



**CORSO DI  
PROGETTAZIONE ASSISTITA DA COMPUTER  
CLM ING. MECCANICA**

**PARTE II A  
REV.: 05 del 14 ottobre 2014**

**PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO E LORO  
IMPIEGO (PARTE A)**

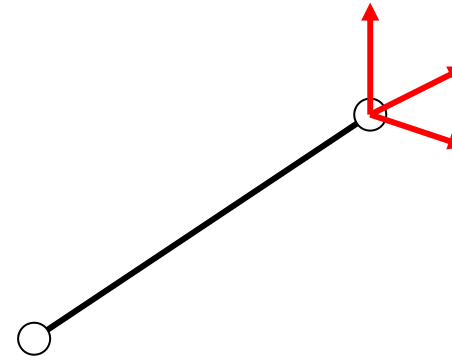
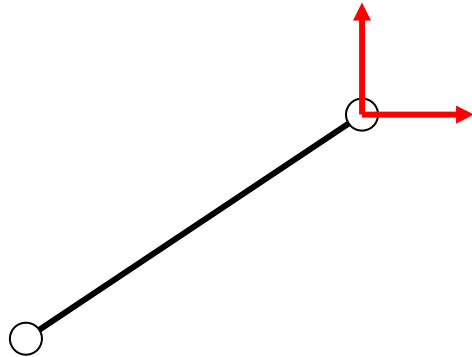


# PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO

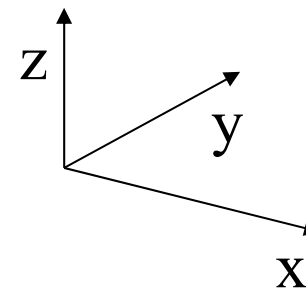
2D

3D

ASTA



*Travature reticolari*



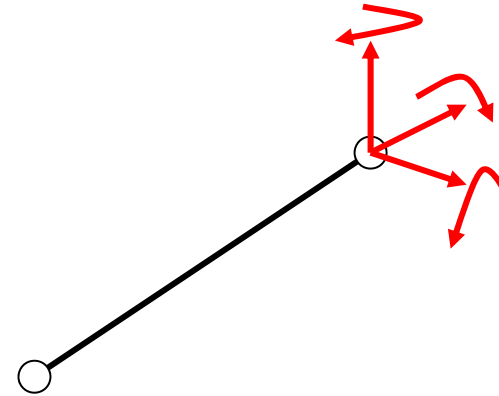
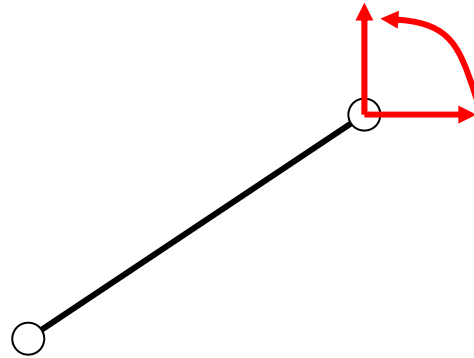


# PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO

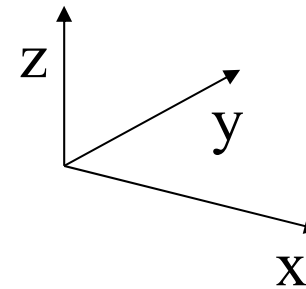
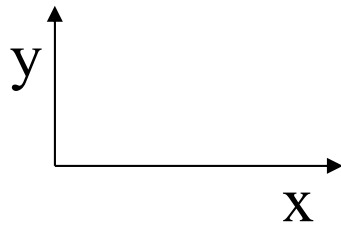
2D

3D

TRAVE



*Telai*

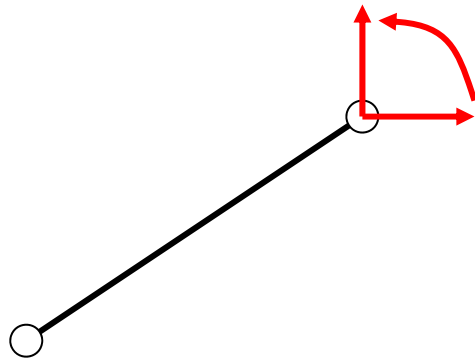




# PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO

2D

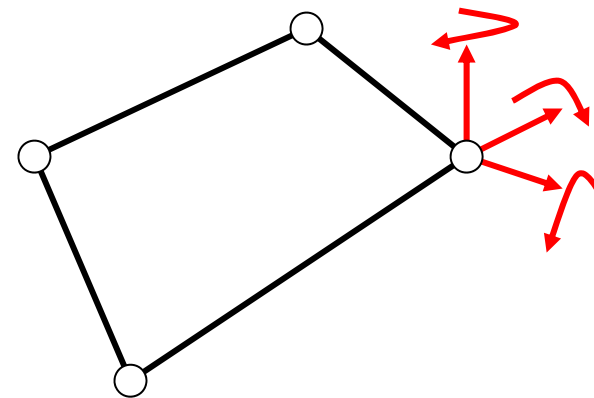
GUSCIO



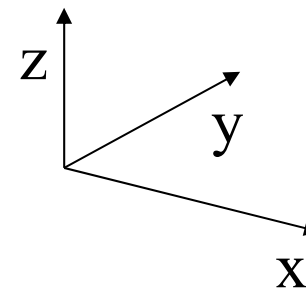
*Piastra/guscio  
assialsimmetrico*



3D



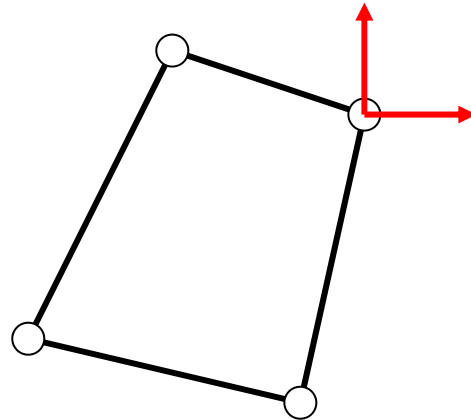
*Piastra/guscio 3D*



# PRINCIPALI TIPI DI ELEMENTO

2D

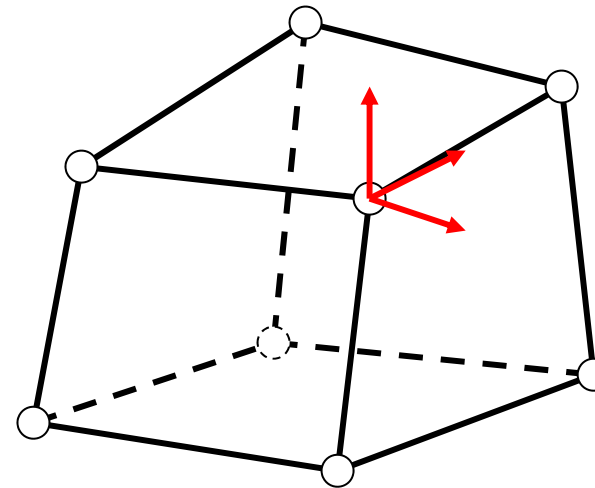
SOLIDO



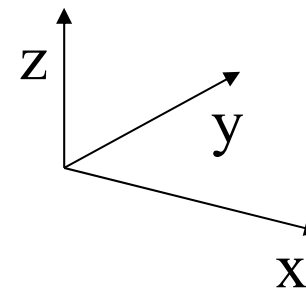
*Pb. di Elasticità piana*



3D

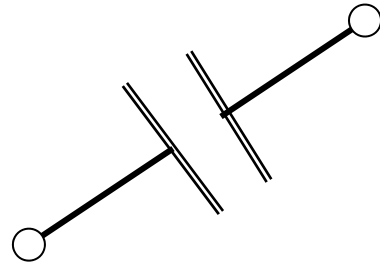


*Pb. di Elasticità 3D*



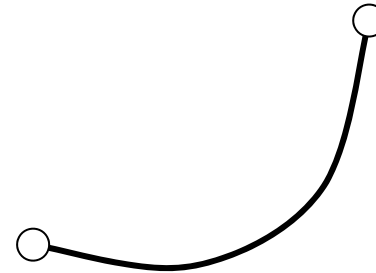
## ALTRI TIPI COMUNI DI ELEMENTO

“GAP”



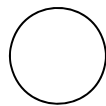
*Pb. contatto*

“PIPE”



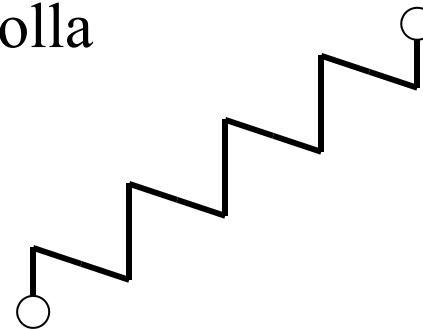
*Tubazioni*

Massa



*Masse concentrate*

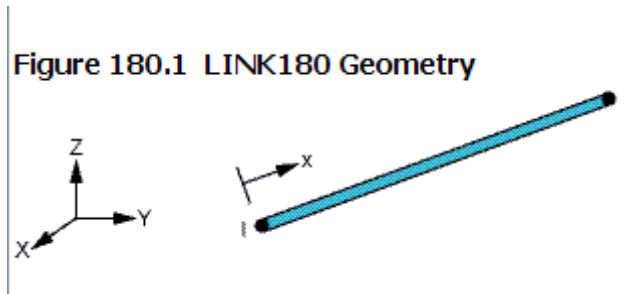
Molla



*Elementi elastici*

## ELEMENTO ASTA/1

NEW



Disponibile solo l'elemento 3D. Per simulazioni 2D è sufficiente vincolare il grado di libertà «z» di tutti i nodi.

*Travature reticolari piane e spaziali*

- *sola forza normale*
- *2 nodi*
- *3 g.d.l /nodo*
- *carichi applicabili solo nei nodi*
- *caratteristiche geometriche richieste: A*

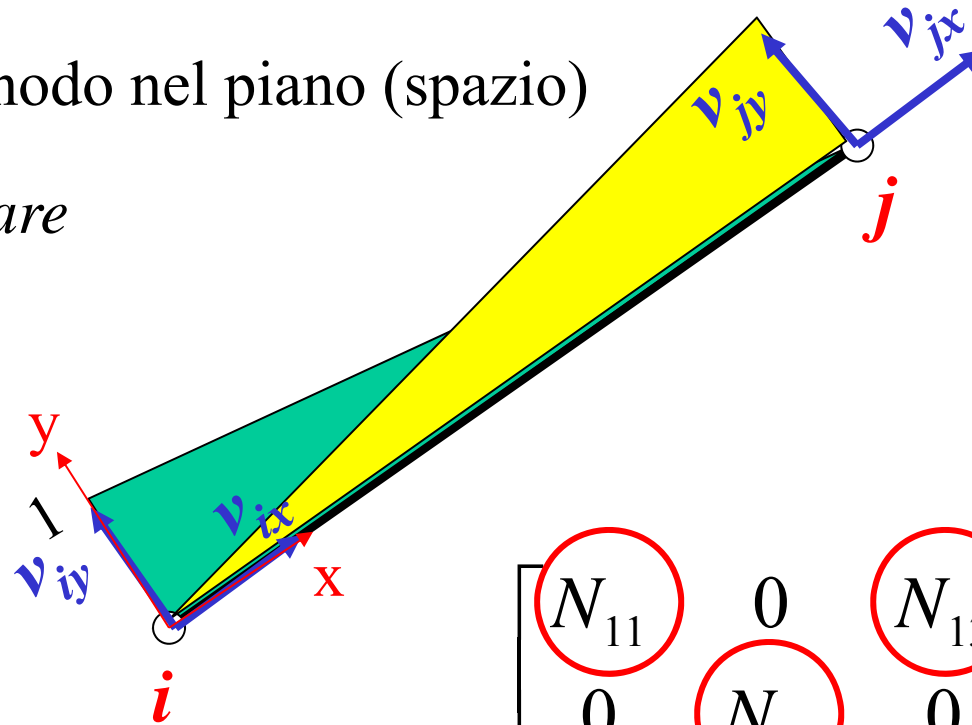
## ELEMENTO ASTA/2

N° 2 nodi

N° 2(3) g.d.l. per nodo nel piano (spazio)

*F.ne di forma lineare*

$$N_{II} = A_{II} + B_{II}x$$



$$\begin{bmatrix} N_{11} & 0 & N_{13} & 0 \\ 0 & N_{11} & 0 & N_{13} \end{bmatrix}$$

*Espressione nel S.R. elemento:*

$$N_{11} = (L-x)/L$$

$$N_{13} = x/L$$





## ELEMENTO ASTA/3

OSSERVAZIONE: La soluzione ottenuta è **esatta**, nel senso che rappresenta senza errori lo stato di tensione/deformazione di un membro di una travatura reticolare.

Elemento asta

$$v_x(x) = v_{ix} \cdot \frac{(L-x)}{L} + v_{jx} \cdot \frac{x}{L}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x} \left( v_{ix} \cdot \frac{(L-x)}{L} + v_{jx} \cdot \frac{x}{L} \right) = \frac{v_{jx} - v_{ix}}{L} = \text{cost}$$

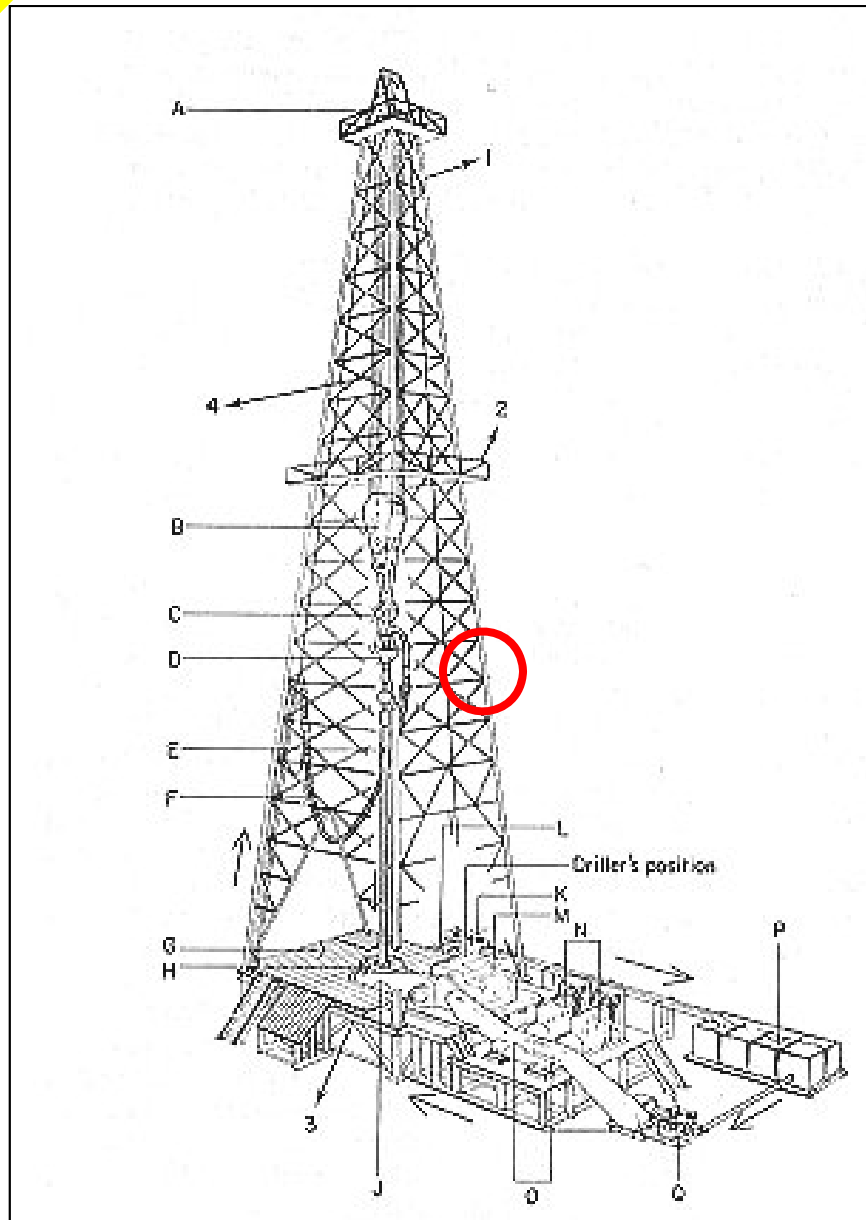
$$\varepsilon = \frac{N}{EA} = \text{cost}$$

$$v_{jx} = v_{ix} + \varepsilon \cdot L$$

$$\varepsilon = \frac{v_{jx} - v_{ix}}{L}$$

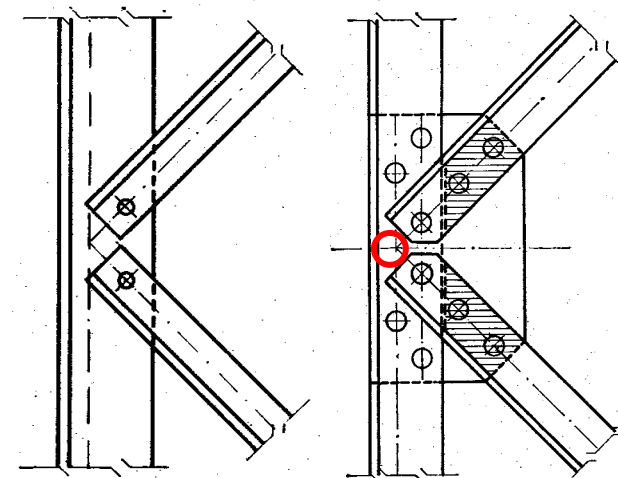
Membro travatura reticolare

## ELEMENTO ASTA/4 - TRALICCIO

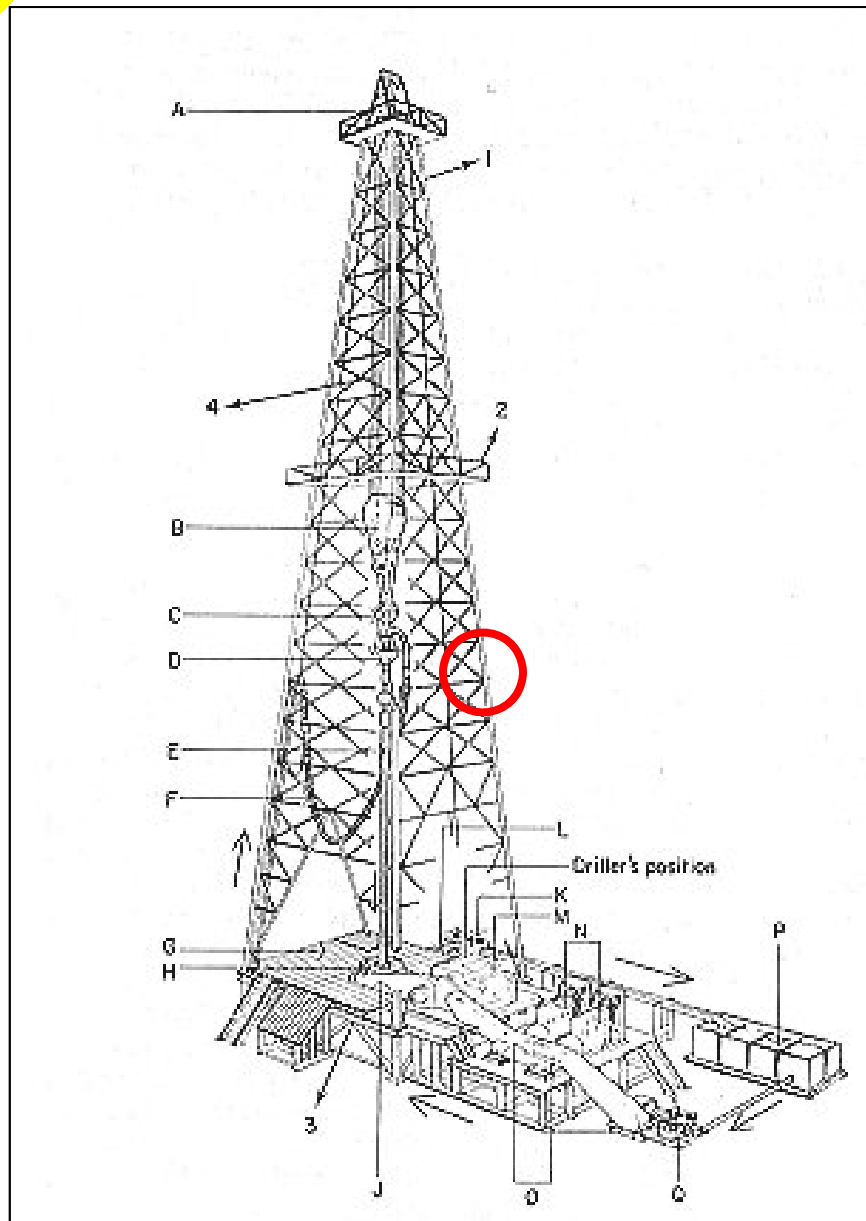


Traliccio di sostegno per batterie di perforazione petrolifera.

Questo tipo di strutture viene tradizionalmente trattato con modelli a travatura reticolare, assimilando i “nodi” a cerniere.



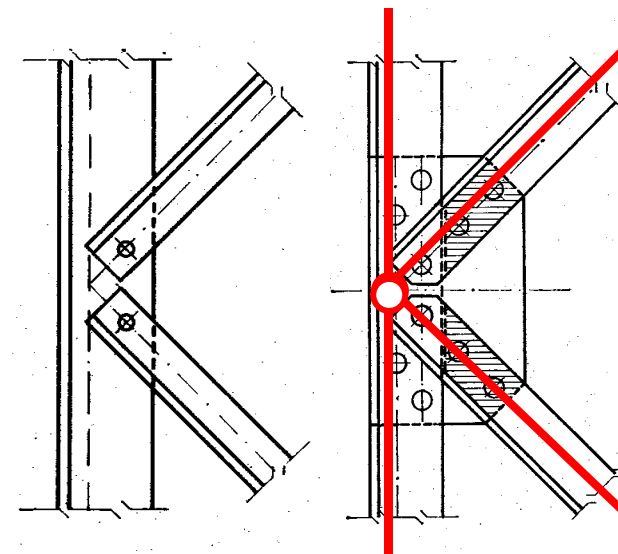
## ELEMENTO ASTA/4 - TRALICCIO



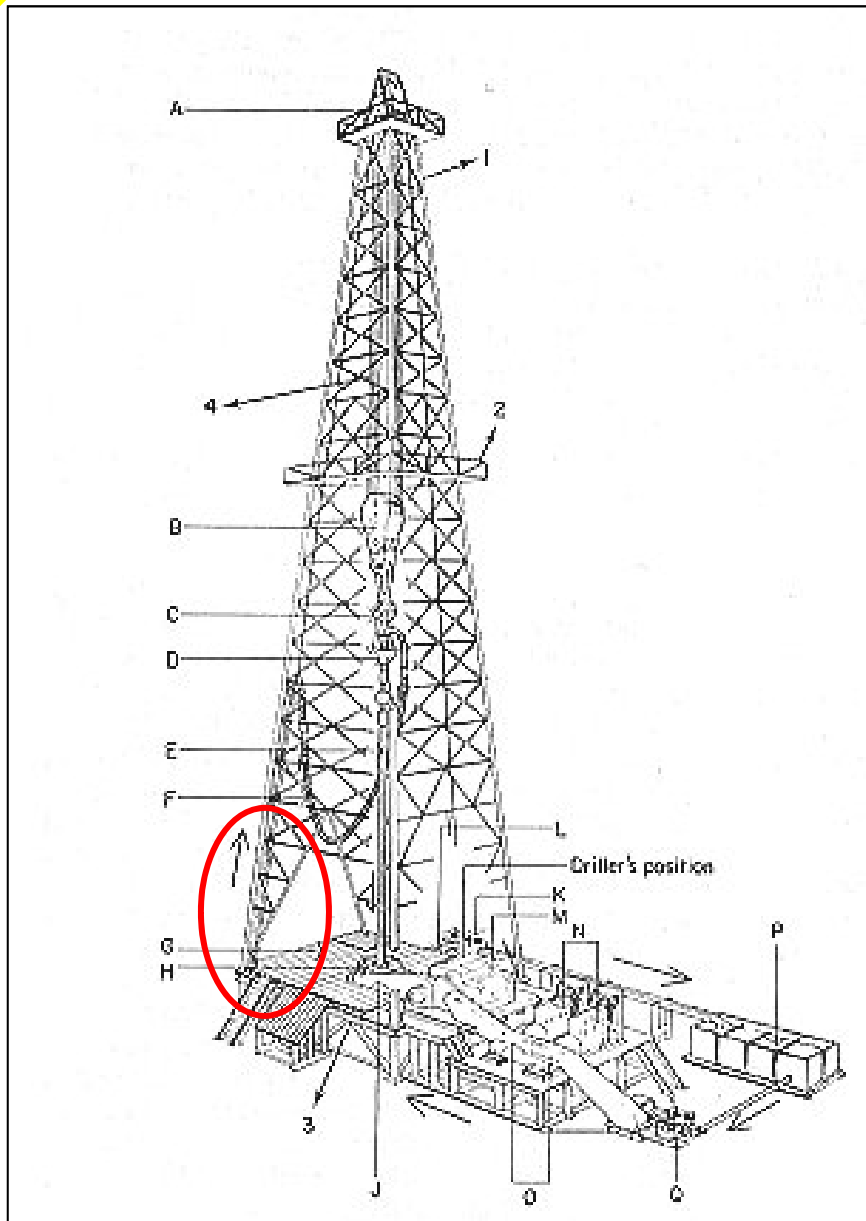
Traliccio di sostegno per batterie di perforazione petrolifera.

