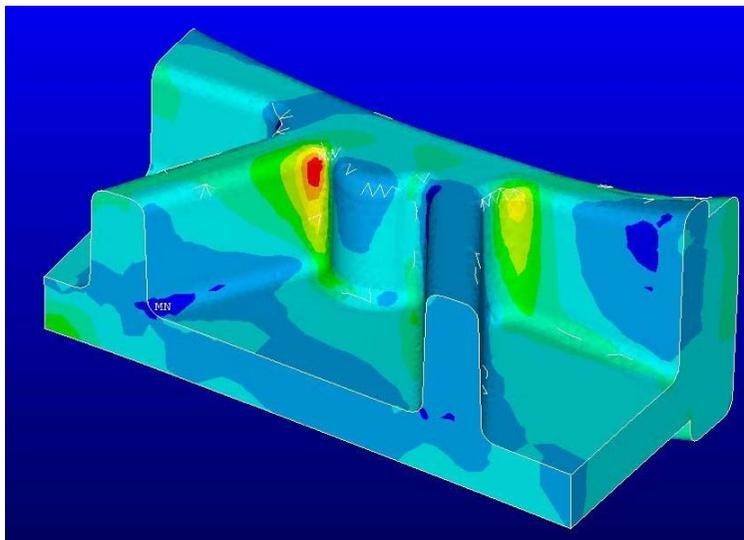
*Prevista*

*Effettiva*

*Flessione*



*Flesso-torsione*





## *RISULTATI – Cicli a Rottura*