Il modello è giustificabile con:

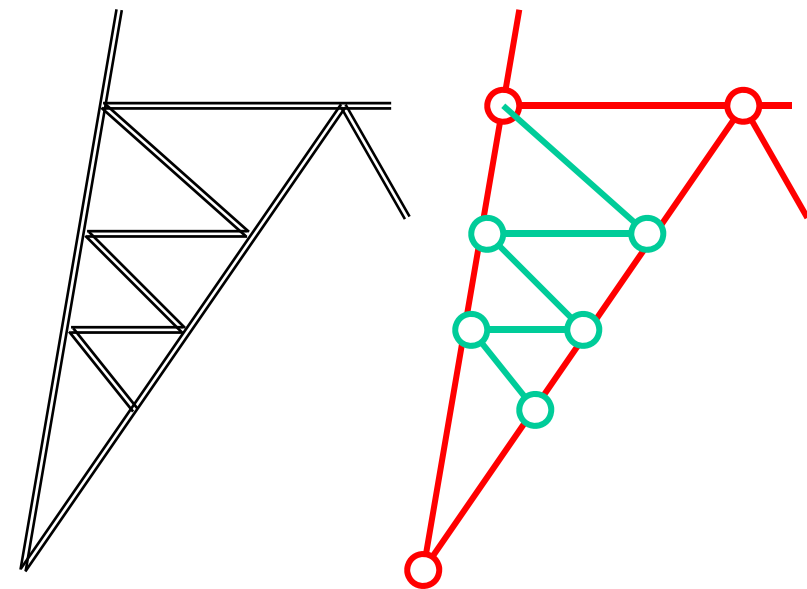
- bassa rigidezza flessionale delle aste
- giochi tra bulloni e fori



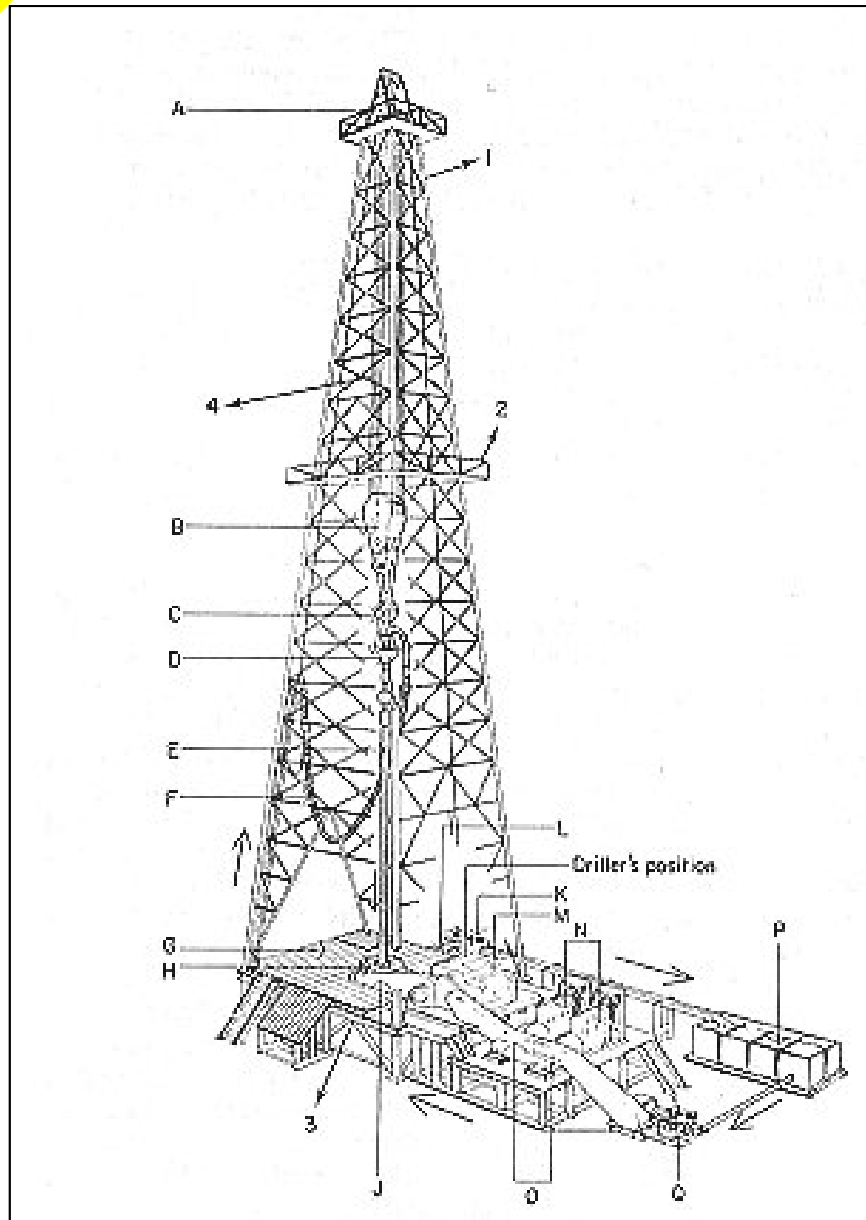
## ELEMENTO ASTA/5 - TRALICCIO



Nel fare il modello si escludono solitamente le aste che non hanno una funzione strutturale (rompitratta)



Modello di calcolo

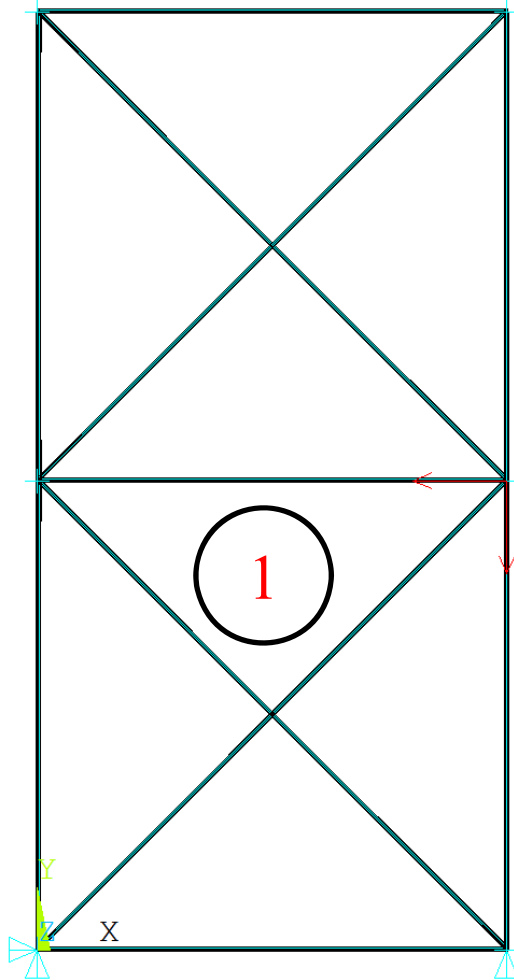


Sotto quali condizioni è lecito schematizzare la struttura come una travatura reticolare?  
 Dipende dal rapporto tra la rigidezza estensionale e quella flessionale delle singole travi, vale a dire :

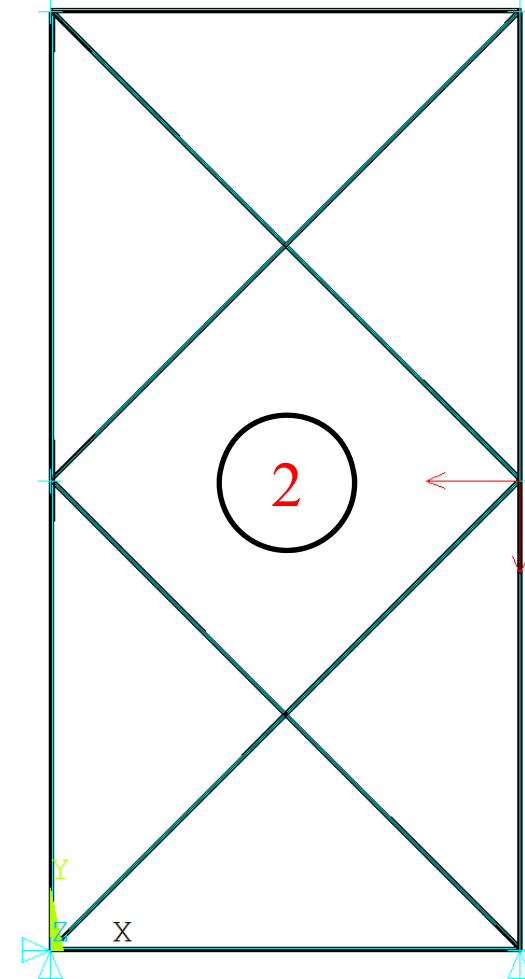
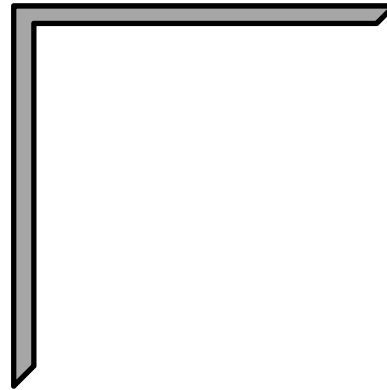
$$\frac{EA}{EJ} = \frac{A}{J} L^2 = \frac{L^2}{\rho^2} = \lambda^2$$

NEW

# Analisi parametrica, travature reticolari



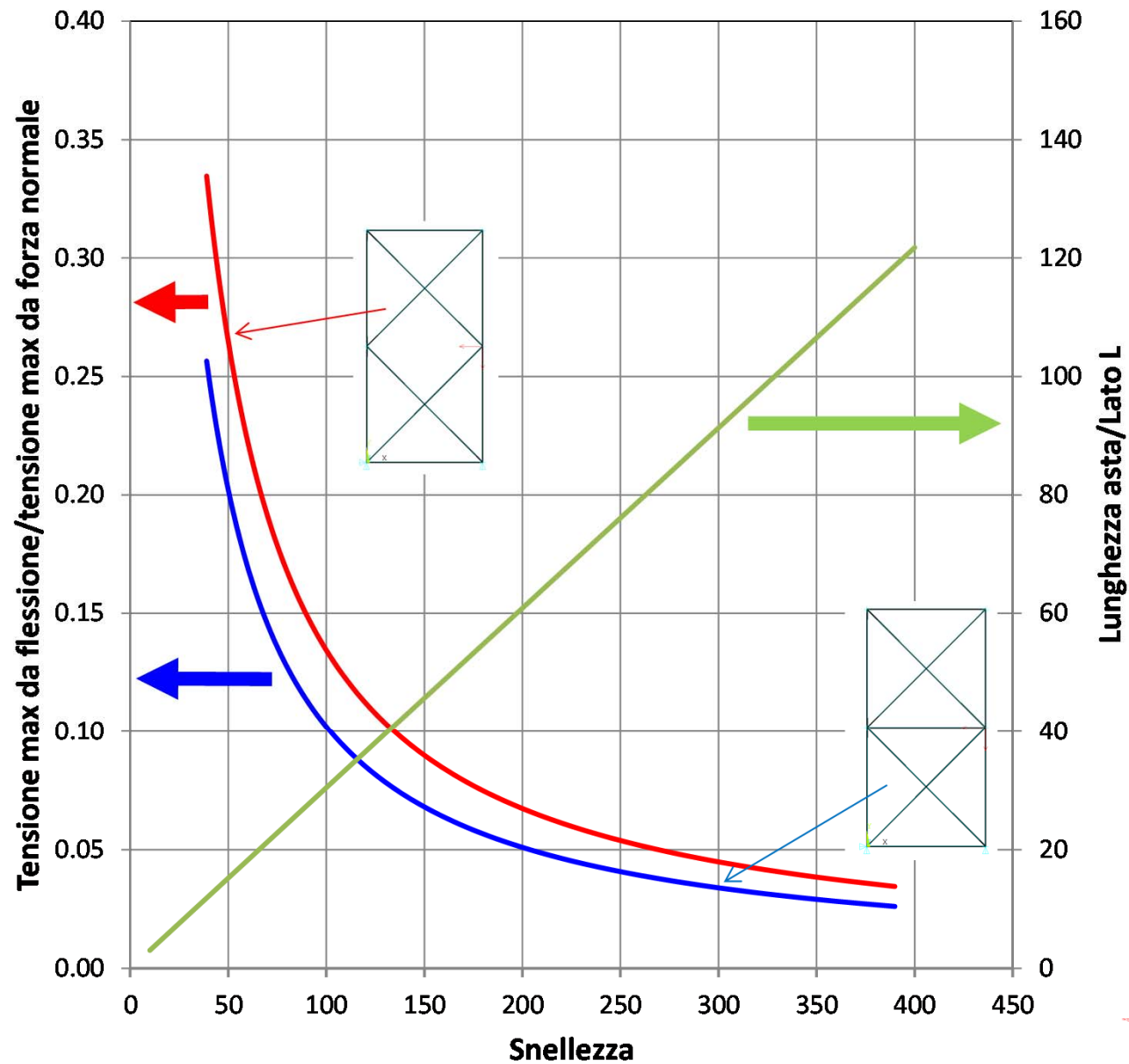
Profilo ad L a lati uguali  
 $S_p/Lato=0.1$



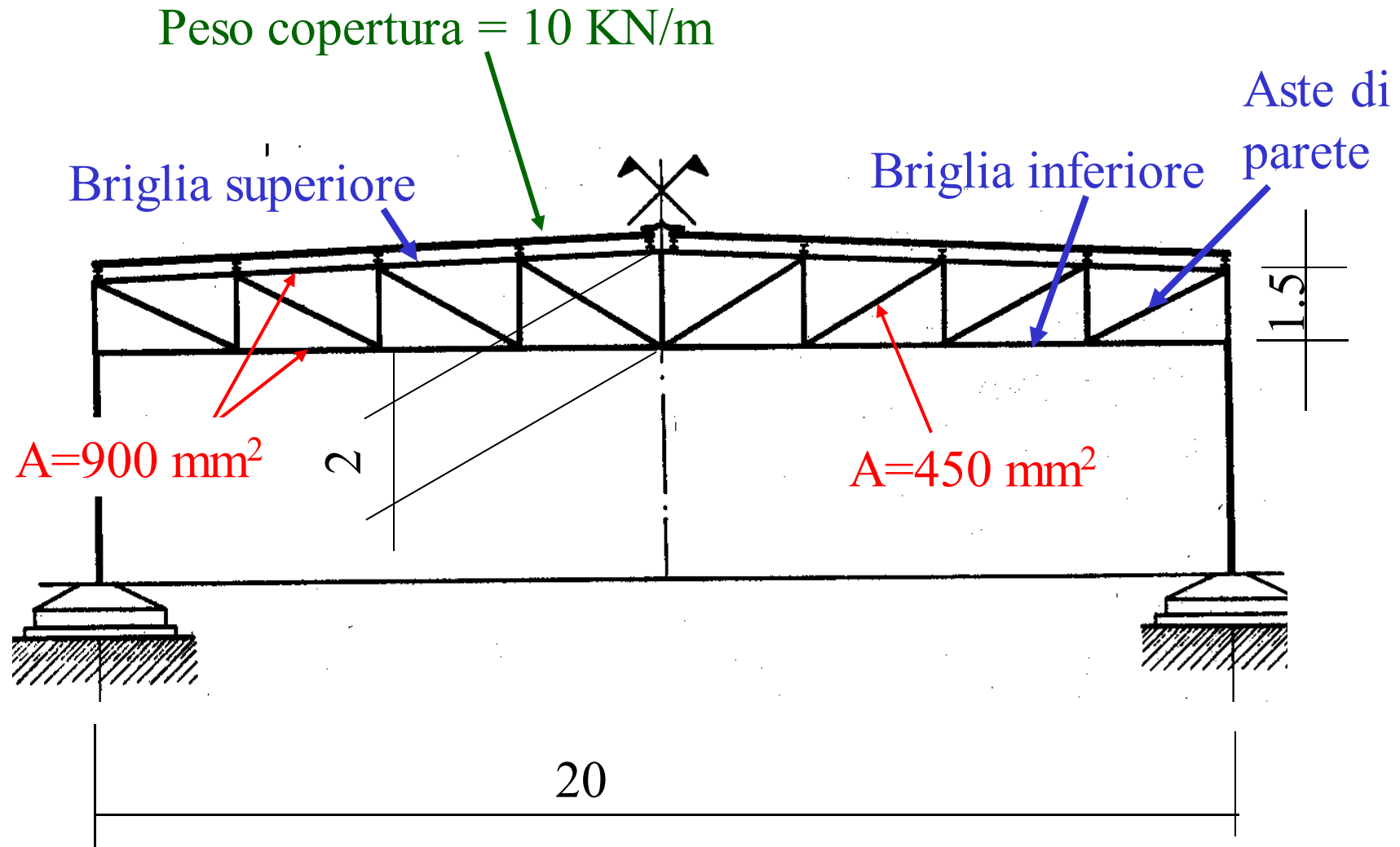
NEW



### Rapporto tra tensioni max da flessione e da forza normale al variare della snellezza

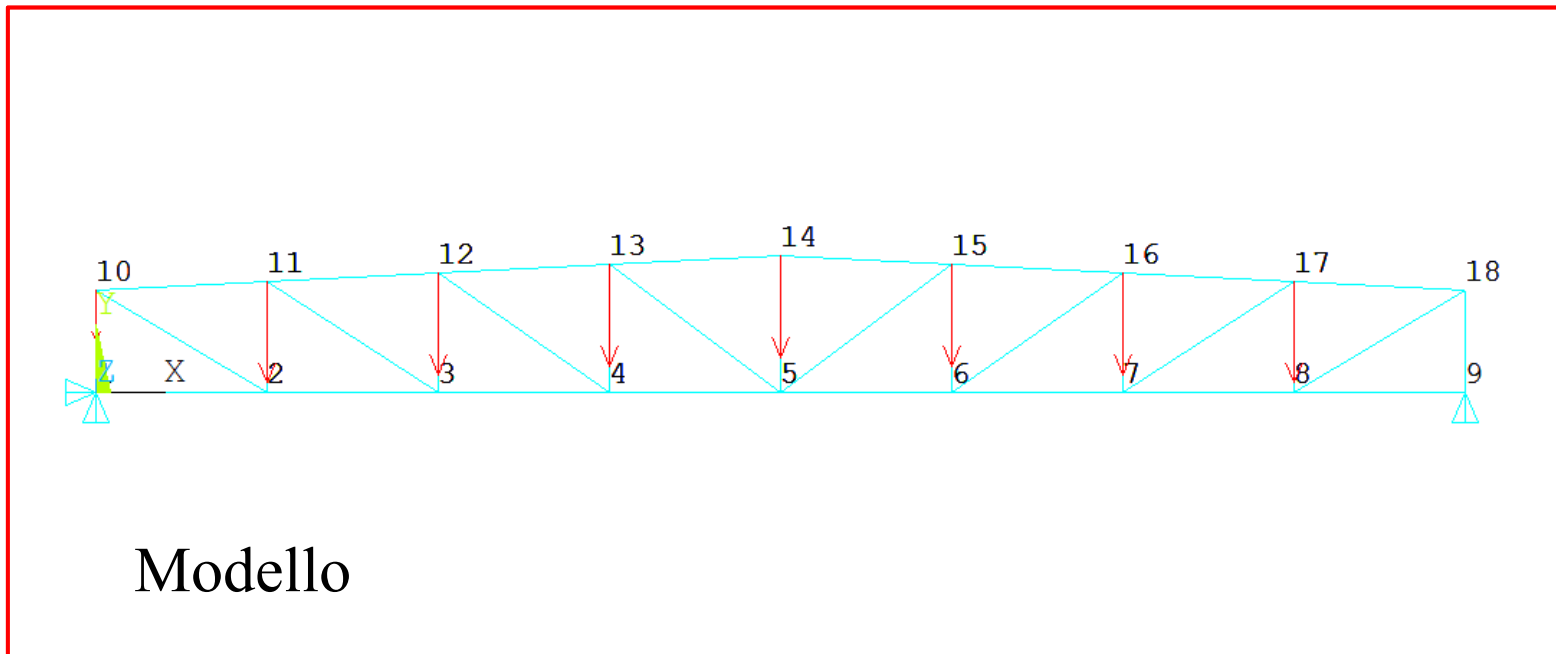


## ELEMENTO ASTA/6 – ALTRE STRUTTURE





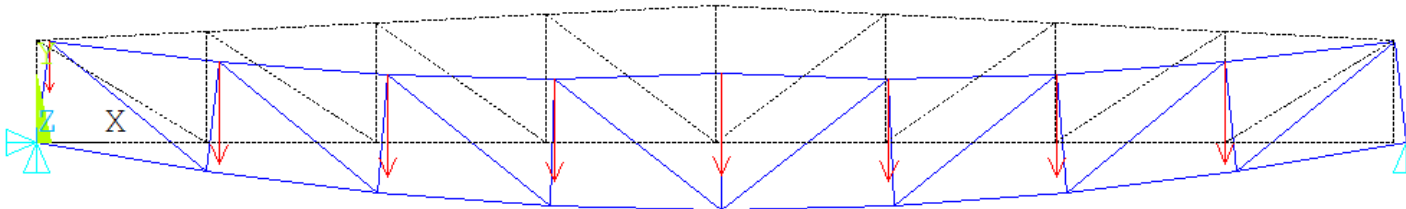
# ELEMENTO ASTA/7 – ALTRE STRUTTURE



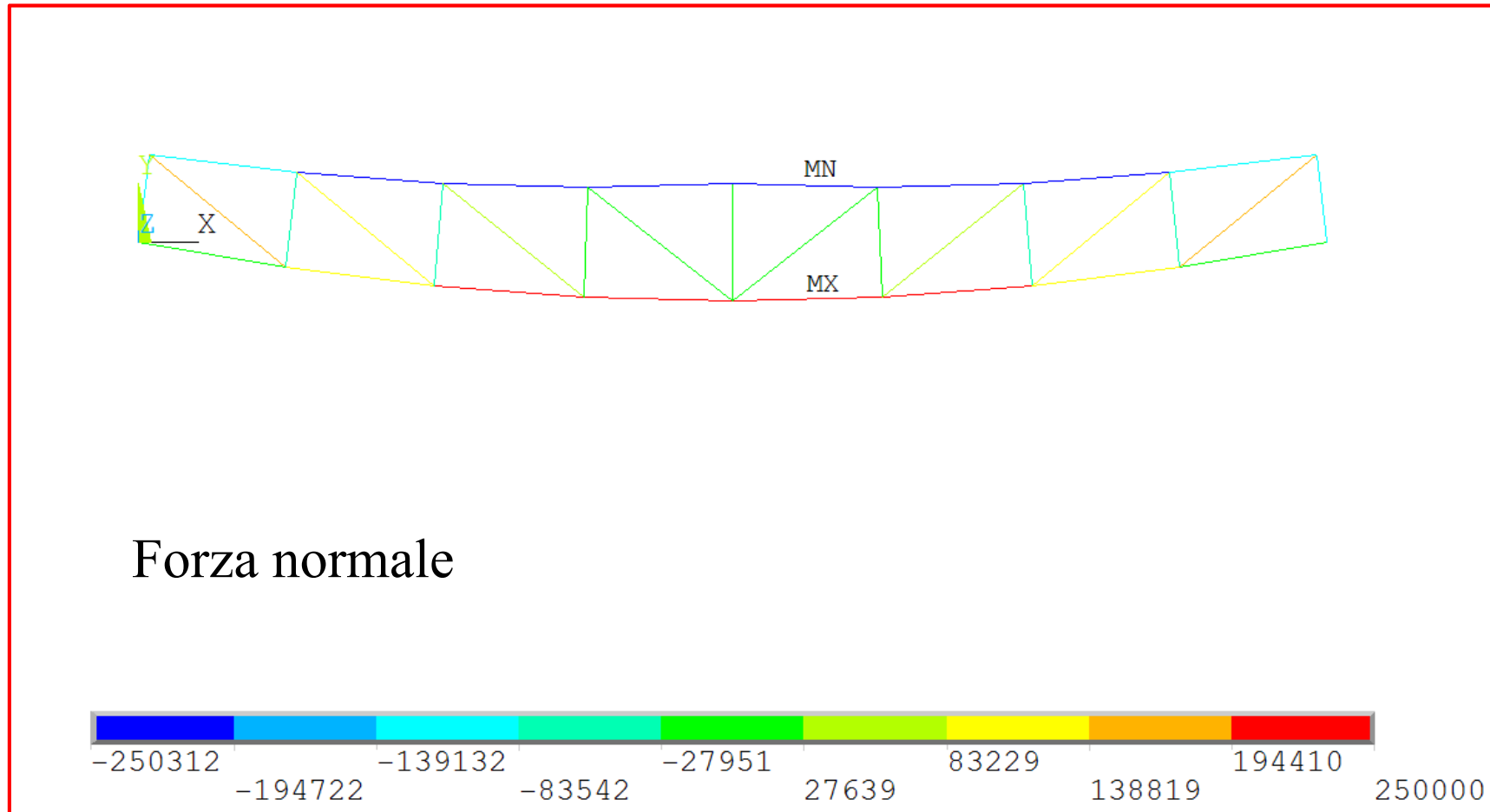
*File di comandi: capriata\_reticolare\_piana.txt*

## ELEMENTO ASTA/7 – ALTRE STRUTTURE

Deformata



## ELEMENTO ASTA/7 – ALTRE STRUTTURE





## ELEMENTO ASTA/8

### Dati di input per l'elemento asta 3D (180) di ANSYS

**Nodes**

I, J

**Degrees of Freedom**

UX, UY, UZ

**Real Constants**

AREA - Cross-sectional area

ADDMAS - Added mass (mass/length)

TENSKEY - Tension- or compression-only option:

0 -- Tension and compression (default)

1 -- Tension only

-1 -- Compression only

**Material Properties**

EX, (PRXY or NUXY), ALPX (or CTEX or THSX), DENS, GXY, ALPD, BETD

**Surface Loads**

None



# ELEMENTO ASTA/9

## Accesso ai risultati per l'elemento asta 3D – Comando ETABLE

Table 180.2 LINK180 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
Sxx	LS	-	1	2
EPELxx	LEPEL	-	1	2
EPTOxx	LEPTO	-	1	2
EPTHxx	LEPTH	-	1	2
EPPLxx	LEPPL	-	1	2
EPCRxx	LEPCR	-	1	2
FORCE	SMISC	1	-	-
AREA	SMISC	-	-	-
TEMP	LBFE	-	1	2

ETABLE,N,SMISC,1

! estrae la "forza normale" dal data base

ETABLE, Lab, Item, Comp

NEW



# ELEMENTO ASTA/10

## Accesso ai risultati per l'elemento asta 3D – Comando ETABLE

Table 180.2 LINK180 Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input			
	Item	E	I	J
Sxx	LS	-	1	2
EPeLxx	LEPEL	-	1	2
EPTOxx	LEPTO	-	1	2
EPTHxx	LEPTH	-	1	2
EPPLxx	LEPPL	-	1	2
EPCRxx	LEPCR	-	1	2
FORCE	SMISC	1	-	-
AREA	SMISC	2	-	-
TEMP	LBFE	-	1	2

ETABLE, SN, LS, 1

! estrae il dato "tensione assiale" dal data base

**ETABLE**, Lab, Item, Comp

NEW



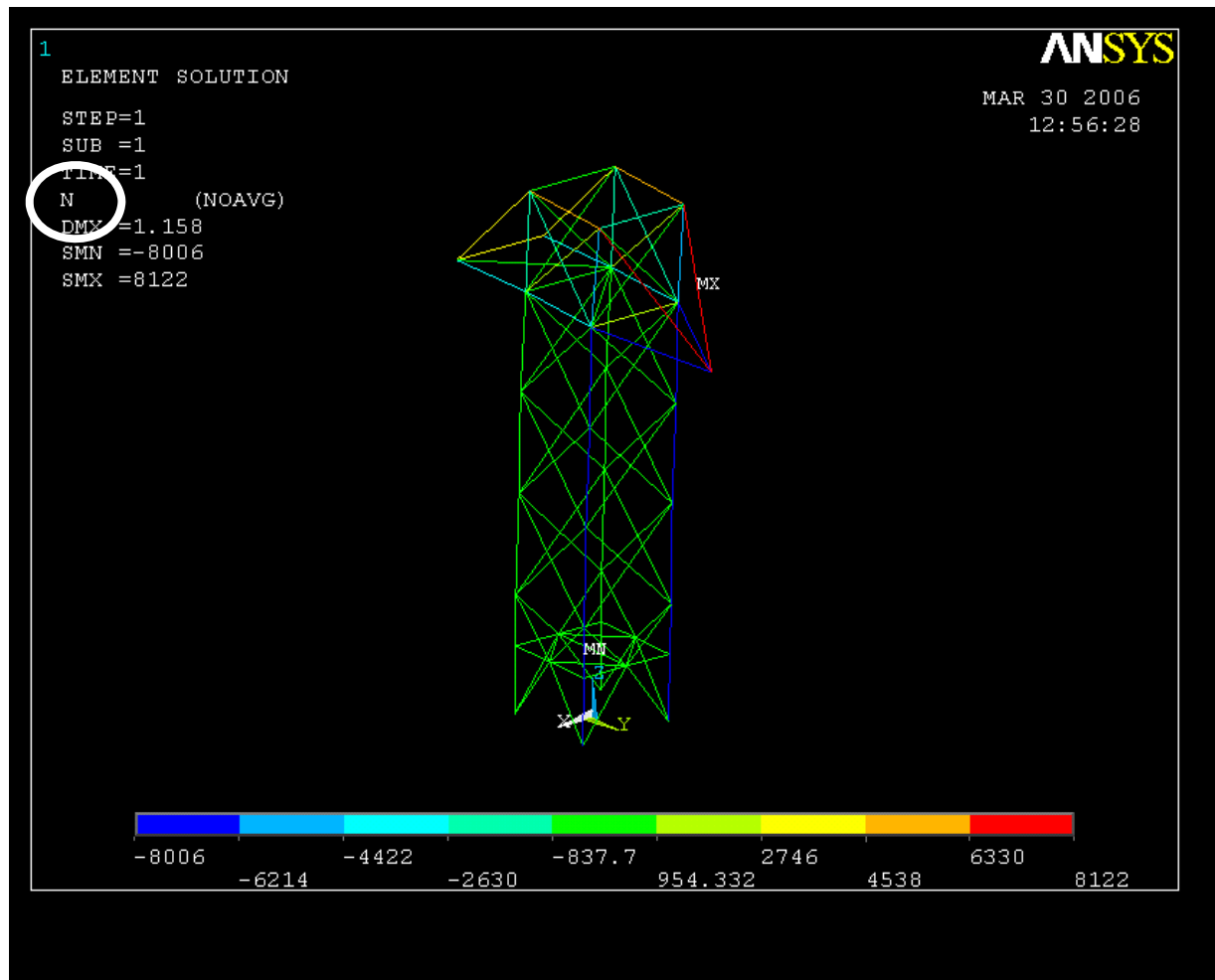
## ELEMENTO ASTA/11

### Rappresentazione grafica risultati – Comando PLETAB

**PLETAB**, *Itlab*, *Avglab*

**ETABLE,N,SMISC,1**

**PLETAB,N**



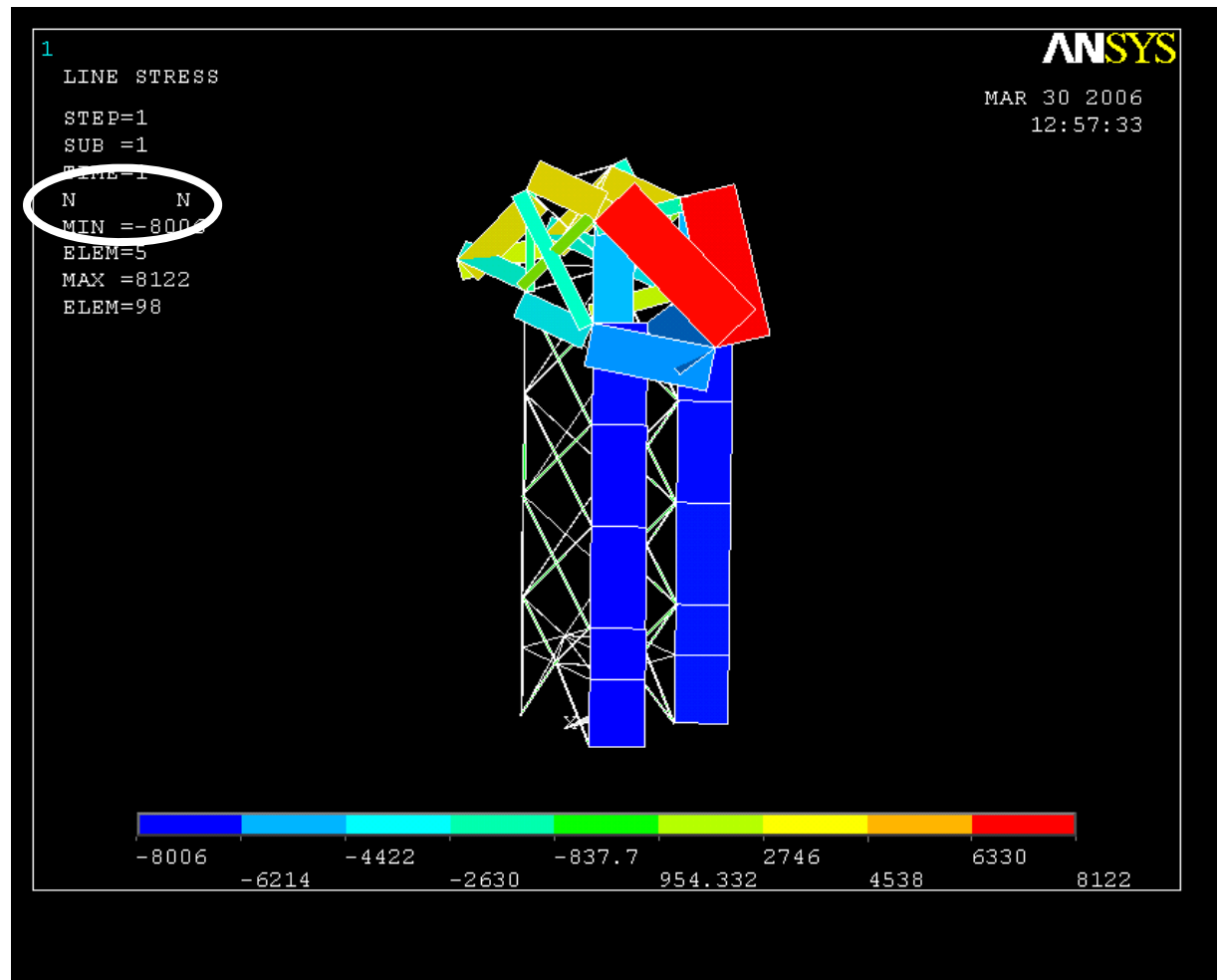
## ELEMENTO ASTA/12

Rappresentazione grafica risultati – Comando PLLS

`PLLS, LabI, LabJ, Fact, KUND`

`ETABLE, N, SMISC, 1`

`PLLS, N, N`





# ELEMENTO TRAVE/1

NEW

*Telai spaziali*

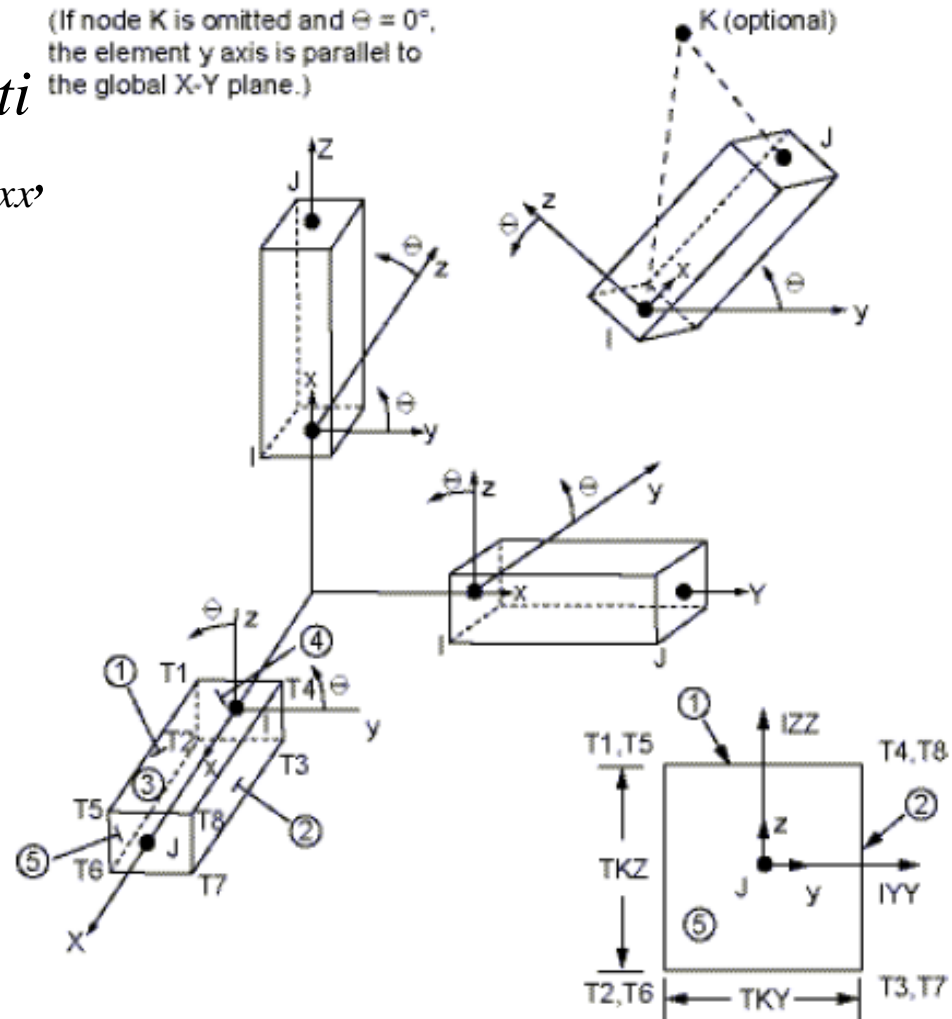
3D

- 2 (3) nodi
- 6 g.d.l /nodo
- carichi concentrati e distribuiti
- Car. geometriche:  $A$ ,  $J_{zz}$ ,  $J_{yy}$ ,  $J_{xx}$ , ... (Real Constants)

- Il SR di elemento è definito per convenzione o con il 3° nodo
- Gli assi “y” e “z” locali **devono** coincidere con gli assi principali di inerzia della sezione
- L'elemento BEAM4 è basato sulla teoria delle travi di Eulero-Bernoulli, che trascura le deformazioni da taglio

Figure 4.1 BEAM4 Geometry

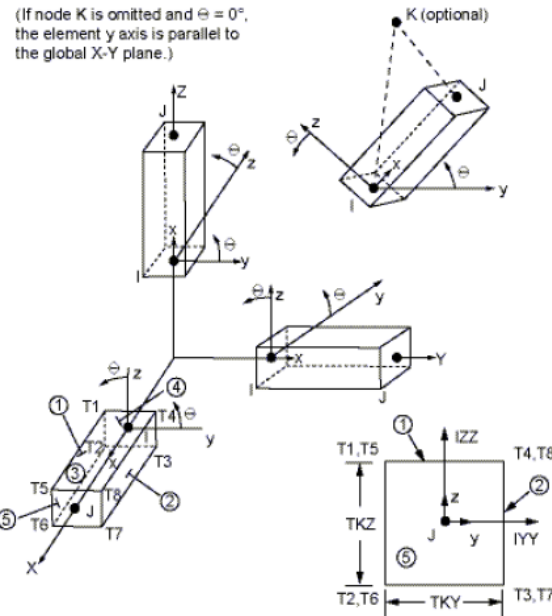
(If node K is omitted and  $\Theta = 0^\circ$ , the element y axis is parallel to the global X-Y plane.)



# ELEMENTO TRAVE/2

2D

Figure 4.1 BEAM4 Geometry



*Telai piani*

- 2 nodi
- 3 g.d.l /nodo
- carichi concentrati e distribuiti
- Car. geometriche:  $A, J_x, \dots$

L'elemento «beam» 2D non è più supportato.

Per condurre un'analisi piana, si usa l'elemento 3D e si vincolano i gdl fuori piano per tutti i nodi ( $u_z = \text{rotx} = \text{roty} = 0$ )

Il piano x,y deve contenere:

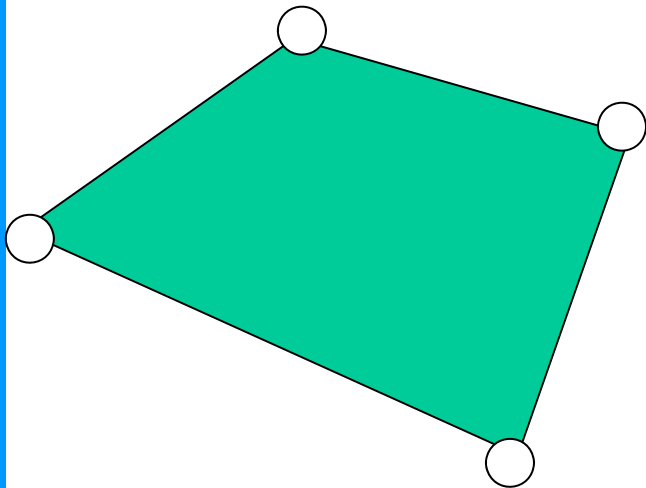
- fibre baricentriche travi
- rette di azione dei carichi
- uno degli assi principali di inerzia delle sezioni

NEW



## ELEMENTO TRAVE/3

Elementi piani: ogni nodo rappresenta un punto del continuo, tramite due g.d.l.

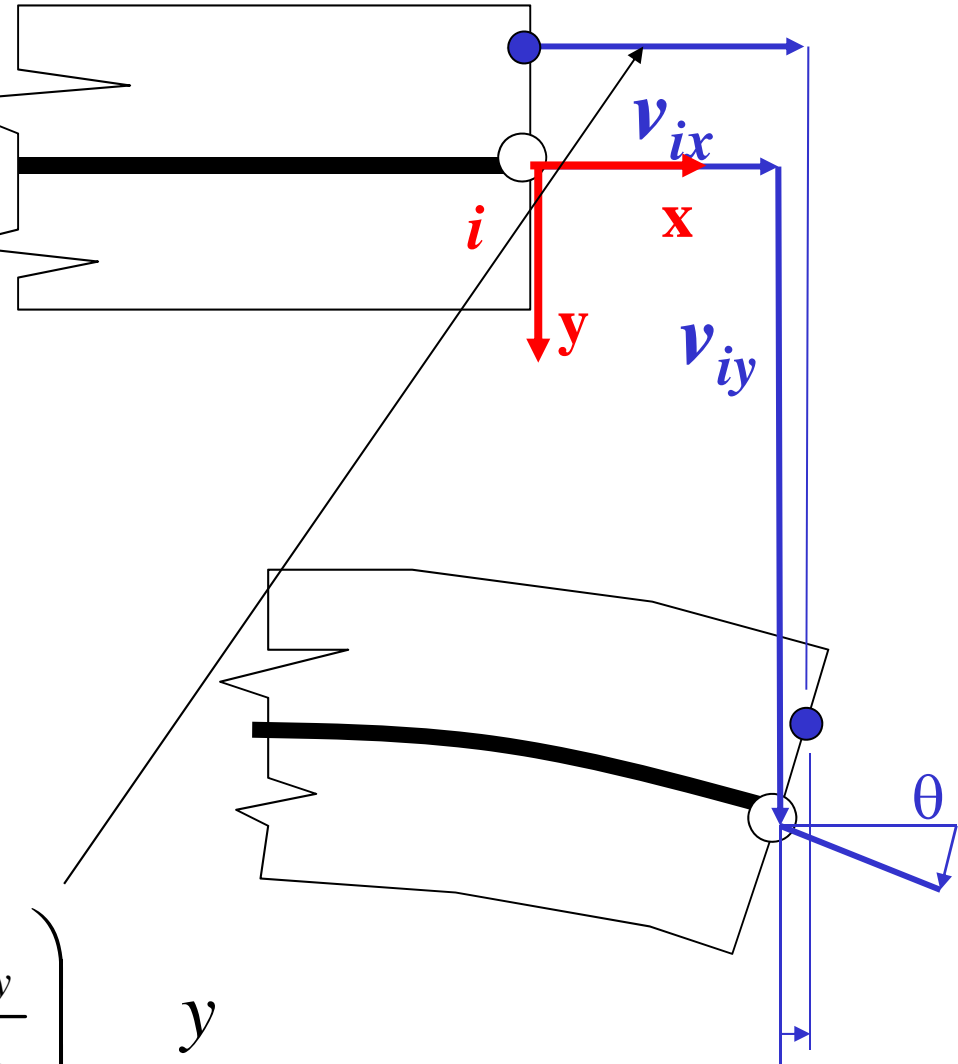


## ELEMENTO TRAVE/4

Trave: con il nodo si vuole rappresentare lo stato di spostamento dell'intera sezione

Ipotesi sezioni piane

3 g.d.l. per nodo



$$v_x(y) = v_{ix} + \theta y = v_{ix} - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

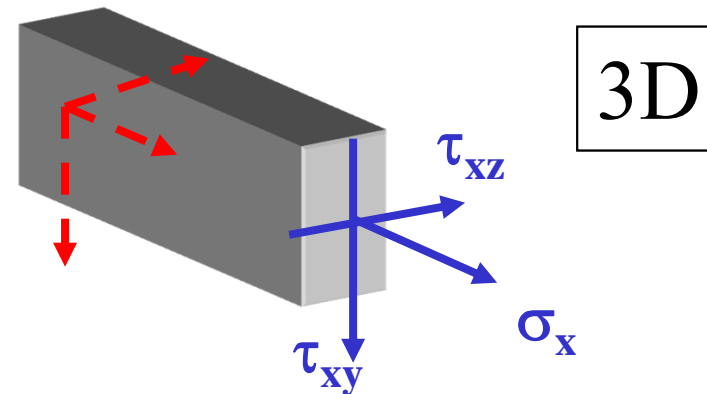
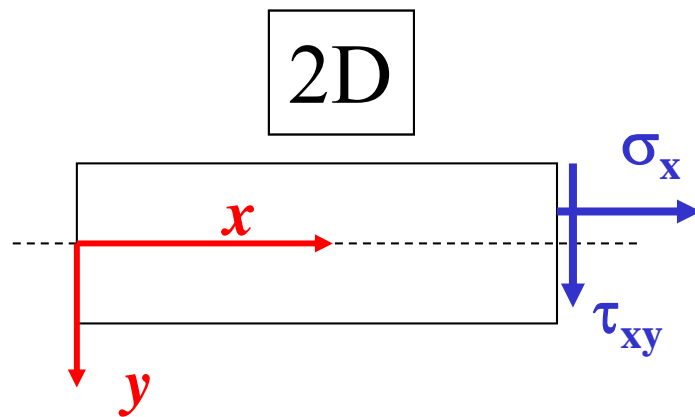
$$\theta y = - \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=x_i} y$$

NEW

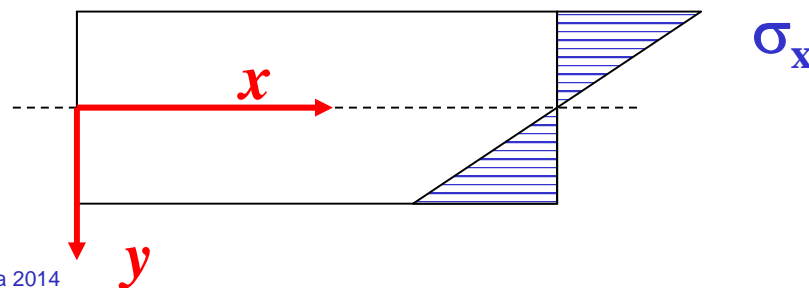
## ELEMENTO TRAVE/5

Stato di tensione/deformazione implicitamente conseguente alla scelta di elementi trave:

- le deformazioni dovute al taglio sono trascurate
- le uniche componenti di tensione non nulle sono:

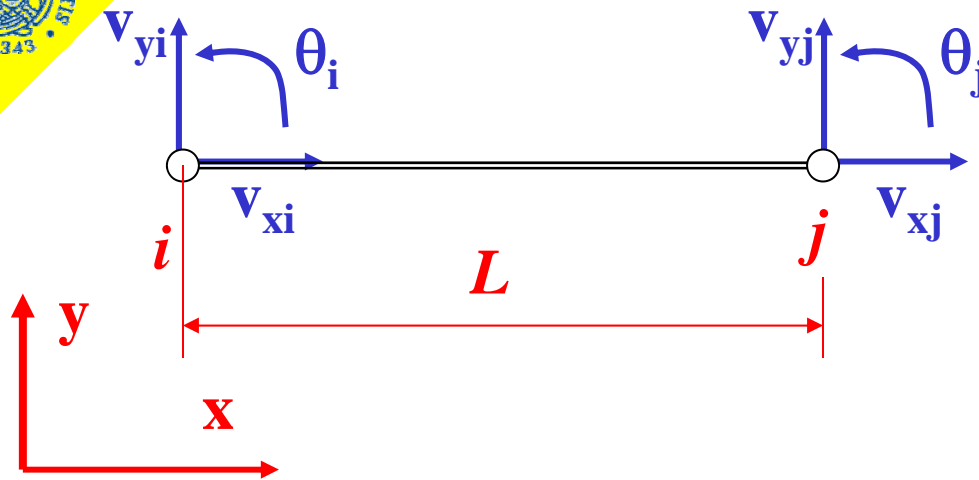


- le  $\sigma_x$  hanno un andamento lineare nella sezione (formula di Navier)





# ELEMENTO TRAVE/6



$$\{v(x)\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \{U^e\} = \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

Piccoli spostamenti/deformazioni

$$\{v(x)\} = [N(x)]\{U^e\}$$

3x1      3x6      6x1

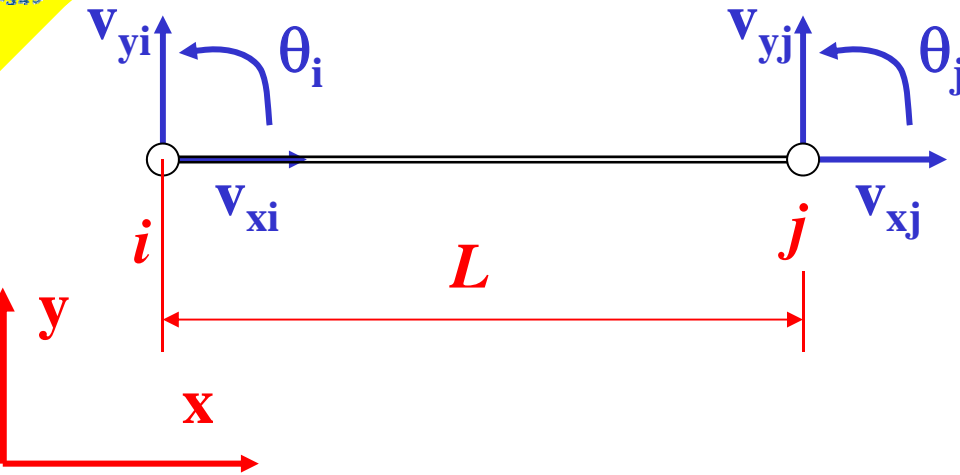
$$v_x(x) = f(v_{ix}, v_{jx})$$

2 condizioni per  $v_x(x)$

$$N_{12} = N_{13} = N_{15} = N_{16} = 0$$

F.ni di forma lineari in "x"

$$v_x(x) = \left(1 - \frac{x}{L}\right) v_{ix} + \frac{x}{L} v_{jx} = N_{11} v_{ix} + N_{14} v_{jx}$$



4 condizioni per  $v_y(x)$

$v_y(x)$  di 3° grado in "x"

$$v_y(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$$

$$\theta = B + 2Cx + 3Dx^2$$

## ELEMENTO TRAVE/7

$$\{v(x)\} = \begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} \quad \{U^e\} = \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

$$\theta = \frac{d v_y}{dx}$$

$$\begin{cases} v_y(0) = v_{iy} & \theta(0) = \theta_i \\ v_y(L) = v_{jy} & \theta(L) = \theta_j \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 v_y = & v_{iy} \left( 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L\left(\frac{x}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \\
 & + v_{jy} \left( 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) + \theta_j \left( -L\left(\frac{x}{L}\right)^2 + L\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) \\
 \theta = & v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6\left(\frac{x}{L}\right) + 6\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4\left(\frac{x}{L}\right) + 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \\
 & + v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6\left(\frac{x}{L}\right) - 6\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) + \theta_j \left( -2\left(\frac{x}{L}\right) + 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ELEM. TRAVE/8



$$\begin{aligned}
 v_y &= v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \\
 &+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) \\
 \theta &= v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \\
 &+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ELEM. TRAVE/9

$$v_y = v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) +$$

$$+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$\theta = v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) +$$

$$+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ELEM. TRAVE/10

$$v_y = v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) +$$

$$+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) - \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$\theta = v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) +$$

$$+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

$$v_y = v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) +$$

$$+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$\theta = v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) +$$

$$+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ELEM. TRAVE/12

$$v_y = v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) +$$

$$+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$\theta = v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) +$$

$$+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ELEM. TRAVE/13

$$v_y = v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) +$$

$$+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$\theta = v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) +$$

$$+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

ELEM. TRAVE/14

$$v_y = v_{iy} \left( 1 - 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_i \left( x - 2L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) +$$

$$+ v_{jy} \left( 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right) + \theta_j \left( -L \left( \frac{x}{L} \right)^2 + L \left( \frac{x}{L} \right)^3 \right)$$

$$\theta = v_{iy} \frac{1}{L} \left( -6 \left( \frac{x}{L} \right) + 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_i \left( 1 - 4 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) +$$

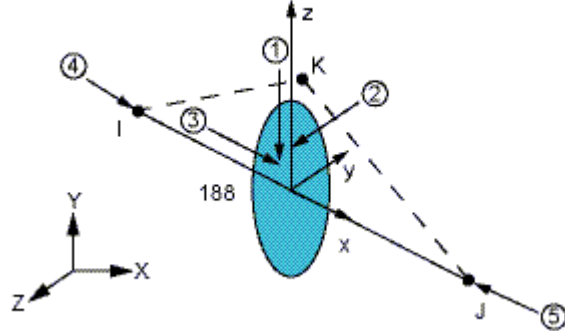
$$+ v_{jy} \frac{1}{L} \left( 6 \left( \frac{x}{L} \right) - 6 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right) + \theta_j \left( -2 \left( \frac{x}{L} \right) + 3 \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right)$$

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & N_{14} & 0 & 0 \\ 0 & N_{22} & N_{23} & 0 & N_{25} & N_{26} \\ 0 & N_{32} & N_{33} & 0 & N_{35} & N_{36} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_{ix} \\ v_{iy} \\ \theta_i \\ v_{jx} \\ v_{jy} \\ \theta_j \end{Bmatrix}$$

## ELEMENTO TRAVE/16

3D

Figure 188.1 BEAM188 Geometry



- L'elemento BEAM188 è basato sulla teoria delle travi di **Timoshenko**, che include una valutazione approssimata della deformabilità a taglio (deformazioni costanti sulla sezione)
- Input ed impiego simili al BEAM4, rispetto a cui garantisce una maggiore accuratezza, in particolare per travi non troppo snelle

### Telai spaziali

- *Car. geometriche:  $A, J_{zz}, J_{yy}, J_{xx}, \dots$  (Comando SECTYPE)*
- *Il momento varia lungo l'asse  $x$  locale in base alla KO3:*
  - $KOP3=0$  *Funzione di forma lineare*
  - $KOP3=2$  *Funzione di forma quadratica*
  - $KOP3=3$  *Funzione di forma cubica*

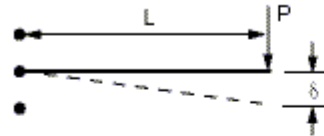
NEW



## ELEMENTO TRAVE/17

Confronto tra elementi trave basati sulle teorie di Timoshenko e di Eulero-Bernoulli: spostamento di trave a mensola

Figure 188.2 Transverse-Shear Deformation Estimation



Slenderness Ratio ( $GAL^2/(EI)$ )	$\delta$ Timoshenko / $\delta$ Euler-Bernoulli
25	1.120
50	1.060
100	1.030
1000	1.003

Il valore della deformabilità a taglio dell'element 188 può essere controllata tramite il comando:

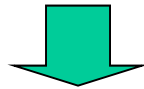
SECCONTROLS

NEW

## ELEMENTO TRAVE/18

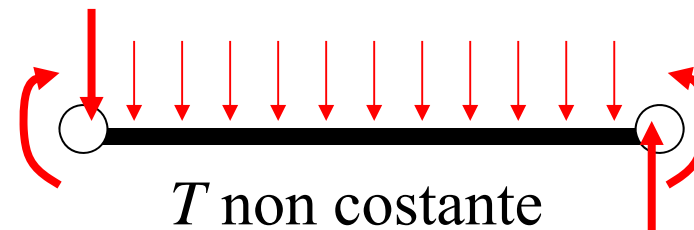
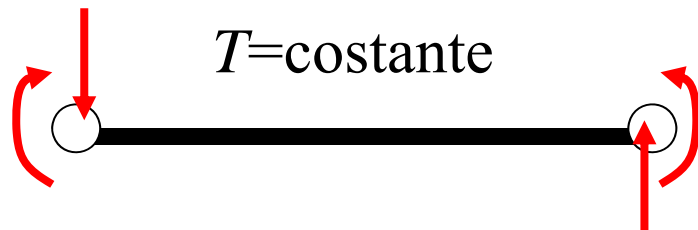
Oss.ne: la f.ne utilizzata per rappresentare la deformata della trave è una cubica.

$$v_y(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3$$



$$T_y = \frac{d^3 v_y(x)}{dx^3} = \text{costante}$$

Le f.ni di forma rappresentano correttamente punto per punto la deformata del tratto di trave solo nel caso di taglio costante. Negli altri casi la rappresentazione di spostamenti, deformazioni e tensioni nei punti interni è approssimata, con errore che decresce al diminuire delle dimensioni dell'elemento



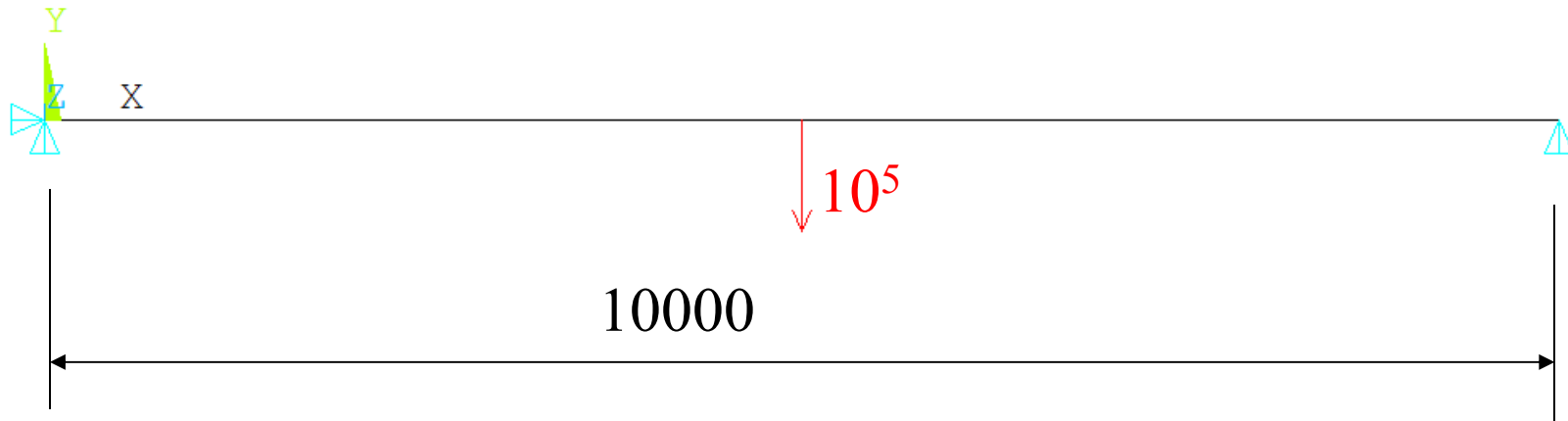
## ELEMENTO TRAVE/19

### Esempio di taglio costante: trave appoggiata con carico concentrato

$$A=10^4$$

$$J=10^8$$

$$M_{\max} = 2.5 \cdot 10^8$$

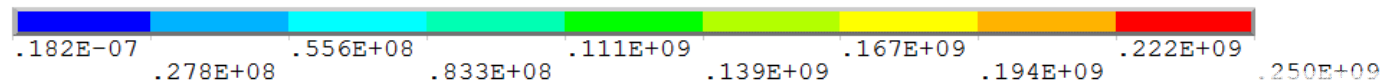
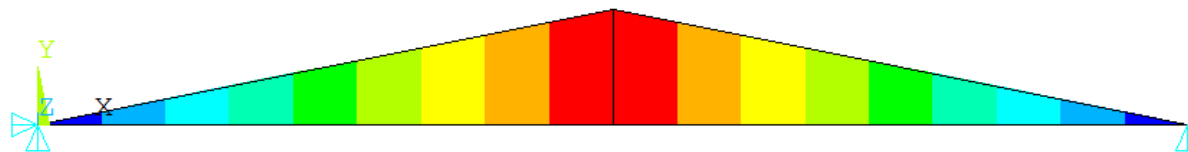


NEW

## ELEMENTO TRAVE/20

Esempio di taglio costante: trave appoggiata con carico concentrato

BEAM4, 2 ELEMENTI - ERRORE = 0 %



BEAM4 - 2 ELEM

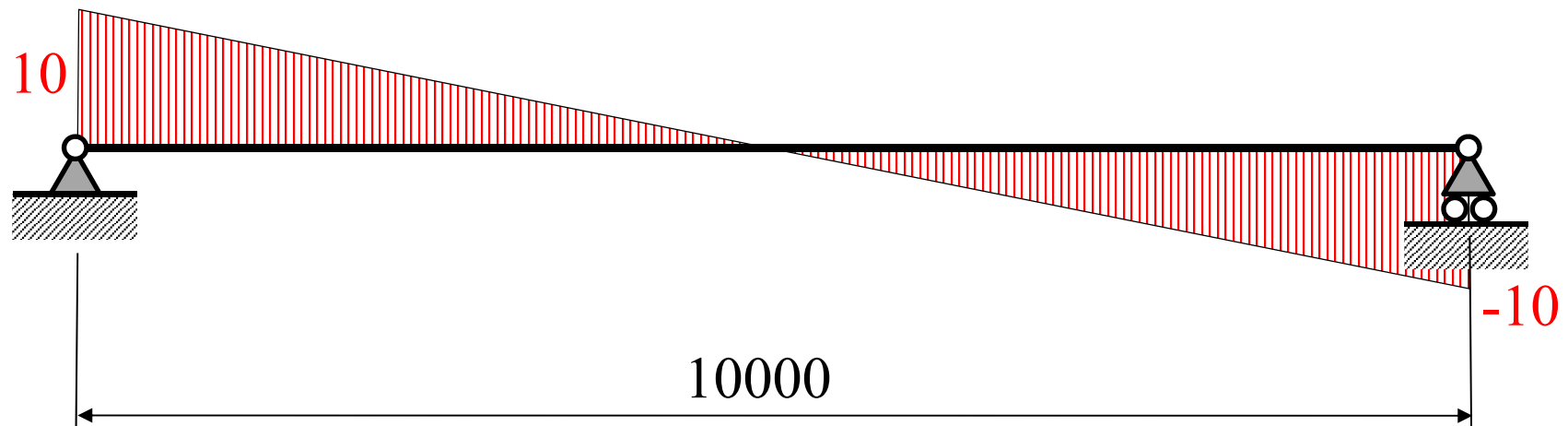
NEW

## ELEMENTO TRAVE/21

Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con  
carico distribuito variabile linearmente

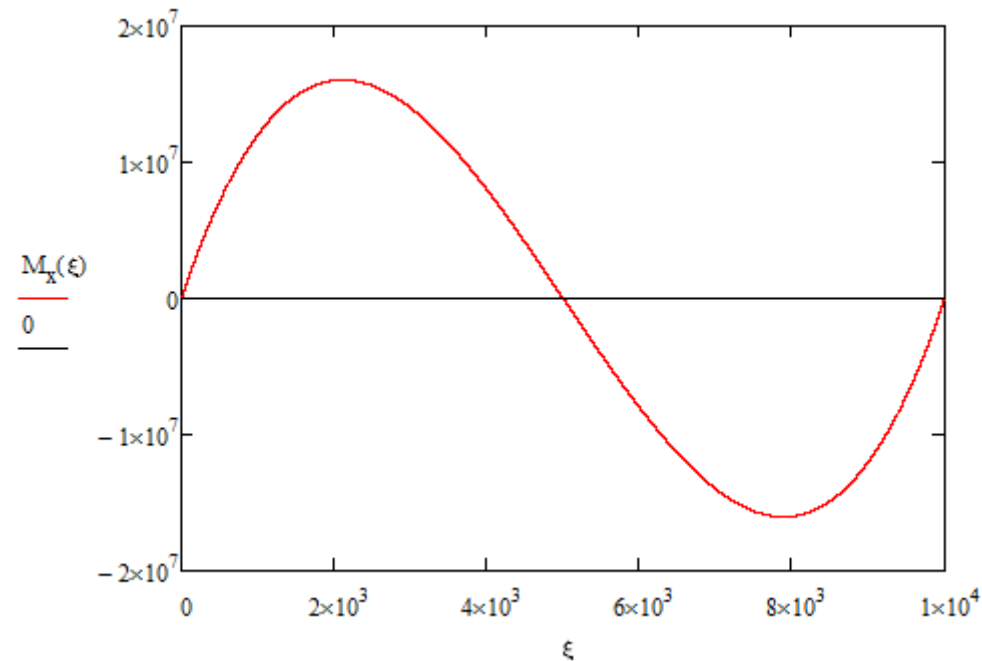
$$A=10^4$$

$$J=10^8$$



## ELEMENTO TRAVE/22

**Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente**



$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

$$z_{\max} = 2113$$

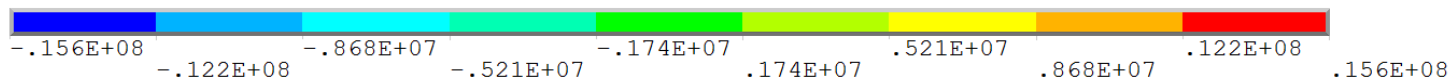
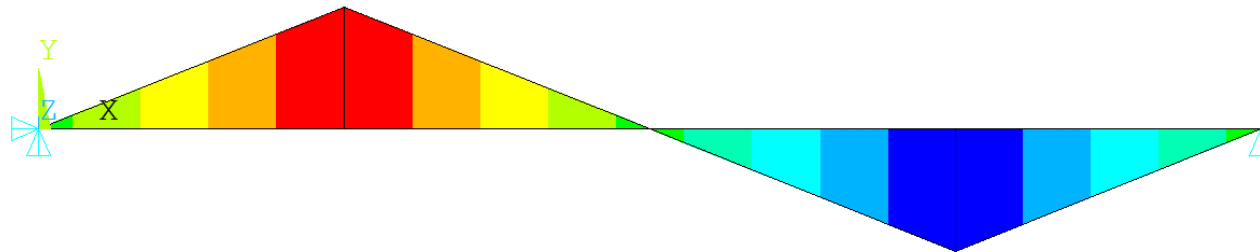
NEW



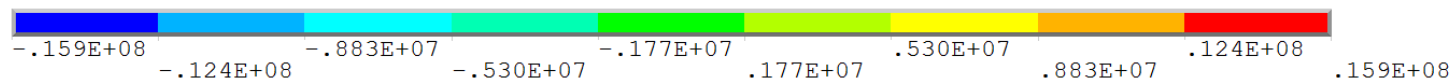
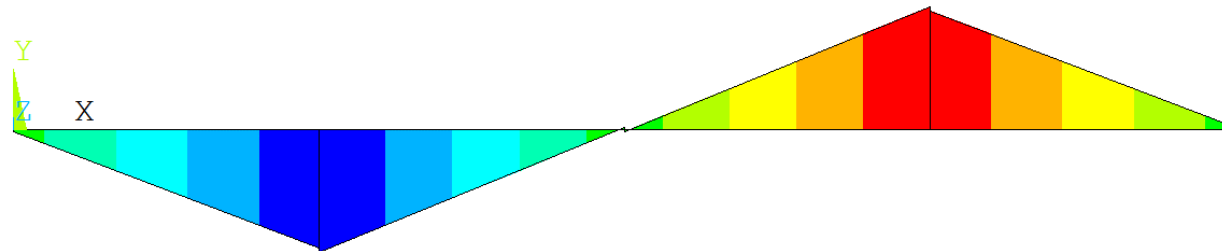
# ELEMENTO TRAVE/23

## Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente

NEW



BEAM4 - 4 ELEMENTI



BEAM188 - 4 ELEMENTI - KEYOPT3 = 3

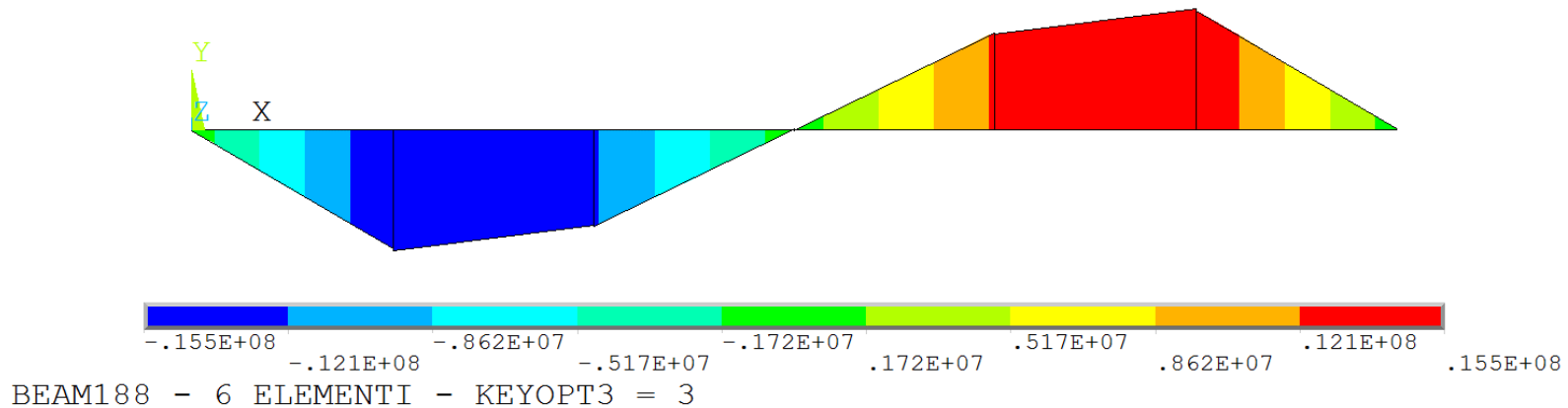
$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

$$z_{\max} = 2113$$



## ELEMENTO TRAVE/24

### Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente



$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

$$z_{\max} = 2113$$

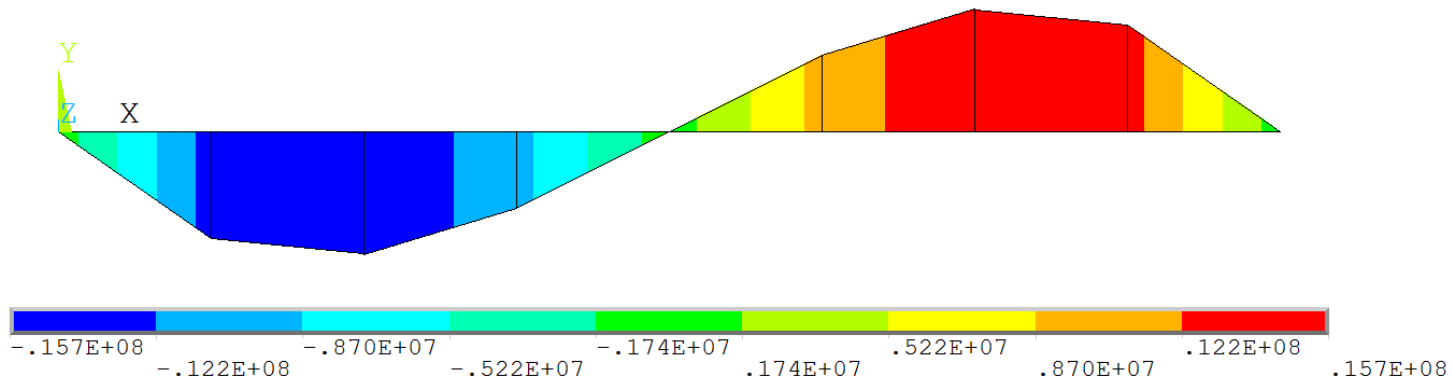
NEW





## ELEMENTO TRAVE/25

### Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente



$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

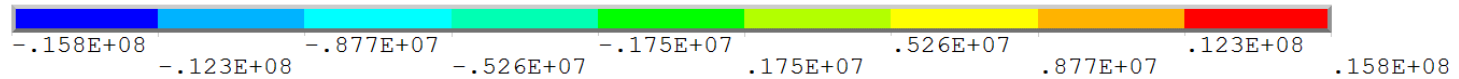
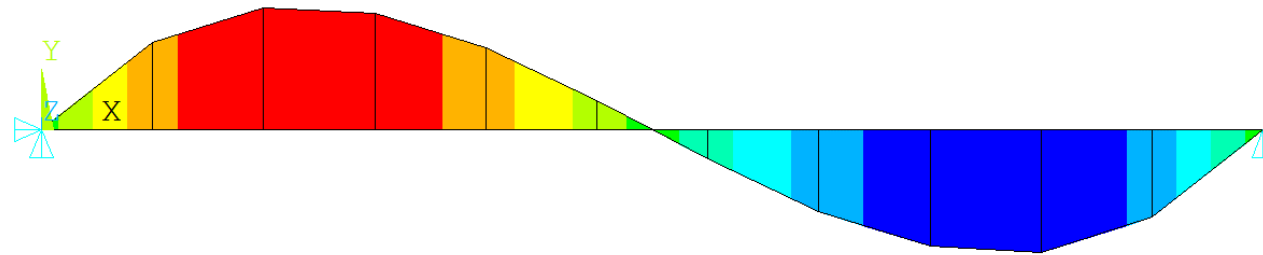
$$z_{\max} = 2113$$

NEW



## ELEMENTO TRAVE/26

### Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente



BEAM4 - 11 ELEMENTI

$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

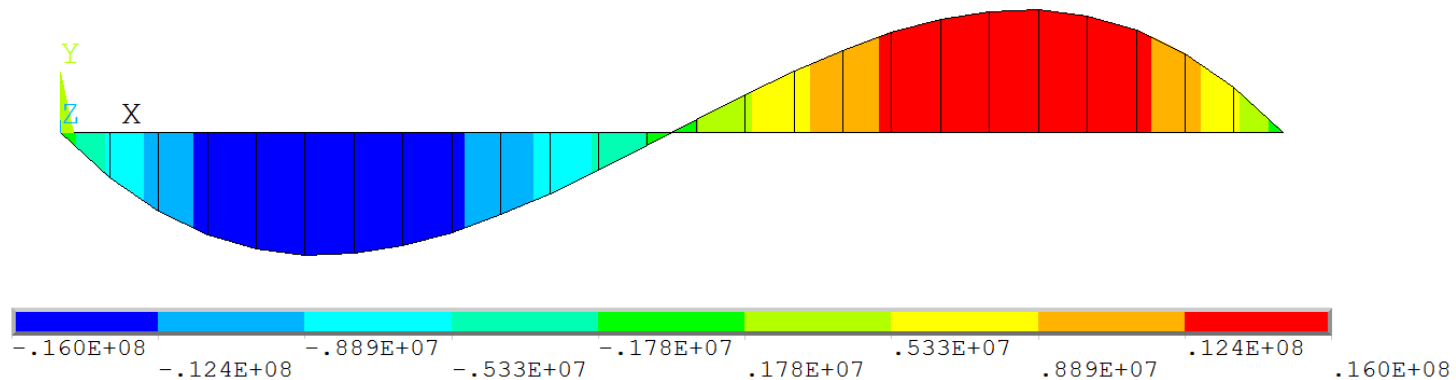
$$z_{\max} = 2113$$

NEW



## ELEMENTO TRAVE/27

### Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente



$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

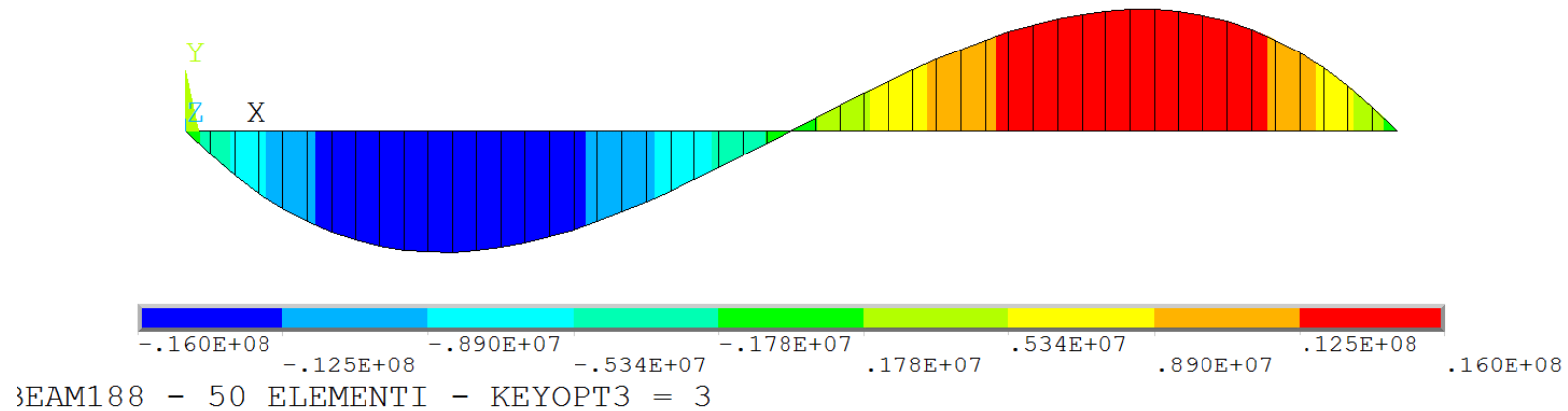
$$z_{\max} = 2113$$

NEW



## ELEMENTO TRAVE/28

### Esempio di taglio variabile : trave appoggiata con carico distribuito variabile linearmente



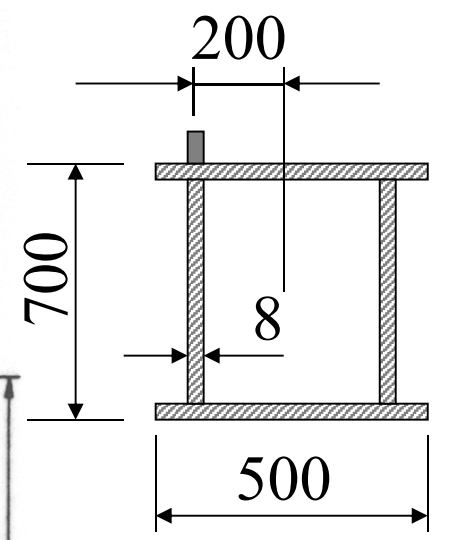
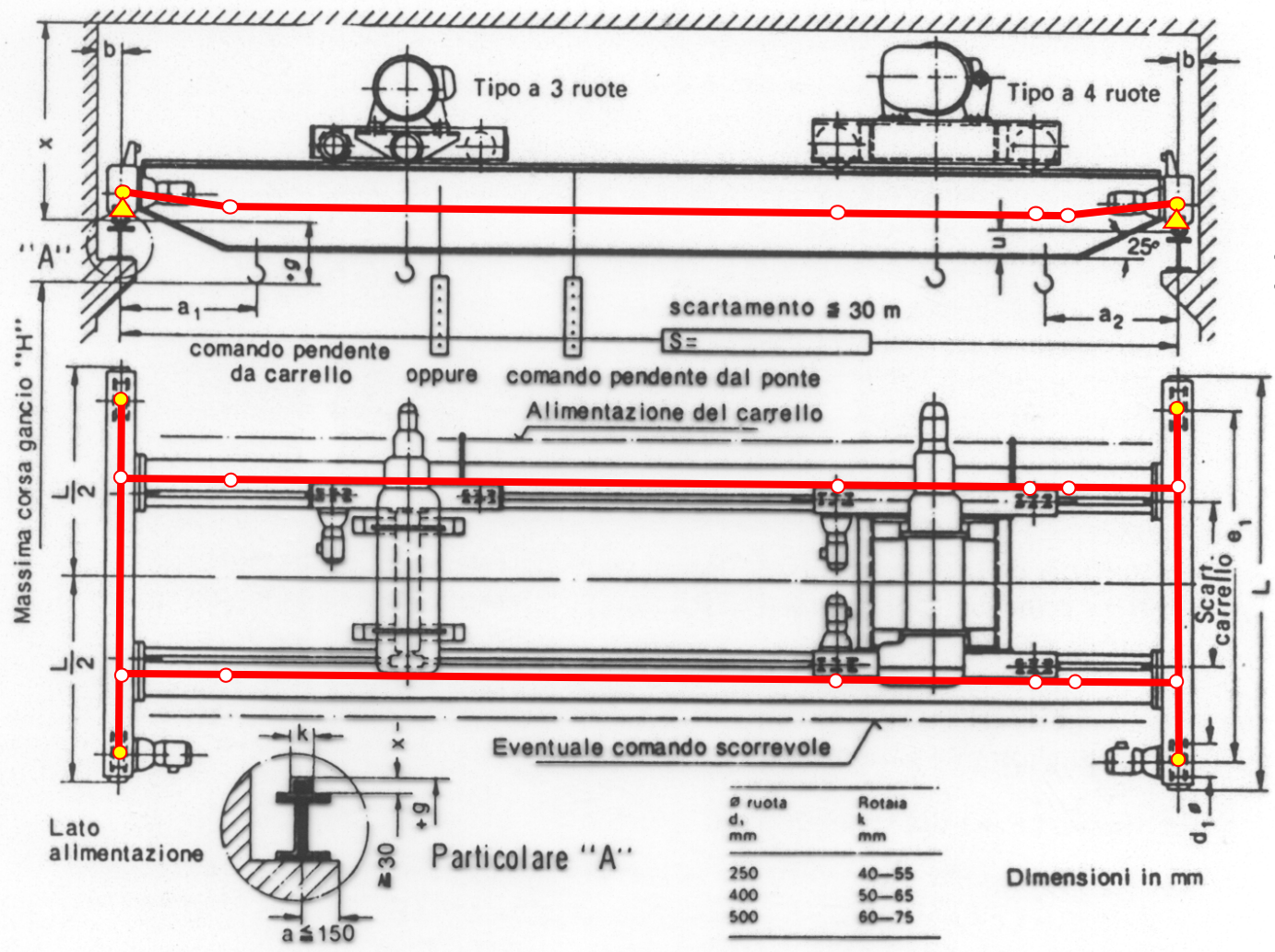
$$M_{\max} = 1.604 \cdot 10^7$$

$$z_{\max} = 2113$$

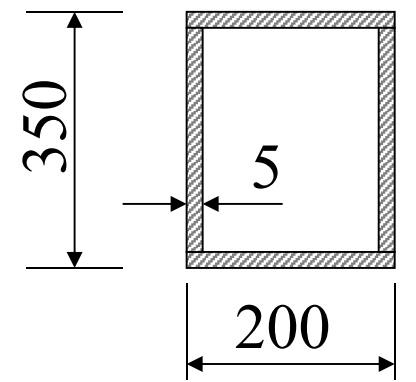
NEW

# ELEMENTO TRAVE/29 – GRU A PONTE

3D



Trave principale



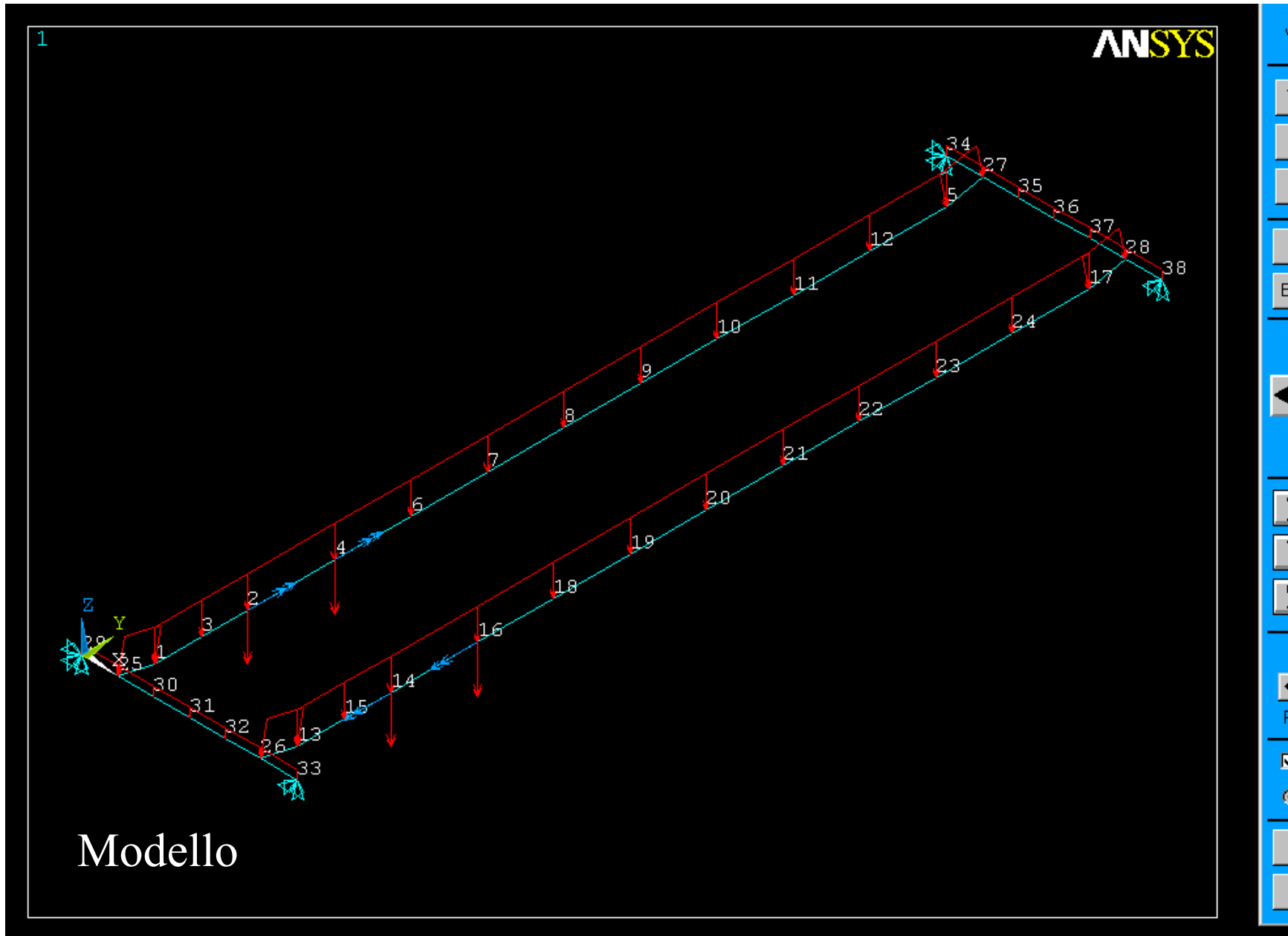
Testata

Interasse ruote testata ( $e_1$ ) = 5 m  
 Scartamento (S) = 20 m  
 Scartamento carrello = 2.5 m

# ELEMENTO TRAVE/30 – GRU A PONTE

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi : GRU\_A\_PONTE.txt

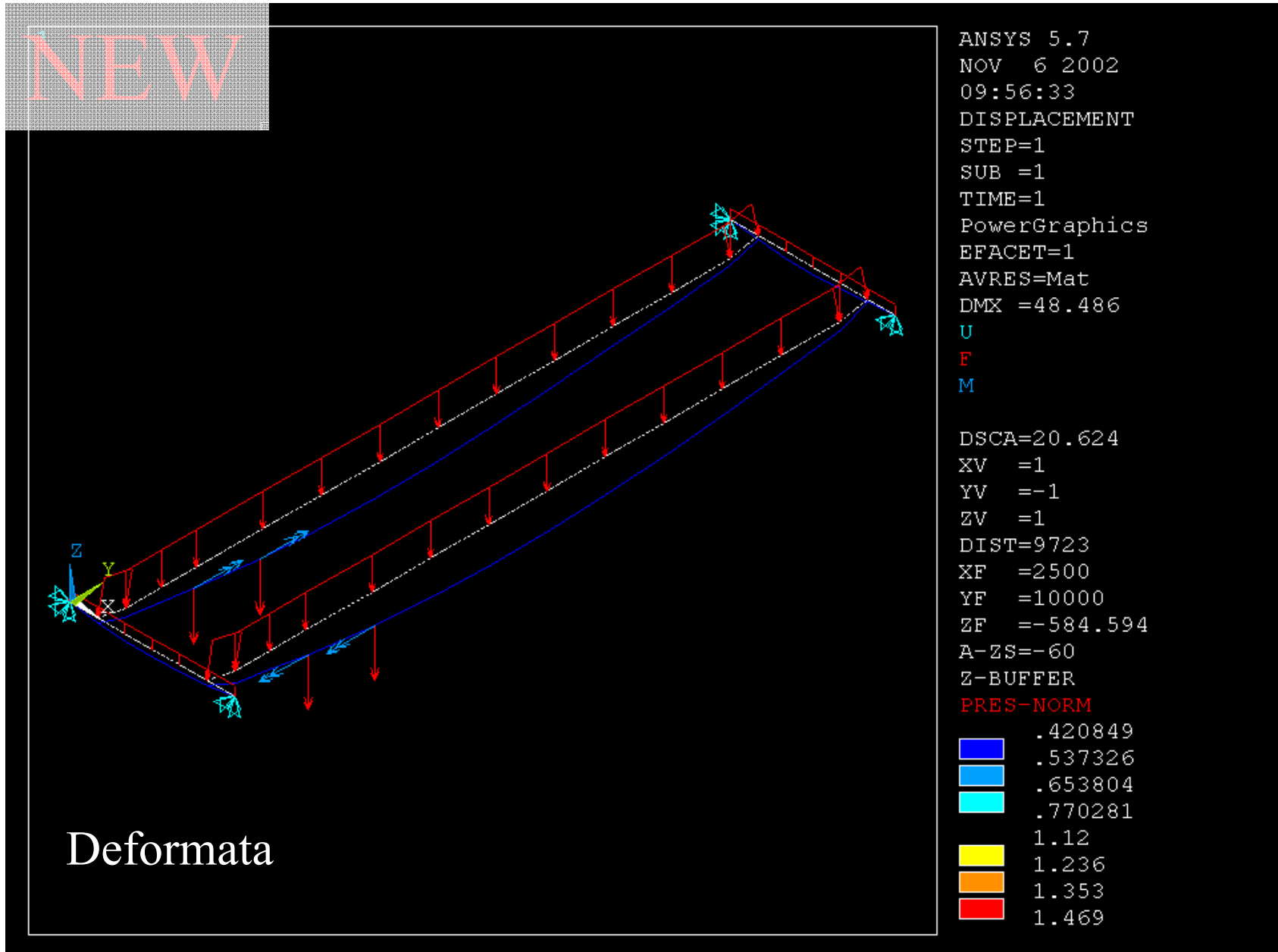




# ELEMENTO TRAVE/31 – GRU A PONTE

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi : GRU\_A\_PONTE.txt

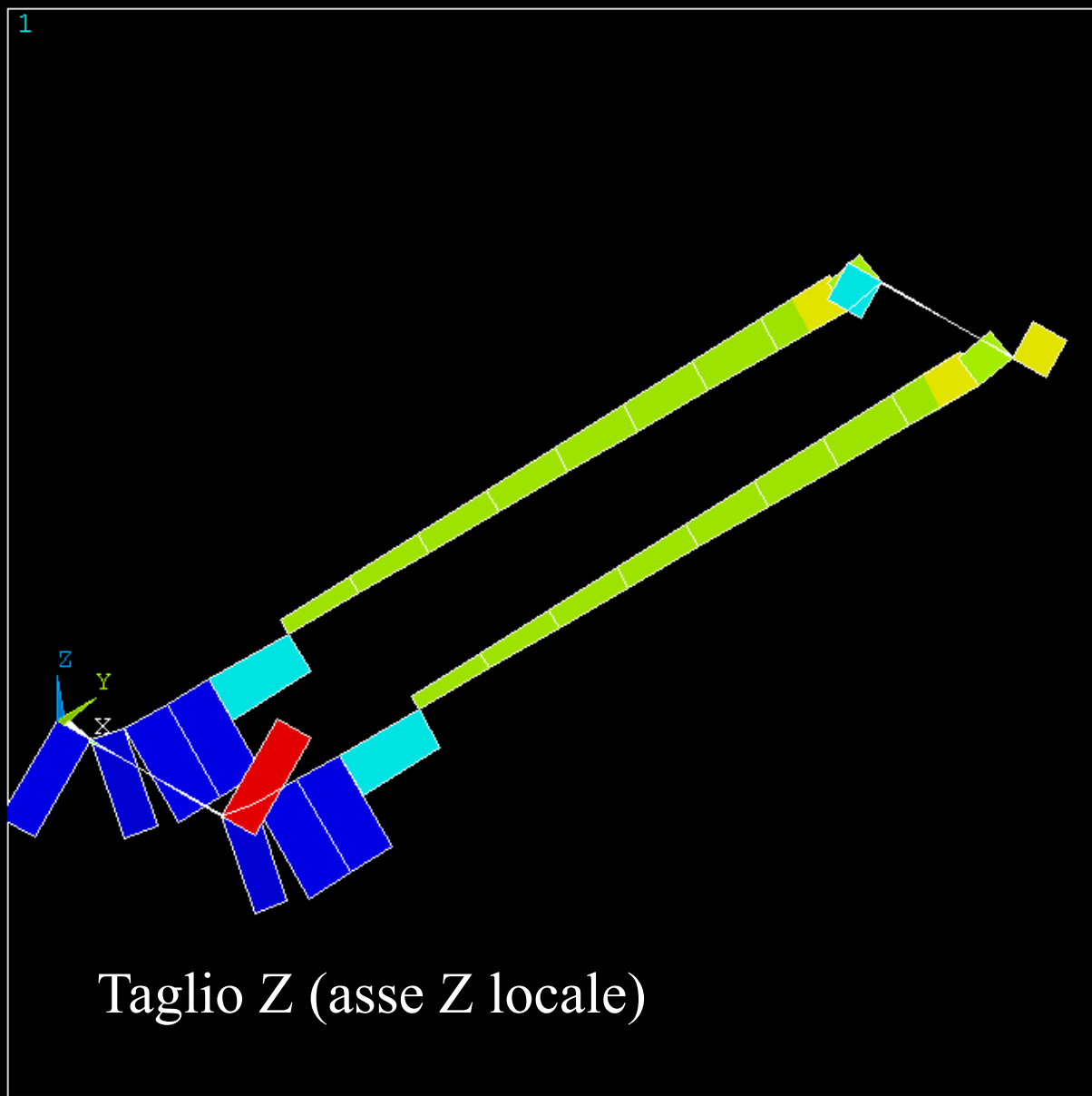




# ELEMENTO TRAVE/32 – GRU A PONTE

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi : GRU\_A\_PONTE.txt



Taglio Z (asse Z locale)

```
ANSYS 5.7  
NOV 6 2002  
09:57:20  
LINE STRESS  
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
TZI      TZJ  
MIN =-95744  
ELEM=27  
MAX =95744  
ELEM=32
```

```
XV  =1  
YV  =-1  
ZV  =1  
DIST=9723  
XF  =2500  
YF  =10000  
ZF  =-87.5  
A-ZS=-60  
Z-BUFFER
```

	-95744
	-74467
	-53191
	-31915
	-10638
	10638
	31915
	53191
	74467
	95744

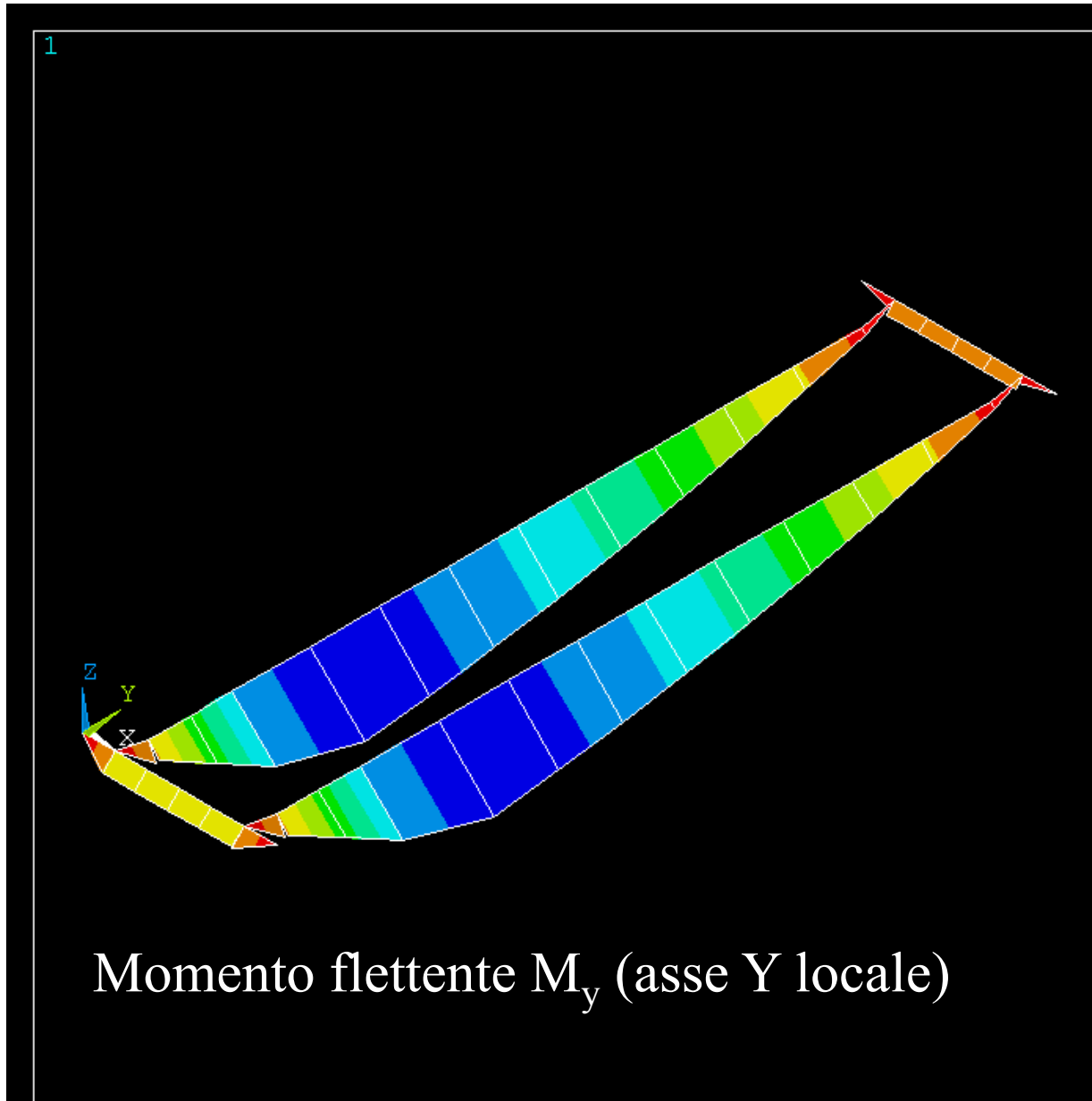




# ELEMENTO TRAVE/33 – GRU A PONTE

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi : GRU\_A\_PONTE.txt



Momento flettente  $M_y$  (asse Y locale)

```
ANSYS 5.7
NOV  6 2002
09:58:51
LINE STRESS
STEP=1
SUB  =1
TIME=1
MYI      MYJ
MIN  =-.352E+09
ELEM=14
MAX  =.785E-03
ELEM=26
```

```
XV  =1
YV  =-1
ZV  =1
DIST=9723
XF  =2500
YF  =10000
ZF  =-87.5
A-ZS=-60
Z-BUFFER
```

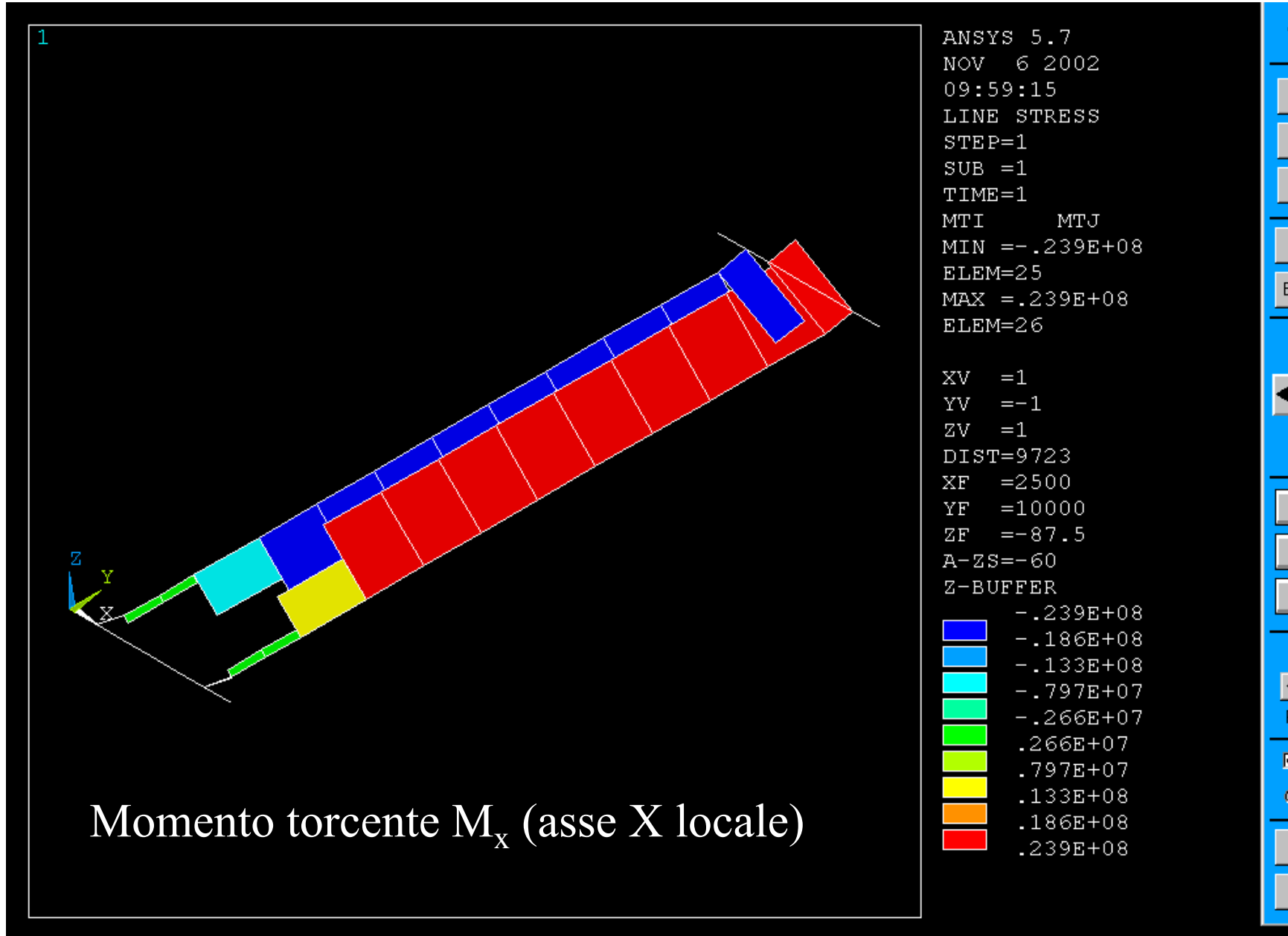
	-.352E+09
	-.313E+09
	-.274E+09
	-.235E+09
	-.196E+09
	-.156E+09
	-.117E+09
	-.782E+08
	-.391E+08
	.785E-03



# ELEMENTO TRAVE/34 – GRU A PONTE

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi : GRU\_A\_PONTE.txt





## ELEMENTO TRAVE/35

### Dati di input per l'elemento trave 3D (BEAM4) di ANSYS

Nodes

I, J, K (K orientation node is optional)

Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

Real Constants

AREA, IZZ, IYY, TKZ, TKY, THETA  
ISTRN, IXX, SHEARZ, SHEARY, SPIN, ADDMAS

See Table 4.1: "BEAM4 Real Constants" for a description of the real constants.

Material Properties

EX, ALPX (or CTEX or THSX), DENS, GXY, DAMP



## ELEMENTO TRAVE/36

### Dati di input per l'elemento trave 3D (BEAM188) di ANSYS

#### **BEAM188** Input Summary

##### Nodes

I, J, K (K, the orientation node, is optional but recommended)

##### Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ if KEYOPT(1) = 0

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ, WARP if KEYOPT(1) = 1

##### Section Controls

TXZ, TXY, ADDMAS (See [SECCONTROLS](#))

(TXZ and TXY default to  $A*GXZ$  and  $A*GXY$ , respectively, where A = cross-sectional area)

##### Material Properties

EX, (PRXY, or NUXY), GXY, GXZ

ALPX, (or CTEX, or THSX)

DENS, ALPD, BETD

## ELEMENTO TRAVE/37

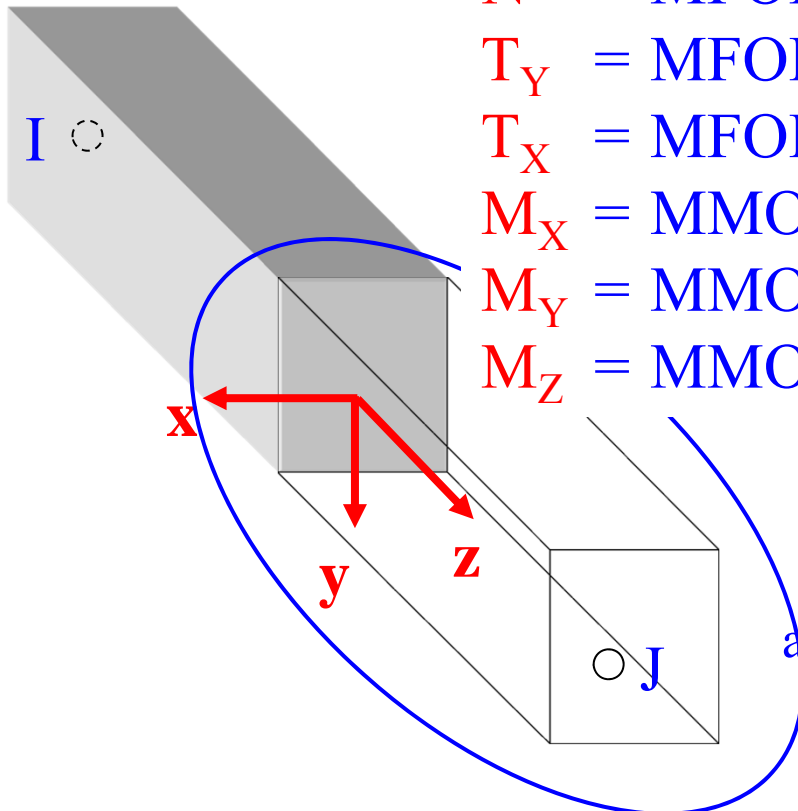
SR tradizionale per le caratteristiche di sollecitazione

## Car. sollecitazione trave 3D

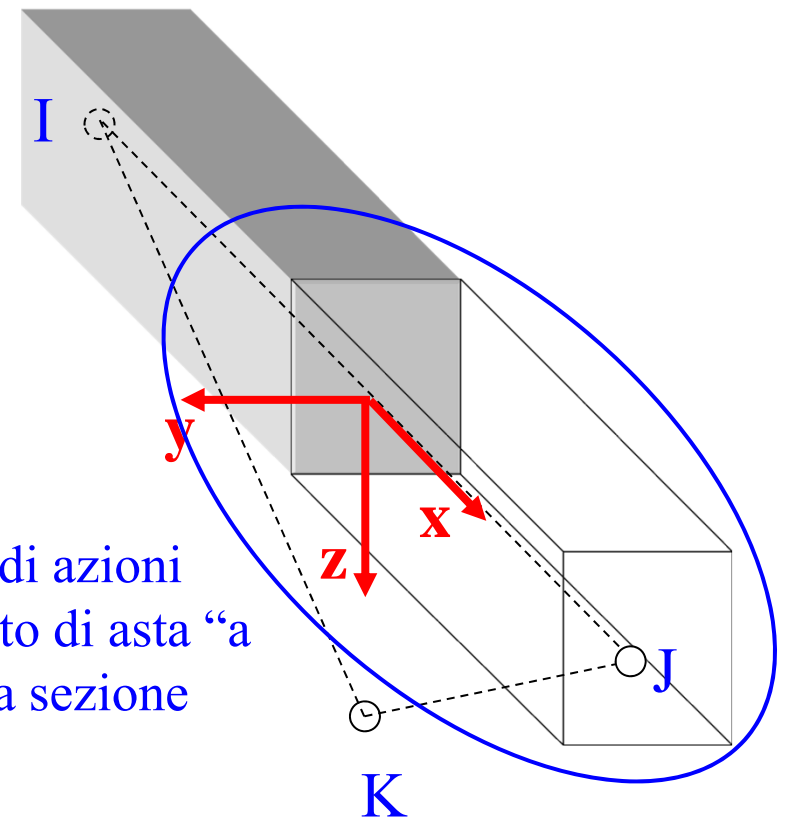
SR usato da ANSYS per le caratteristiche di sollecitazione

(Il SR è definito per ogni singolo elemento trave con senso di percorrenza dal nodo I al nodo J)

$$\begin{aligned}
 N &= \text{MFORX} \text{ o } F_x \\
 T_Y &= \text{MFORZ} \text{ o } SF_z \\
 T_X &= \text{MFORY} \text{ o } SF_z \\
 M_X &= \text{MMOMY} \text{ o } M_y \\
 M_Y &= \text{MMOMZ} \text{ o } M_z \\
 M_Z &= \text{MMOMX} \text{ o } T_Q
 \end{aligned}$$



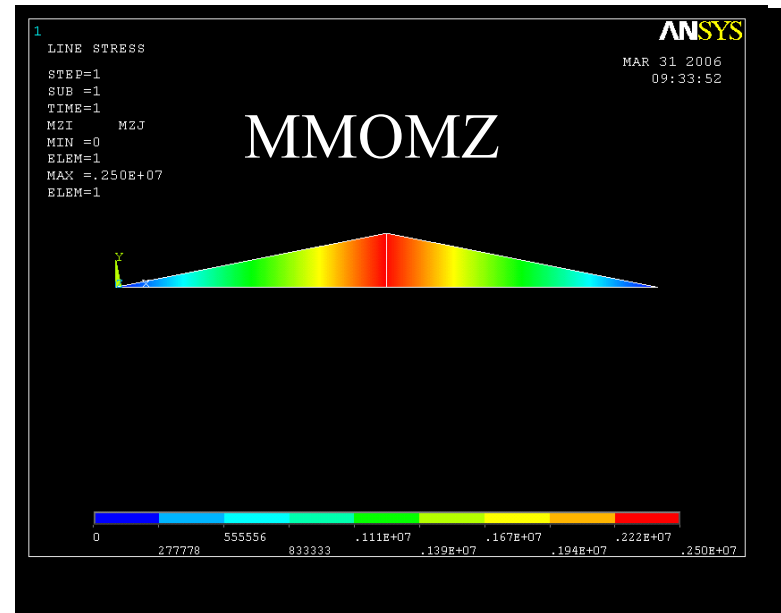
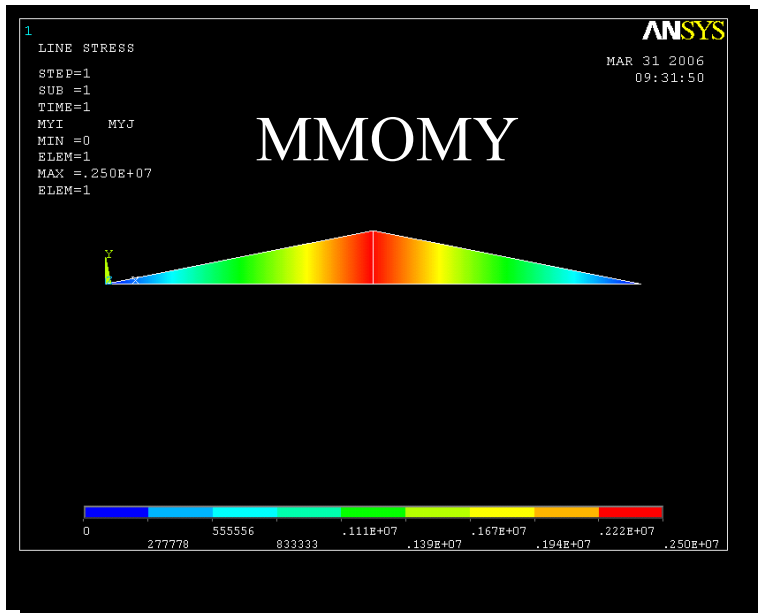
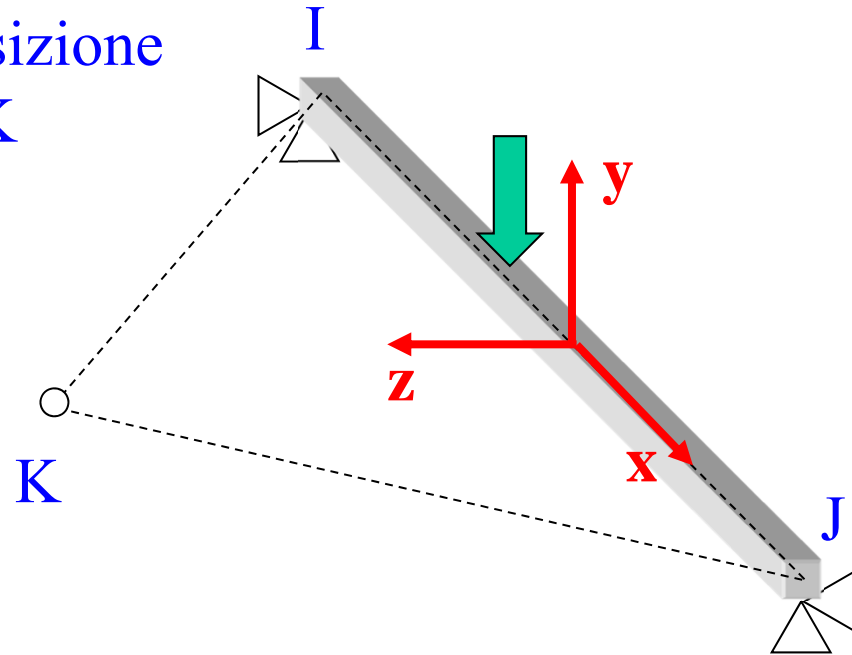
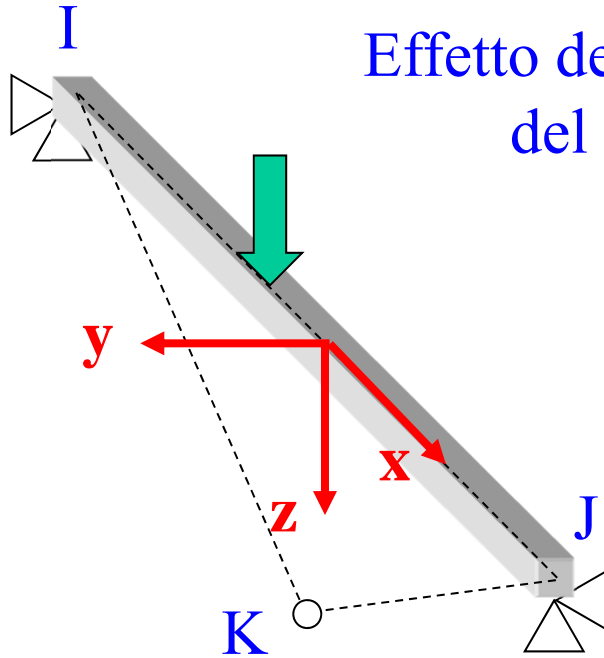
Risultanti di azioni agenti sul tratto di asta "a valle" della sezione





# ELEMENTO TRAVE/38

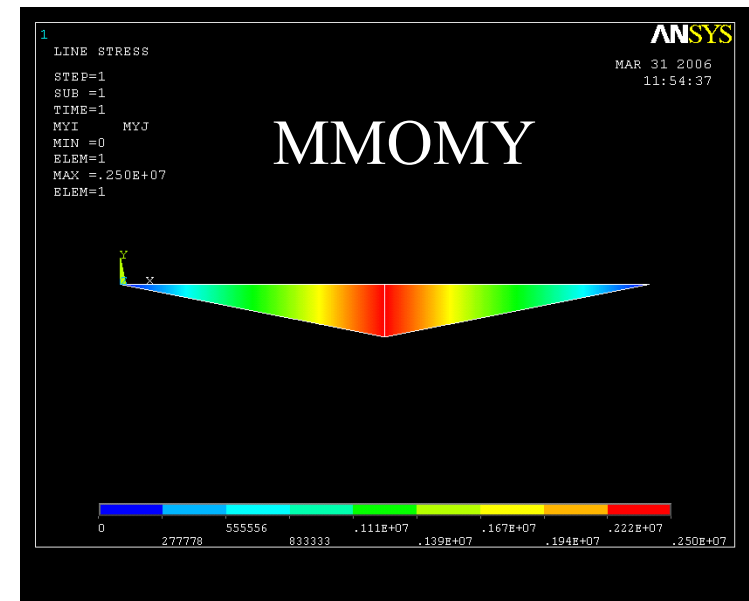
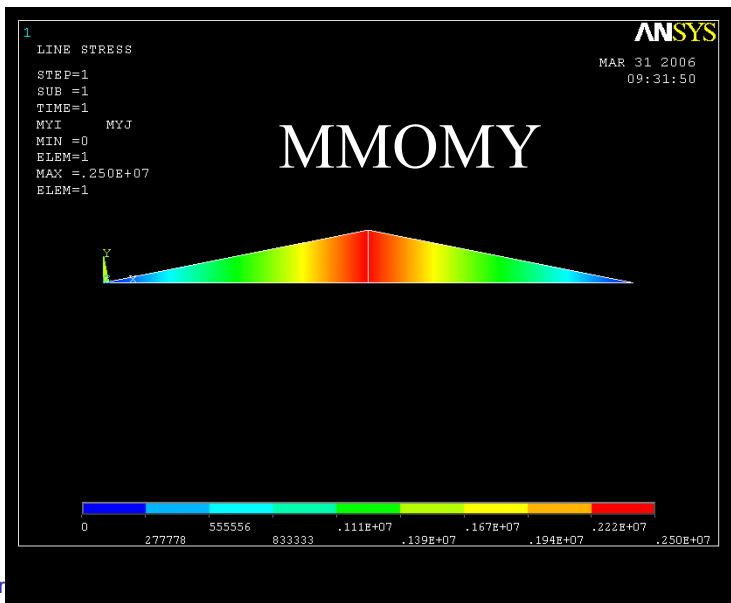
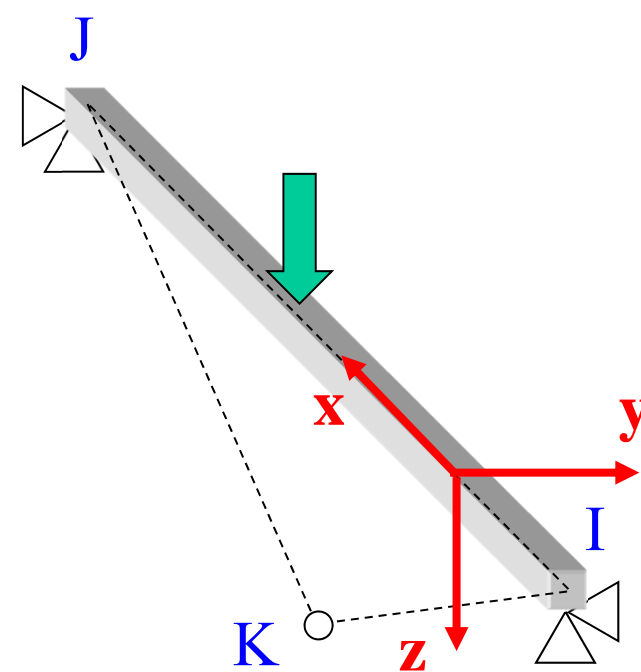
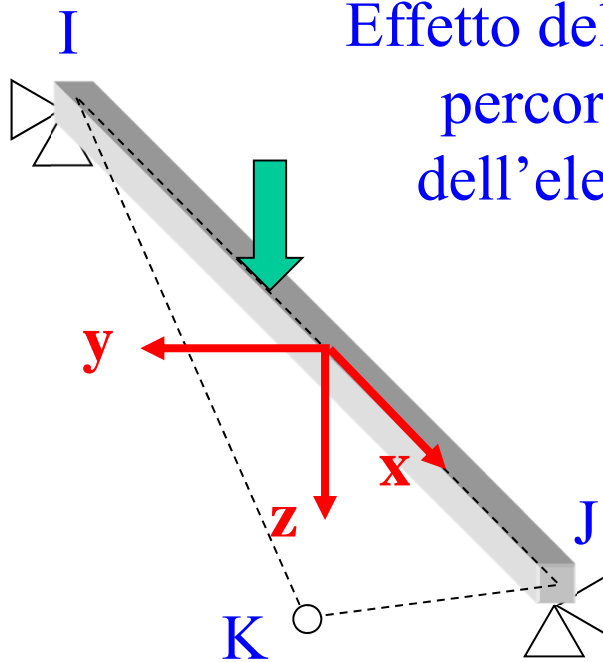
Effetto della posizione del nodo K





# ELEMENTO TRAVE/39

Effetto del senso di percorrenza dell'elemento



# ELEMENTO TRAVE/40

## Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

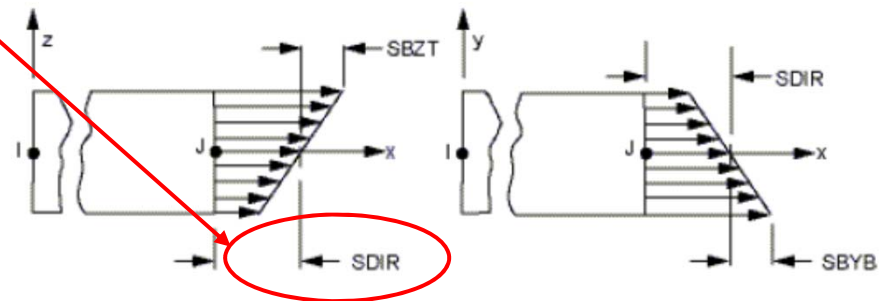
Table 188.2 **BEAM188** Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input		
	Item	I	J
Fx	SMISC	1	14
SDIR	SMISC	31	36
SByT	SMISC	32	37
SByB	SMISC	33	38
SBzT	SMISC	34	39
SBzB	SMISC	35	40

NEW

Tensione fibra baricentrica

ETABLE, SZI, SMISC, 31 ! Nodo I  
 ETABLE, SZJ, SMISC, 36 ! Nodo J



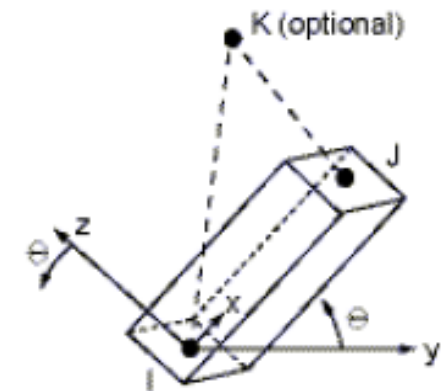


## ELEMENTO TRAVE/41

### Accesso ai risultati per l'elemento trave 3D – Comando ETABLE

Table 188.2 **BEAM188** Item and Sequence Numbers

Output Quantity Name	ETABLE and ESOL Command Input		
	Item	I	J
Fx	SMISC	1	14
My	SMISC	2	15
Mz	SMISC	3	16
TQ	SMISC	4	17
SFz	SMISC	5	18
SFy	SMISC	6	19
Ex	SMISC	7	20



Torsione

ETABLE, MZI, SMISC, 4 ! Nodo I

ETABLE, MZJ, SMISC, 10 ! Nodo J

Fx = Forza normale

Fy = Taglio "y"

Fz = Taglio "z"

TQ = Torsione

My = Flessione "y"

Mz = Flessione "z"

NEW



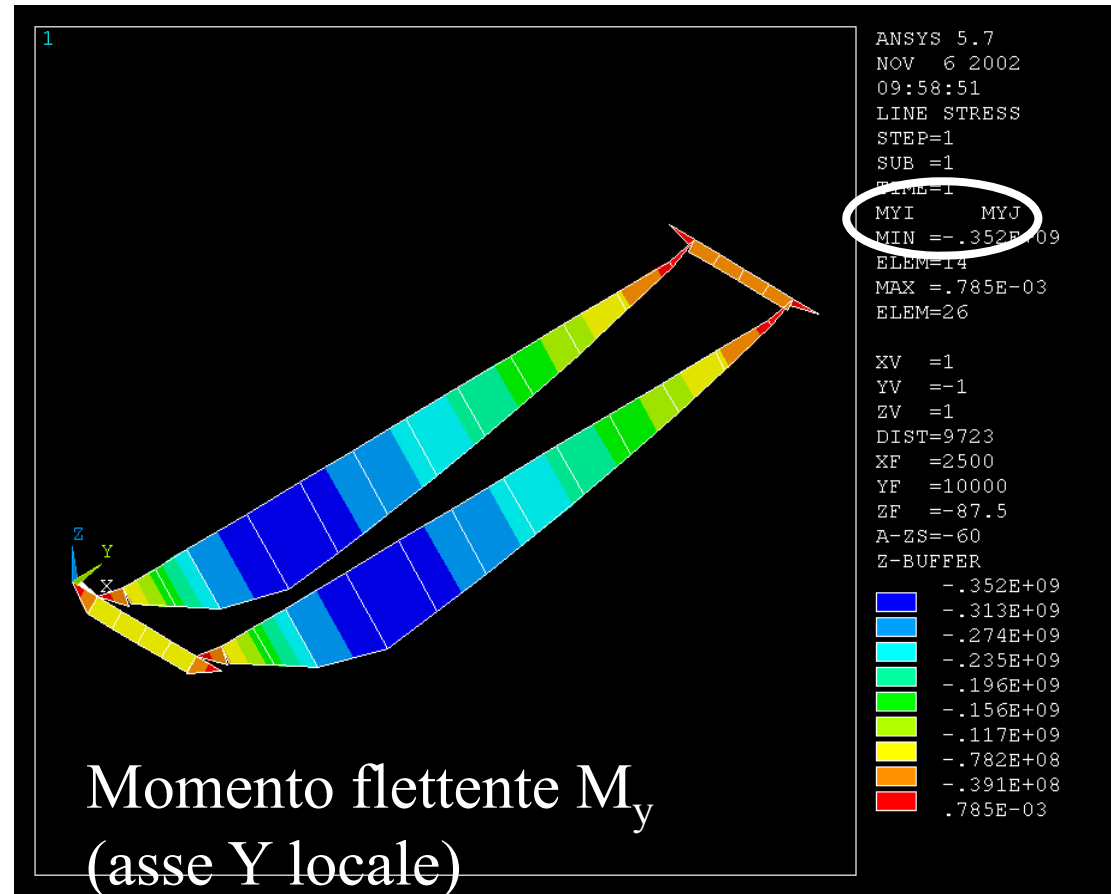
# ELEMENTO TRAVE/42

Rappresentazione grafica risultati – Comando PLLS

PLLS, LabI, LabJ, Fact, KUND

ETABLE, MYI, SMISC, 5  
ETABLE, MYJ, SMISC, 11

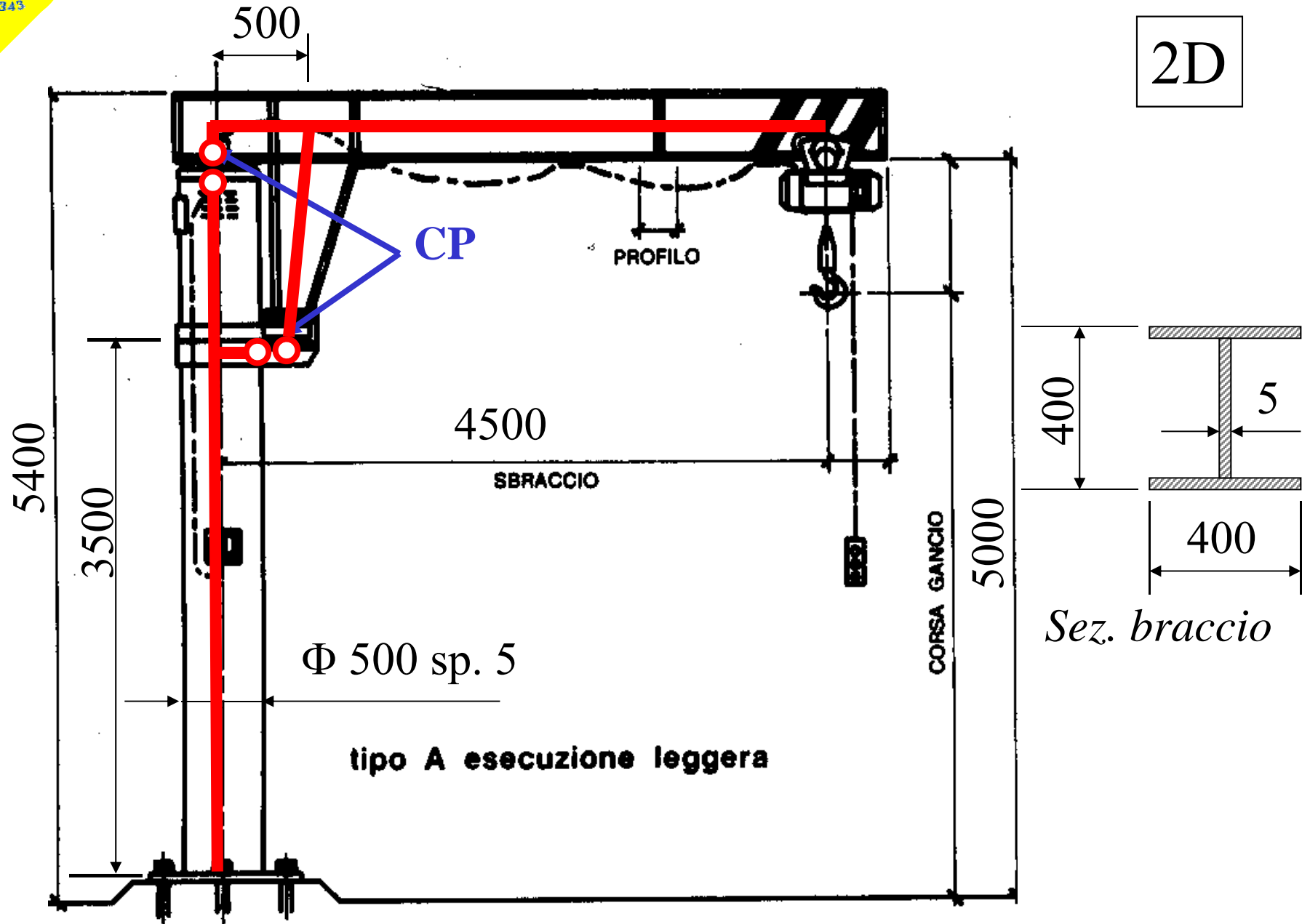
PLLS, MYI, MYJ





# ELEMENTO TRAVE/43 – GRU A BANDIERA

2D

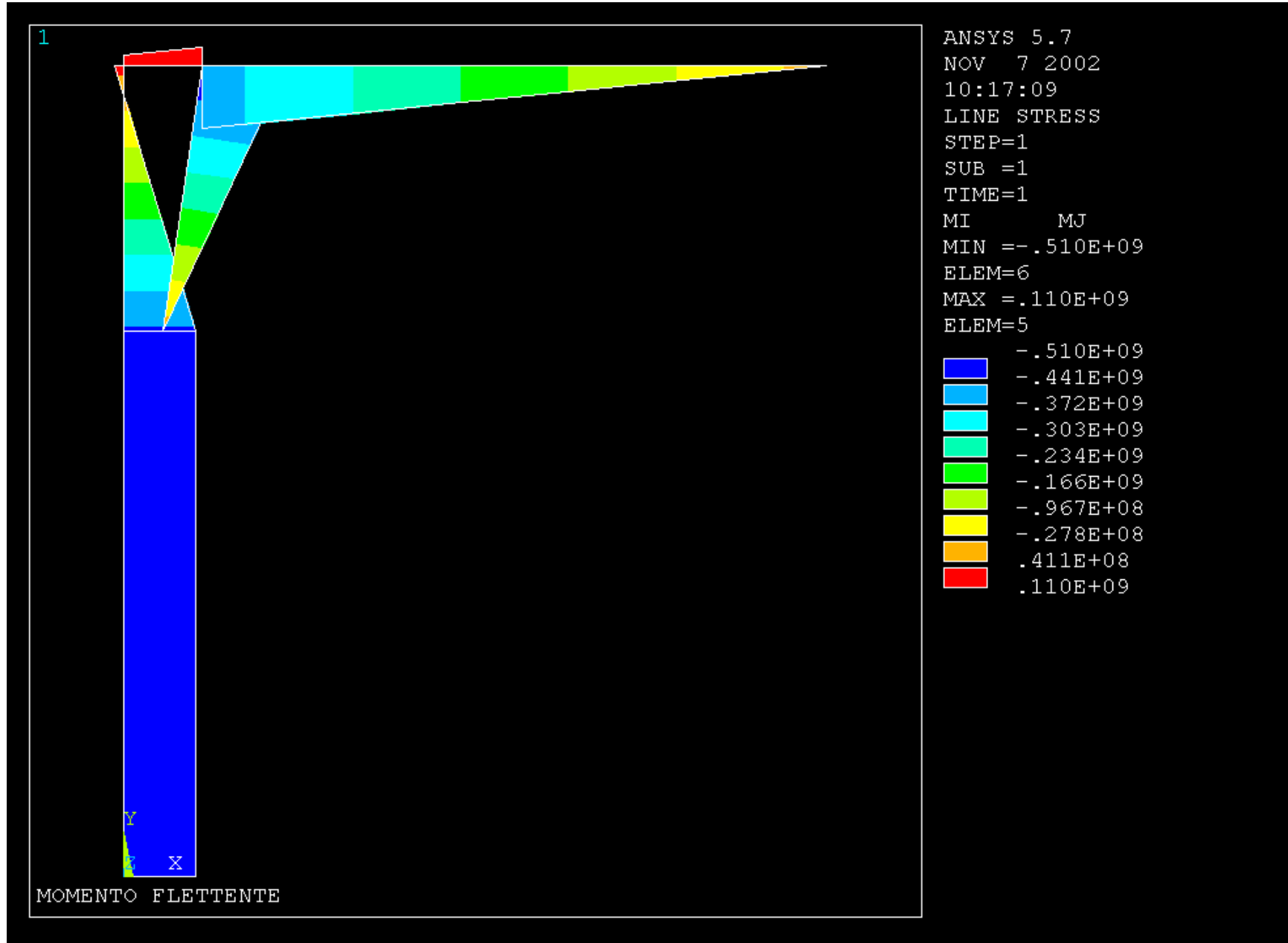




# ELEMENTO TRAVE/44 – GRU A BANDIERA

CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

File di comandi: GRU\_A\_BANDIERA.txt





## ELEMENTO TRAVE/45 – GRU A BANDIERA ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

C\*\*\*

C\*\*\* VINCOLI

C\*\*\*

D,1,ALL,0 ! incastro base colonna

CP,1,UX,3,7 ! appoggio orizzontale inferiore colonna-braccio

CP,2,UX,4,5 ! cerniera superiore colonna-braccio

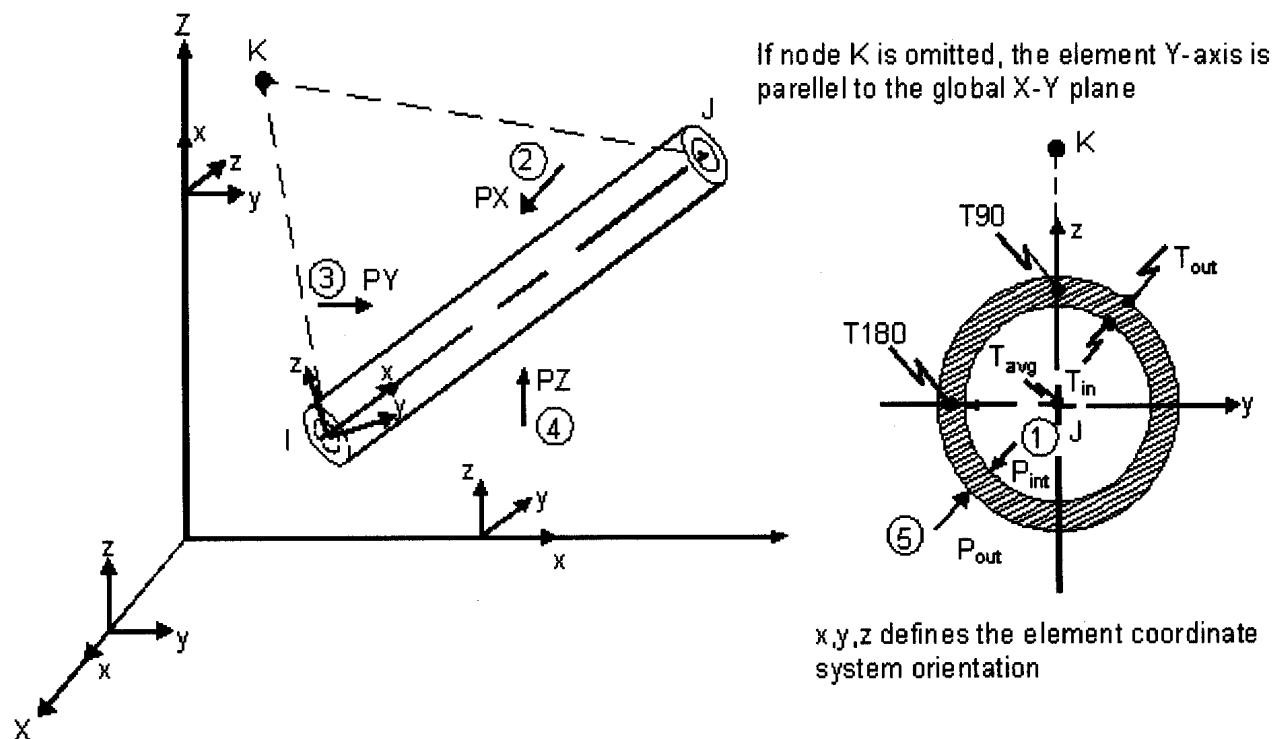
CP,3,UY,4,5

## ELEMENTI "PIPE"/1

*Serie di elementi per lo studio di sistemi di tubazioni ("piping") in 2 o 3 dimensioni*

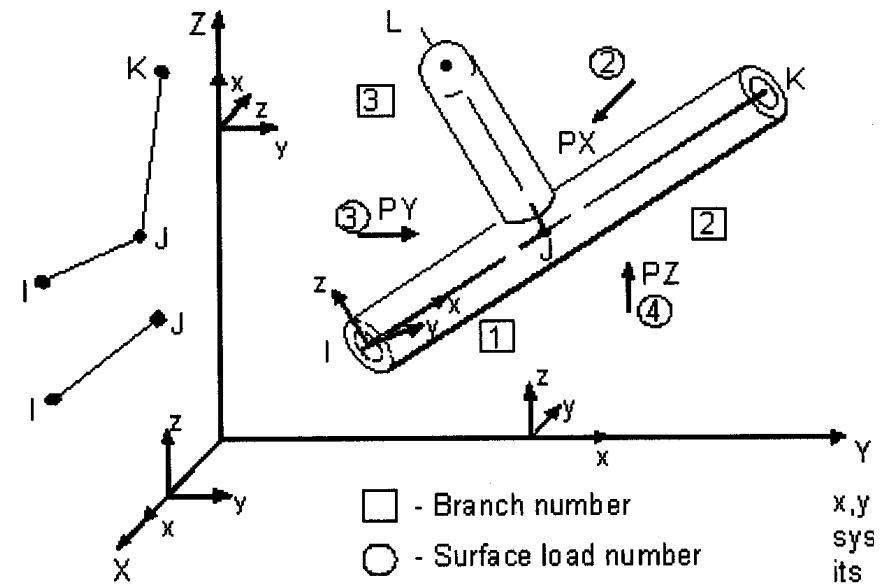
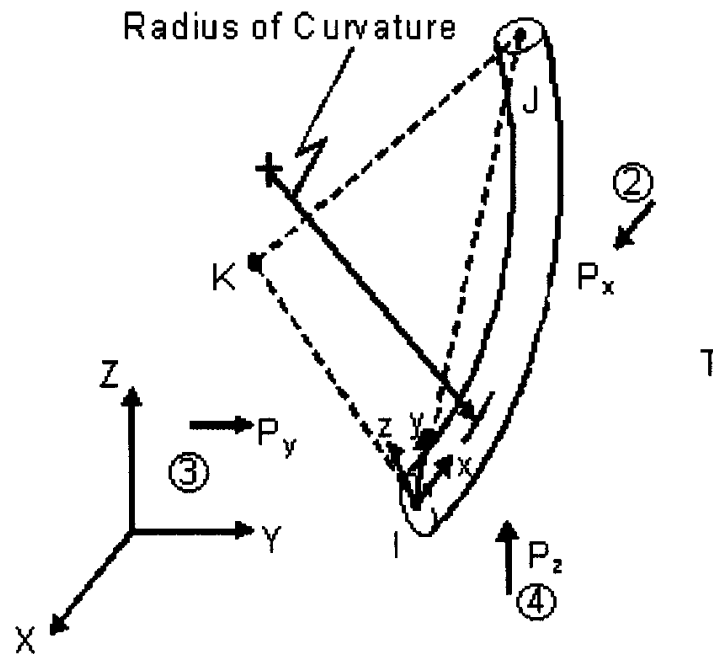
- *tubo rettilineo: elemento trave con un'apposita definizione dei parametri geometrici (diametri invece di A, J, etc.)*

Figure 1. PIPE16 Elastic Straight Pipe



## ELEMENTI "PIPE"/2

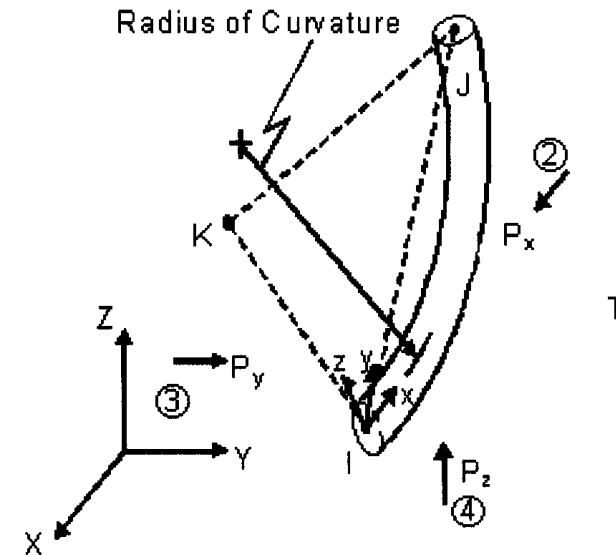
- *tubo curvilineo*: elemento con una speciale definizione della matrice di rigidità, che tiene conto del basso rapporto tra raggio di curvatura e diametro
- *elementi speciali*: finalizzati a rappresentare correttamente la rigidità di molti componenti tipici ("T", valvole, etc.)



## ELEMENTI “PIPE”/3

### Elemento “tubo curvo” - PARAMETRI RILEVANTI PER FLESSIBILITA’

$r$  = average radius  
 $R$  = radius of curvature  
 $E$  = modulus of elasticity  
 $t$  = thickness



- Fattori di variazione della flessibilità (Flexibility factors: relazioni semi-empiriche di “best-fit”):
  - ANSYS Flexibility Factor =  $1.65/(h(1 + PrX_k/tE))$  or 1.0 (whichever is greater)
  - Karman Flexibility Factor =  $(10 + 12h^2)/(1 + 12h^2)$
- Fattore di intensificazione delle tensioni =  $0.9/h^{2/3}$  or 1.0 (whichever is greater)

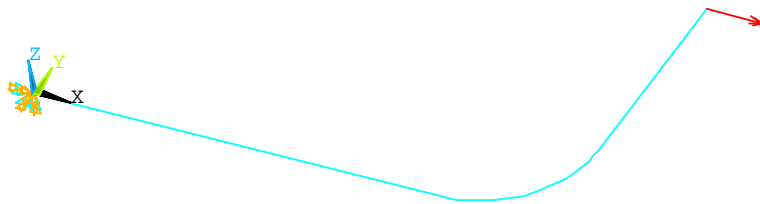
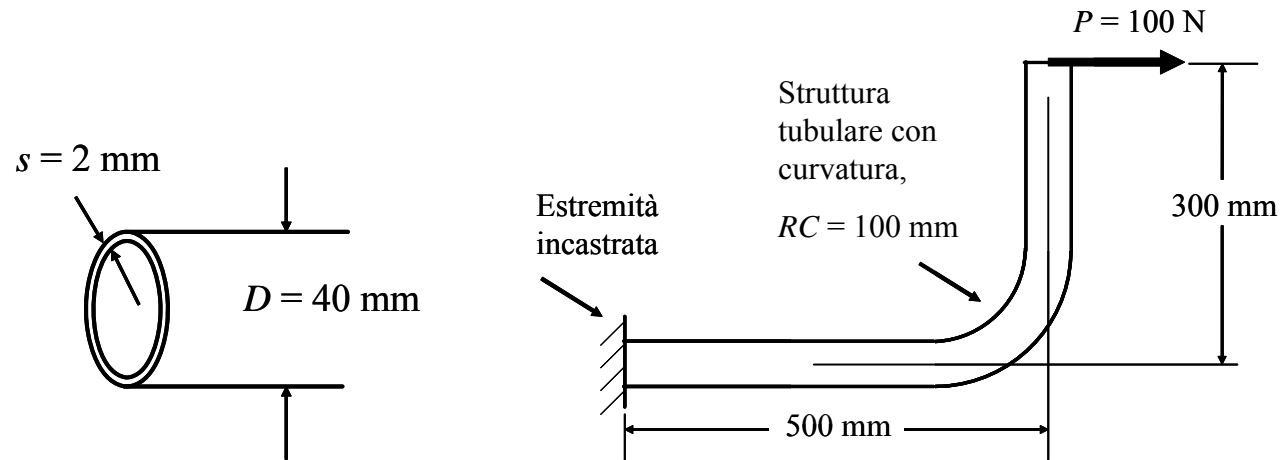
$$h = tR/r^2$$

$P = P_i - P_o$  if  $P_i - P_o > 0$ , otherwise  $P = 0$ ,  $P_i$  = internal pressure,  $P_o$  = external pressure

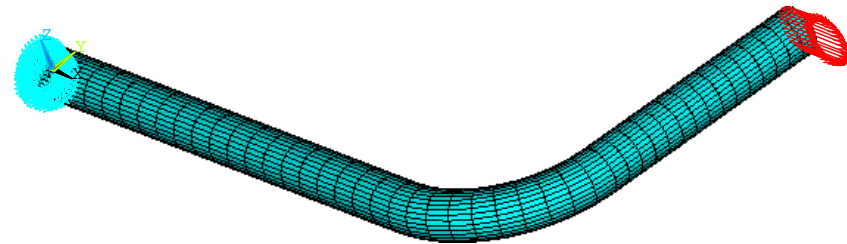
$X_k = 6 (r/t)^{4/3} (R/r)^{1/3}$  if KEYOPT(3) = 1 and  $R/r \geq 1.7$ , otherwise  $X_k = 0$



## ELEMENTI "PIPE"/4



Modello con elementi "Pipe" e "Beam"



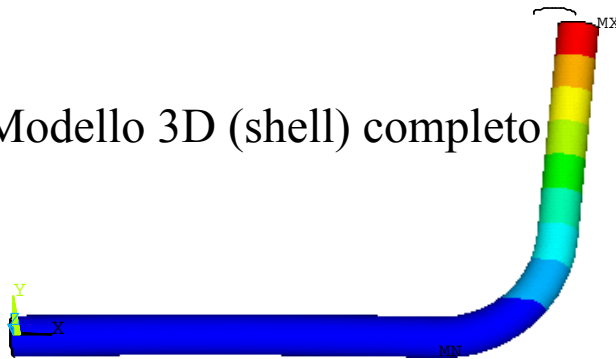
Modello 3D completo (shell)

# ELEMENTI "PIPE"/5

Risultato "esatto" (Modello 3D completo)

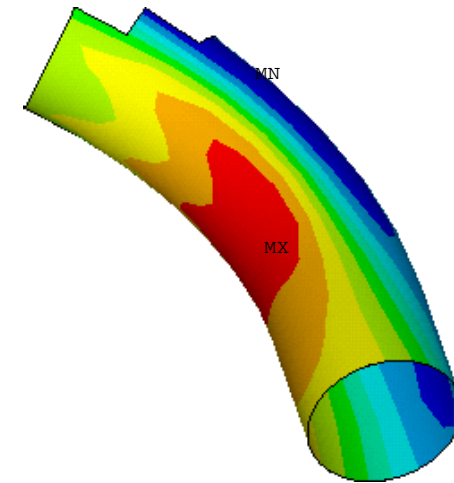
```
TIME=1  
UX      (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .899508  
SMN = .025122  
SMX = .748652
```

U<sub>x</sub> – Modello 3D (shell) completo



```
TIME=1  
SX      (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .419267  
SMN = 17.964  
SMX = 20.739
```

Tensione





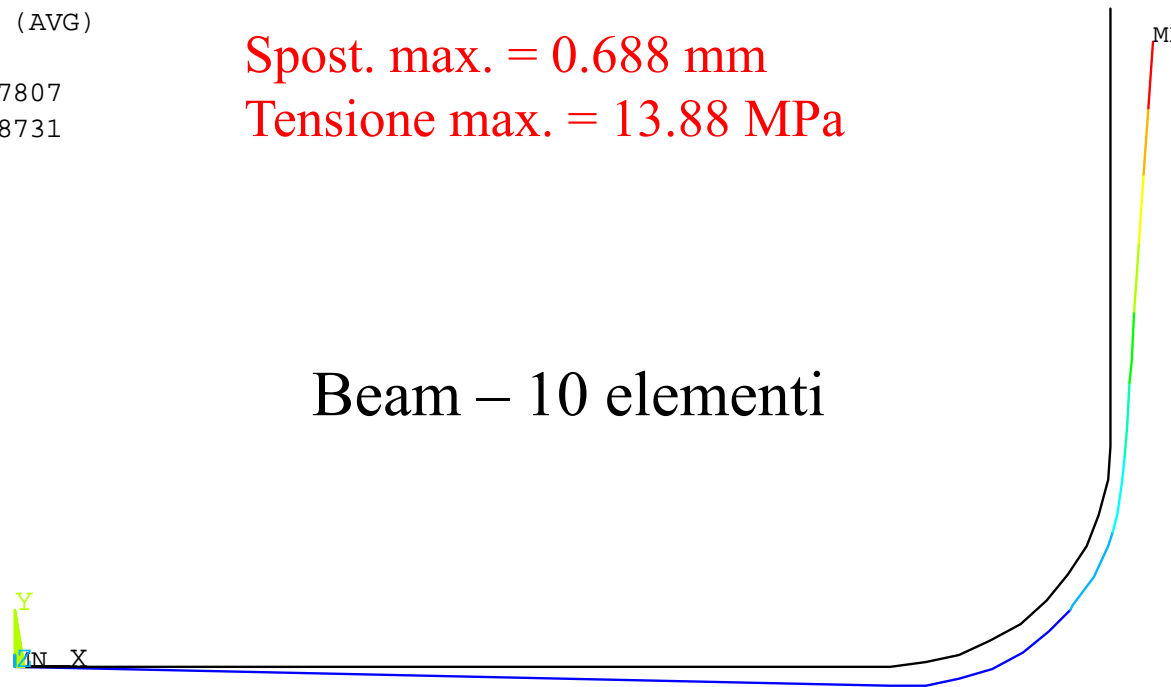
## ELEMENTI "PIPE"/6

Risultato "esatto":      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .687807  
SMX = .548731

Spost. max. = 0.688 mm  
Tensione max. = 13.88 MPa

Beam – 10 elementi





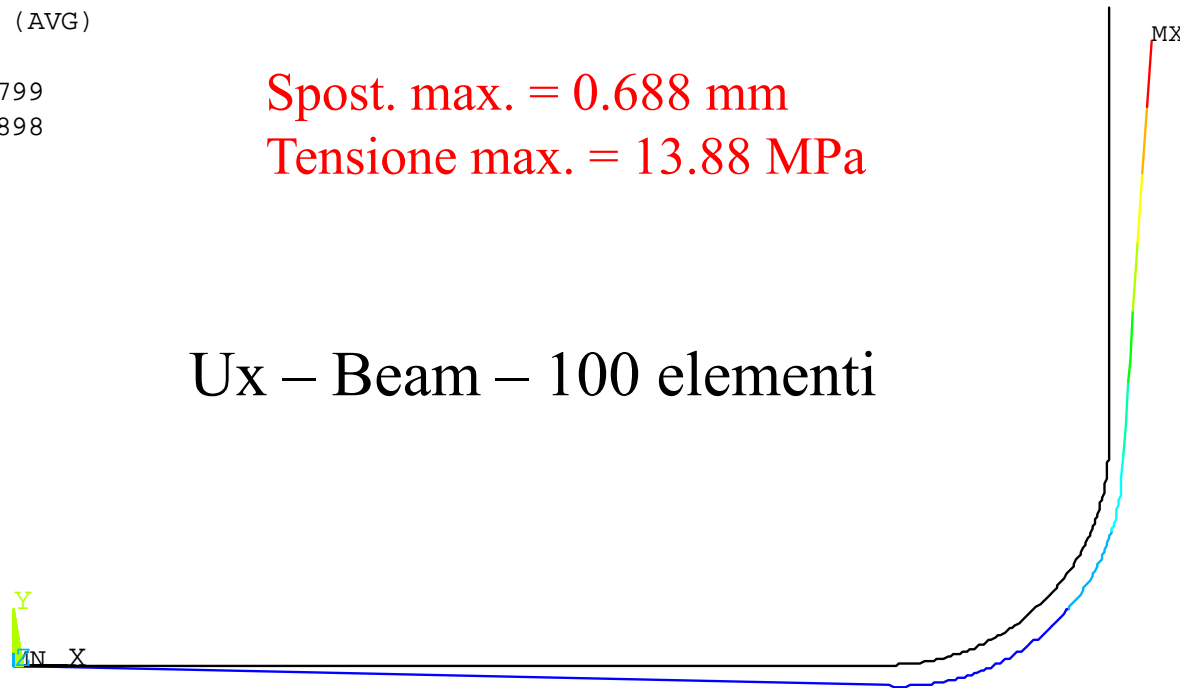
## ELEMENTI “PIPE”/7

Risultato “esatto”:      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .68799  
SMX = .54898

Spost. max. = 0.688 mm  
Tensione max. = 13.88 MPa

Ux – Beam – 100 elementi





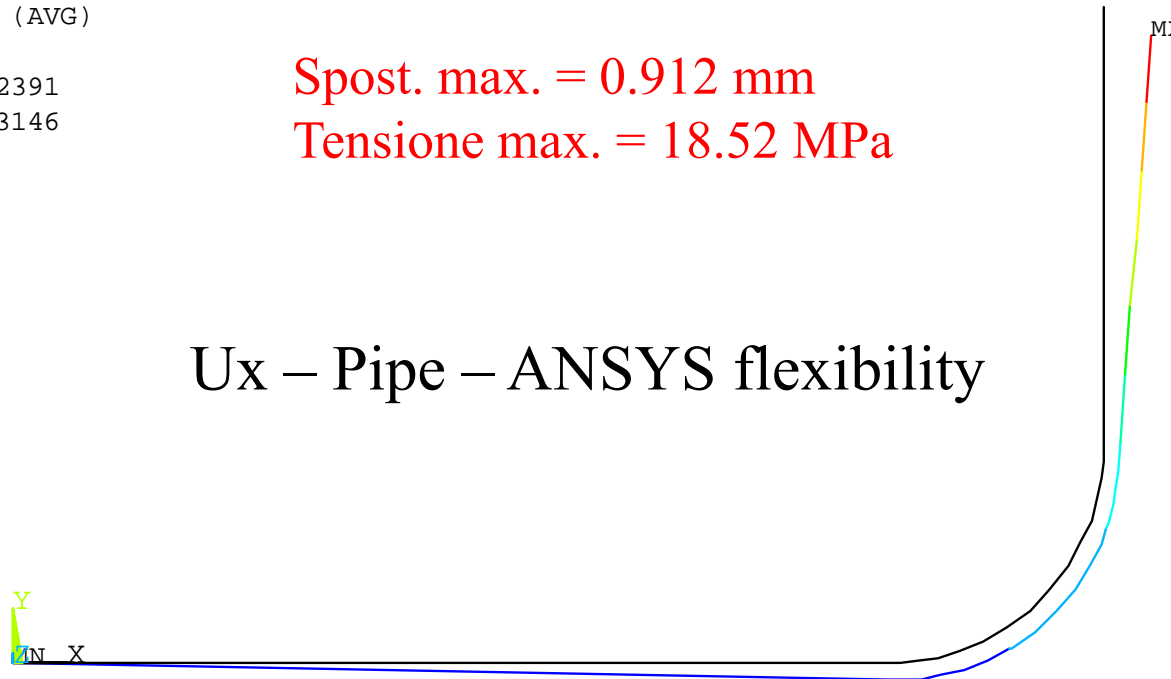
## ELEMENTI “PIPE”/8

Risultato “esatto”:      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                    Tensione max. = 20.74 MPa

```
TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .912391  
SMX = .793146
```

Spost. max. = 0.912 mm  
Tensione max. = 18.52 MPa

Ux – Pipe – ANSYS flexibility





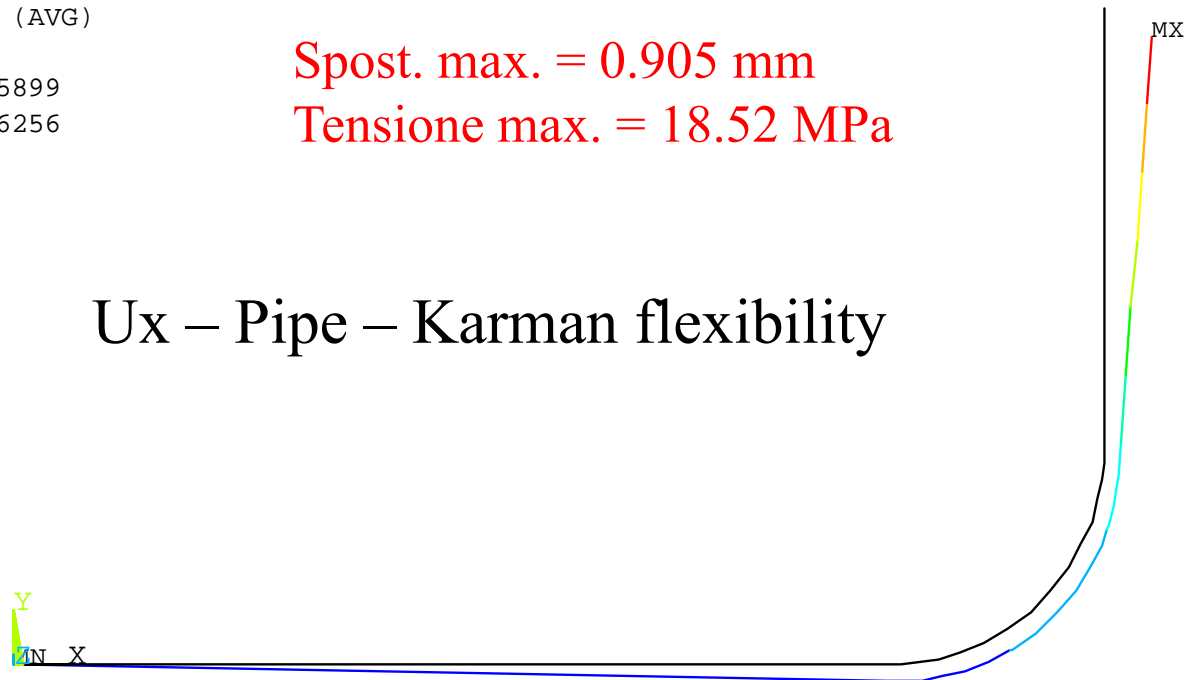
## ELEMENTI “PIPE”/9

Risultato “esatto”:      Spost. max.= 0.8995 mm  
                                         Tensione max. = 20.74 MPa

```
-----  
TIME=1  
UX            (AVG)  
RSYS=0  
DMX = .905899  
SMX = .786256
```

Spost. max. = 0.905 mm  
Tensione max. = 18.52 MPa

Ux – Pipe – Karman flexibility

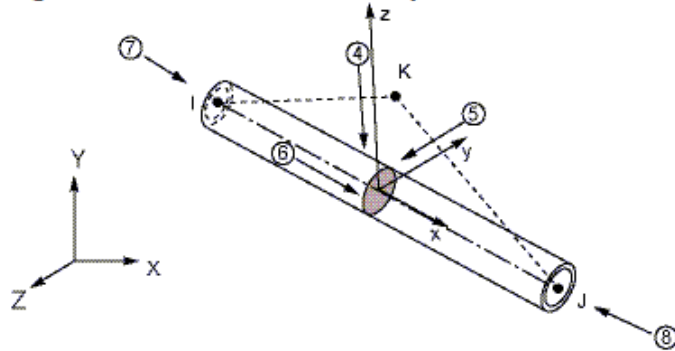


## ELEMENTO PIPE/10

3D

- L'elemento PIPE288 è basato, come il BEAM188, sulla teoria delle travi di **Timoshenko**, che include una valutazione approssimata della deformabilità a taglio (deformazioni costanti sulla sezione)

Figure 288.1 PIPE288 Geometry



### *Sistemi di Piping nello spazio*

- *Car. Geometriche con Comando SECTYPE)*
- *Le funzioni di forma variano lungo l'asse x locale in base alla KO3:*
  - $KOP3=0$       *Funzione di forma lineare*
  - $KOP3=2$       *Funzione di forma quadratica*
  - $KOP3=3$       *Funzione di forma cubica*

NEW



## ELEMENTO PIPE/11

### Dati di input per l'elemento Pipe 3D (PIPE288) di ANSYS

#### PIPE288 Input Summary

##### Nodes

I, J, K (an optional orientation node)

##### Degrees of Freedom

UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ

##### Section Information

Accessed via [SECTYPE](#), PIPE and [SECDATA](#) commands.

##### Material Properties

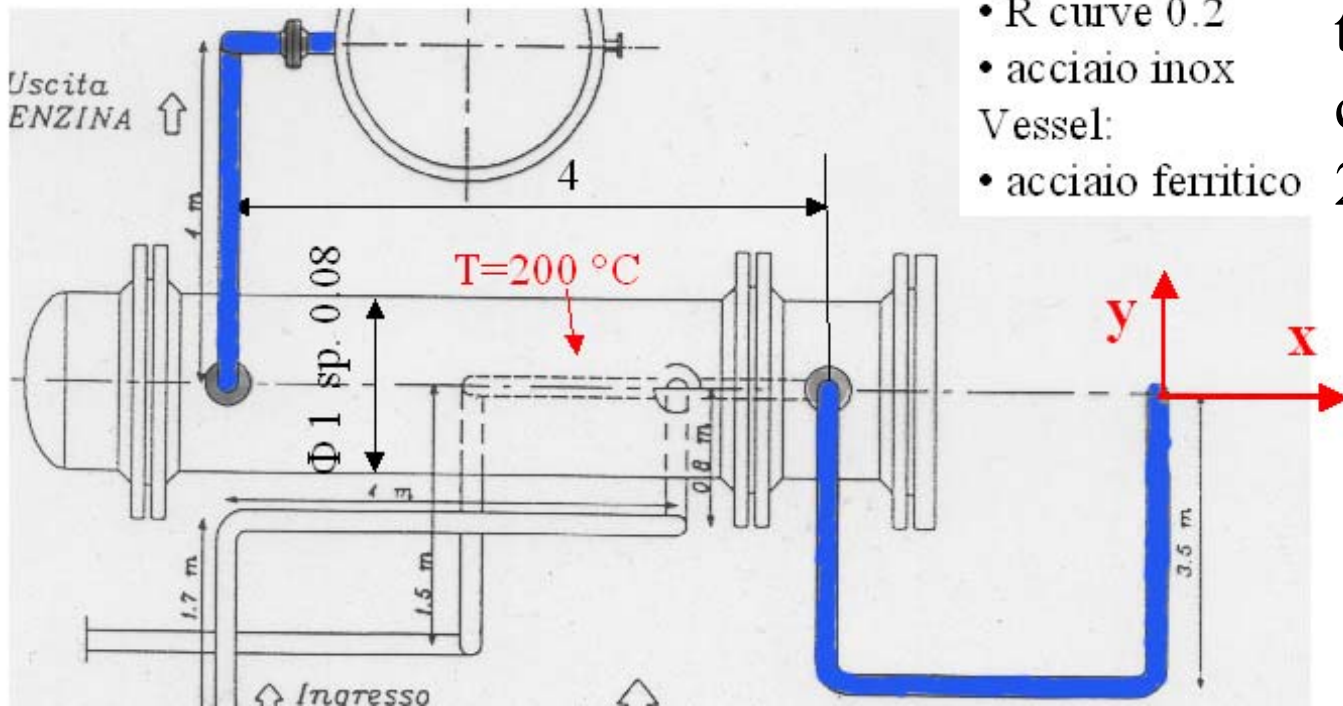
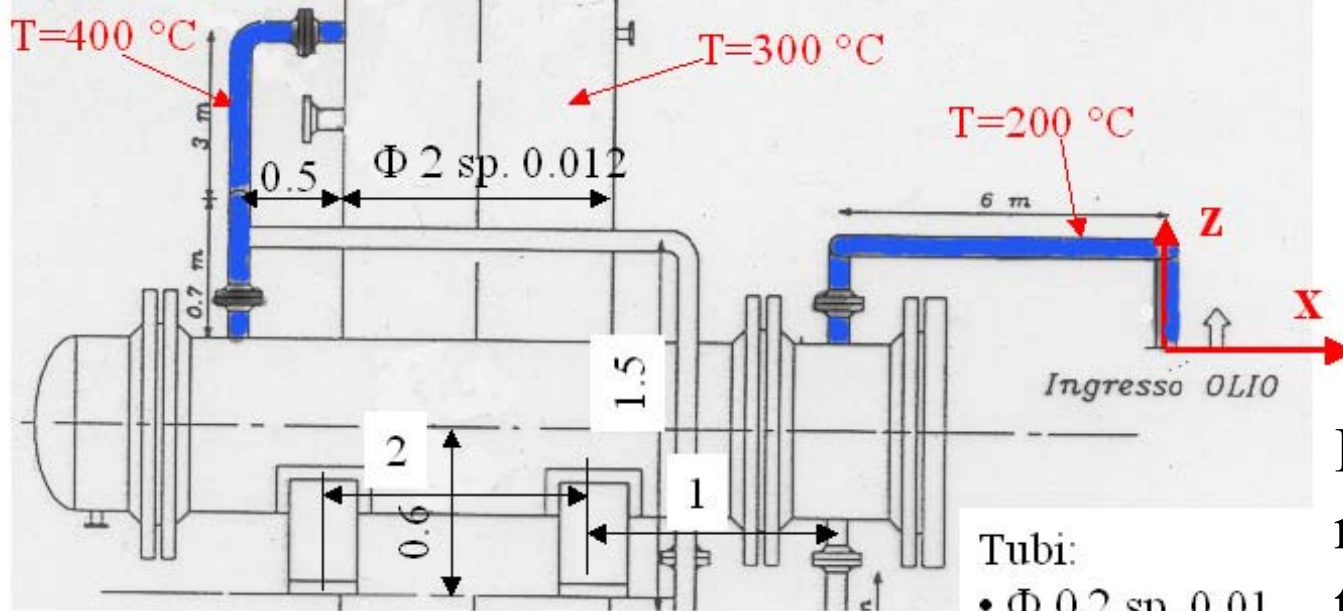
EX, EY, EZ, PRXY, PRYZ, PRXZ (or NUXY, NUYZ, NUXZ),

ALPX, ALPY, ALPZ (or CTEX, CTEY, CTEZ or THSX, THSY, THSZ),

DENS, GXY, GYZ, GXZ, ALPD, BETD



**ELEMENTI "PIPE"/12**



- Tubi:
- $\Phi$  0.2 sp. 0.01
  - R curve 0.2
  - acciaio inox
- Vessel:
- acciaio ferritico

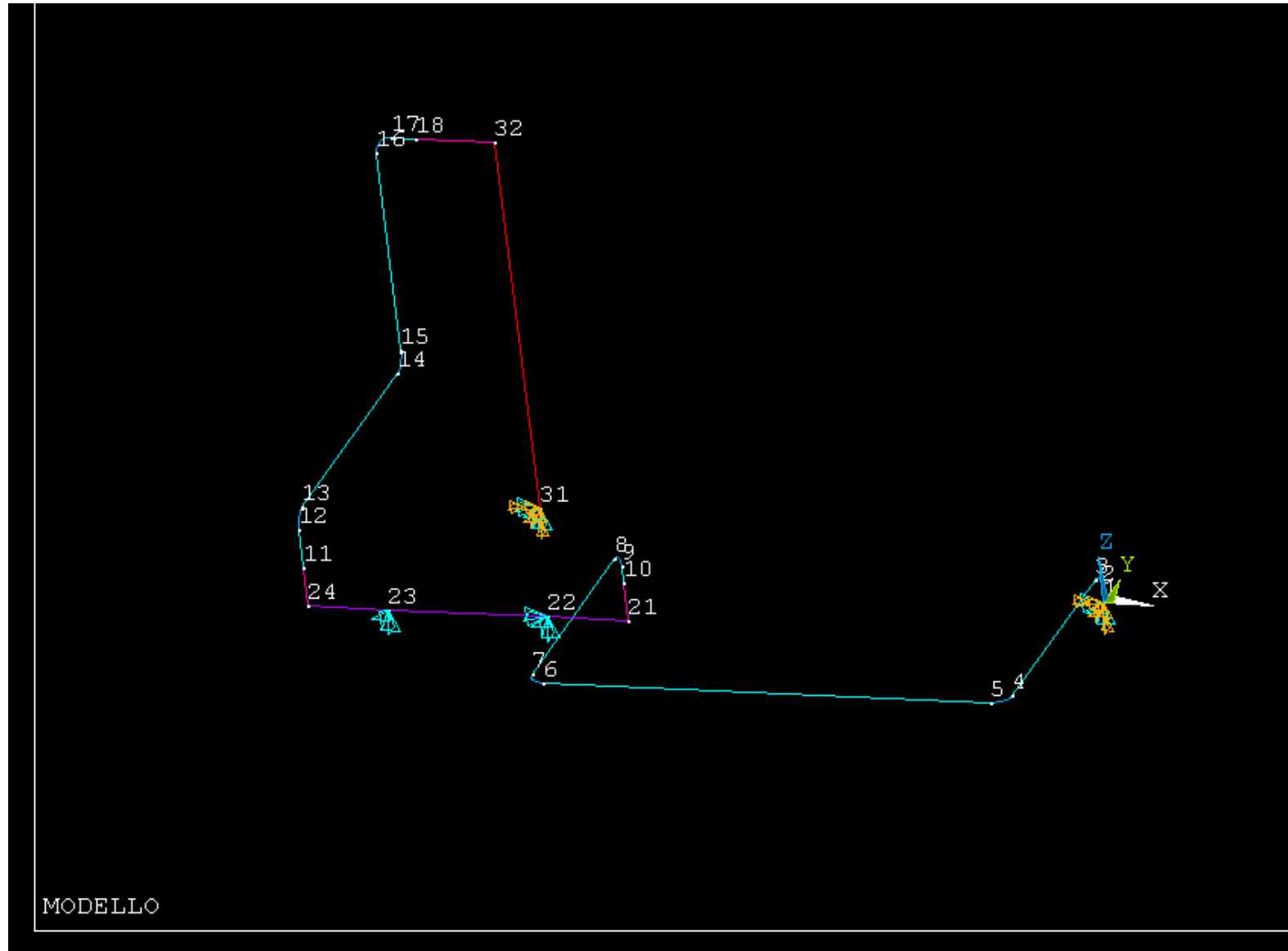
*Dimensioni espresse in metri*

Il modello rappresenta i tratti di tubazione di colore blu ed i 2 vessel

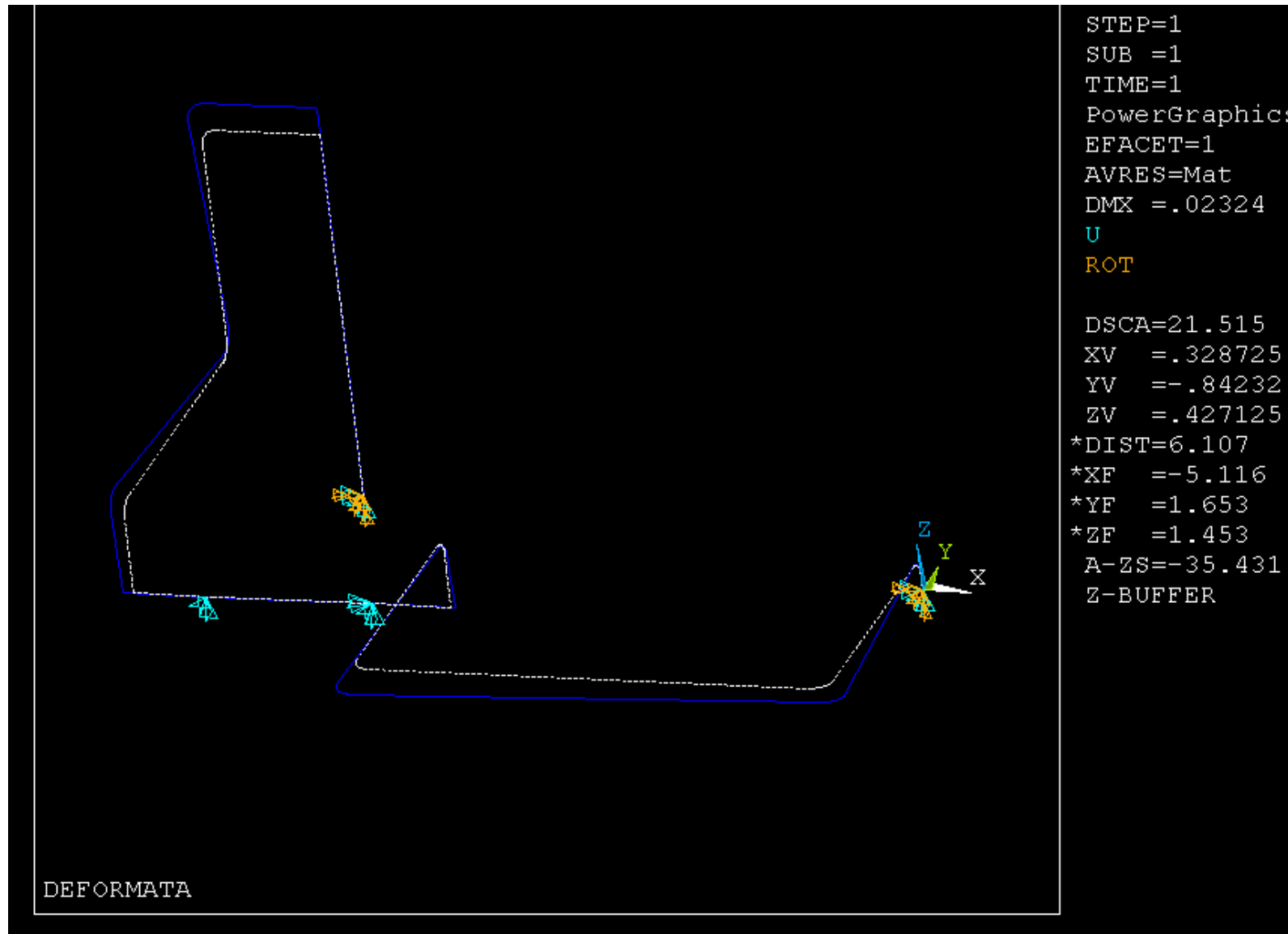
*File comandi: "piping.txt"*



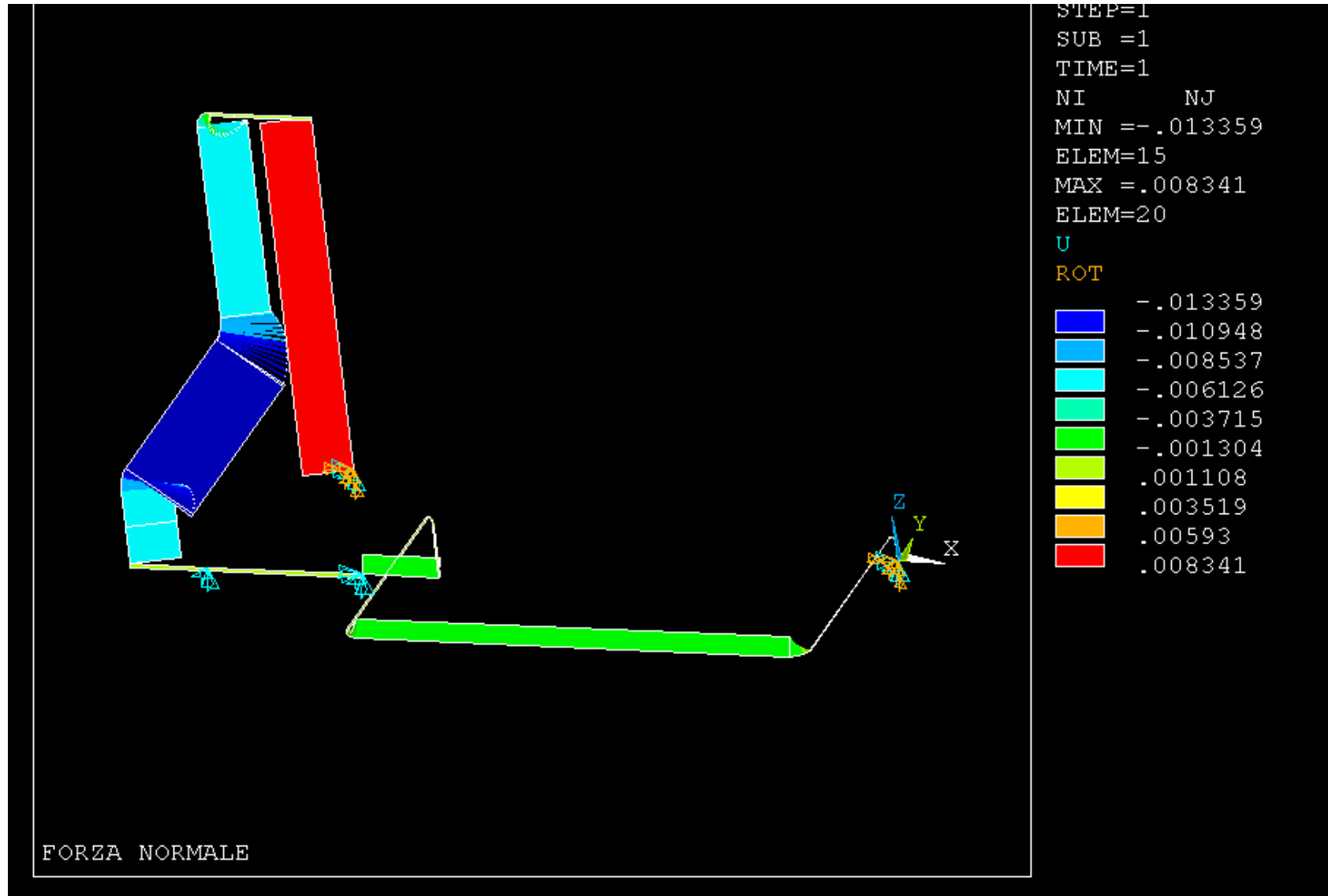
# ELEMENTI "PIPE"/11



## ELEMENTI "PIPE"/12

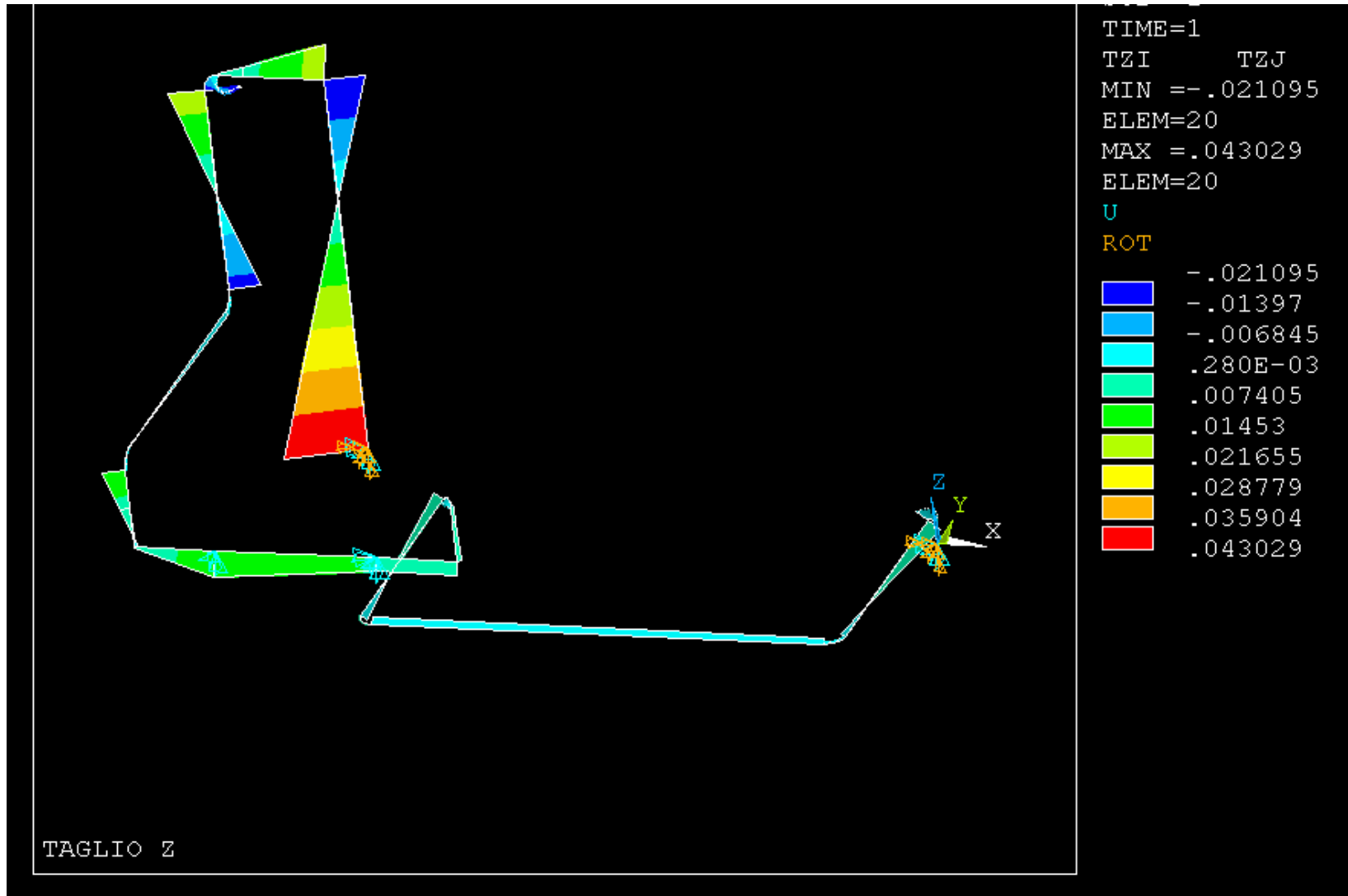


# ELEMENTI "PIPE"/13

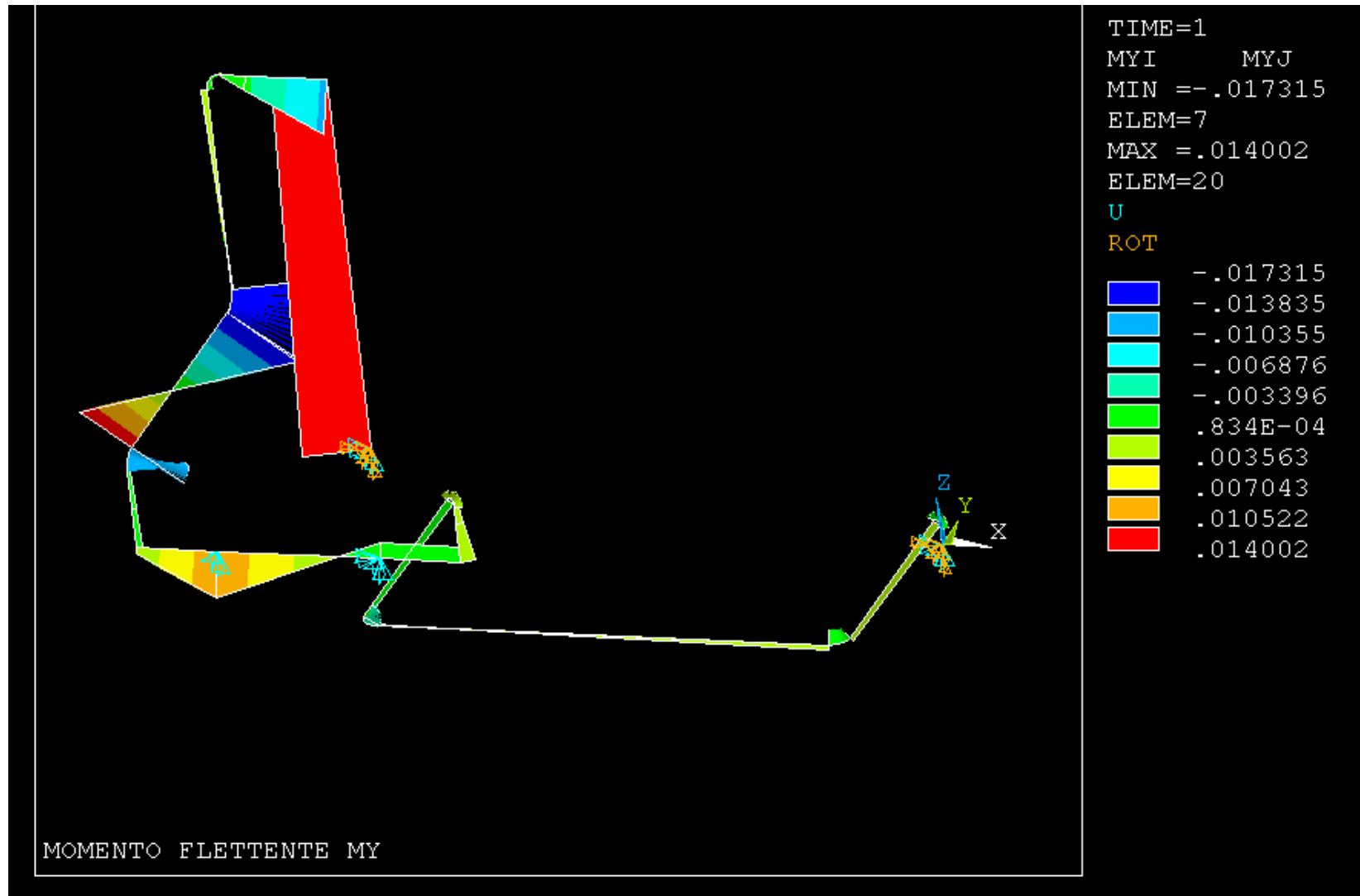




# ELEMENTI "PIPE"/14

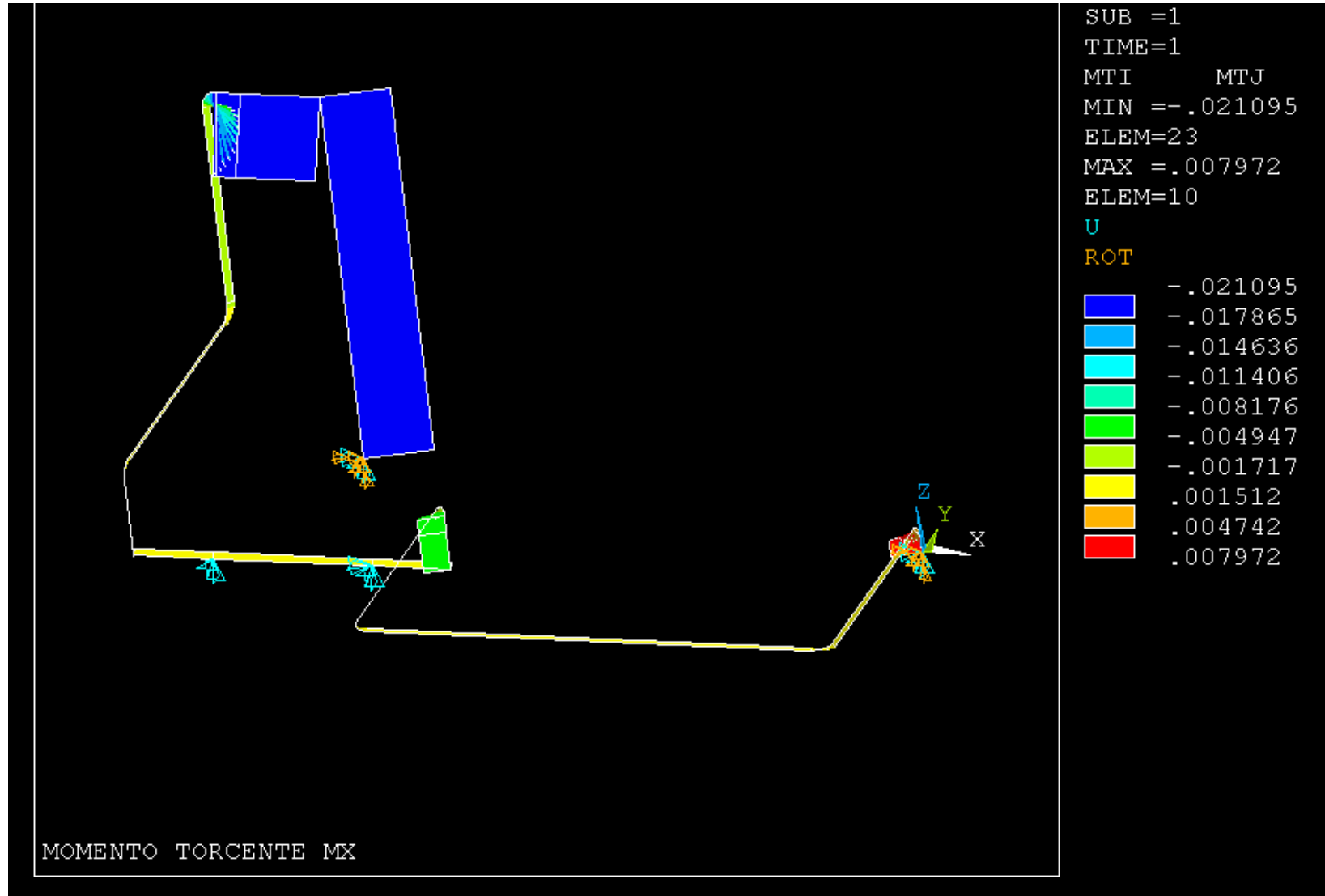


# ELEMENTI "PIPE"/15





# ELEMENTI "PIPE"/16





## ELEMENTI “PIPE”/17

### ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

#### *COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA*

C\*\*\*

C\*\*\* MATERIALE

C\*\*\*

C\*\*\* acciaio inox

C\*\*\*

MP,EX,1,200000

MP,ALPX,1,0.000018 ! coefficiente di dilatazione termica

C\*\*\*

C\*\*\* acciaio ferritico

C\*\*\*

MP,EX,2,210000

MP,ALPX,2,0.000012 ! coefficiente di dilatazione termica





## ELEMENTI “PIPE”/18

### ASPETTI PARTICOLARI DEL MODELLO

#### *CARICHI DOVUTI A VARIAZIONI DI TEMPERATURA*

C\*\*\*

C\*\*\* CARICHI

C\*\*\*

C\*\*\* tubazione olio

C\*\*\*

TREF,20

! temperatura di montaggio

NSEL,,NODE,,1,10

BF,ALL,TEMP,200

! temperatura di lavoro

C\*\*\*

C\*\*\* tubazione benzina

C\*\*\*

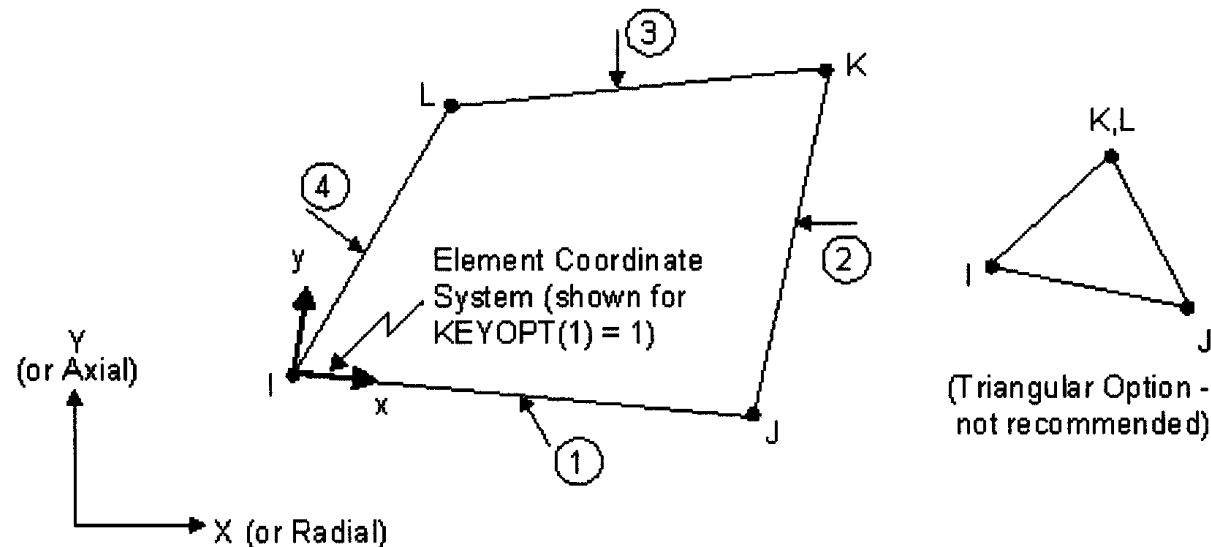
NSEL,,NODE,,11,18

BF,ALL,TEMP,400

! temperatura di lavoro

## ELEMENTI PIANI/1

Figure 1. PLANE42 2-D Structural Solid

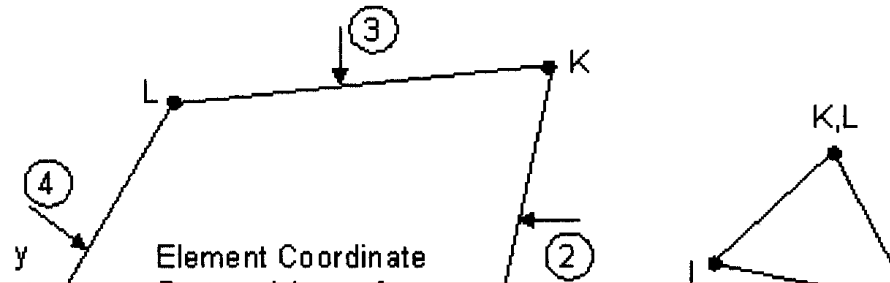


### *Problemi di elasticità piana*

- 4 (3) nodi
- 2 g.d.l /nodo
- tre “classi” di problemi:
  - *Lastre in stato piano di tensione (“plane stress”)*
  - *Corpi in stato piano di deformazione (“plane strain”)*
  - *Corpi assialsimmetrici (“axi-symmetric stress/strain”)*

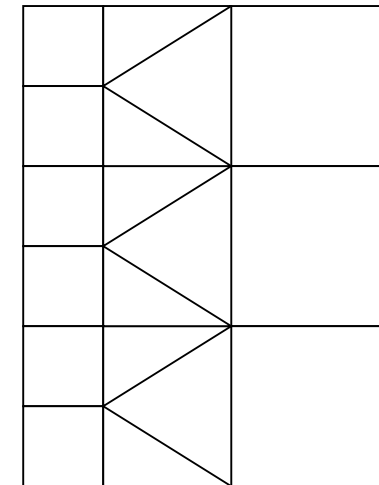
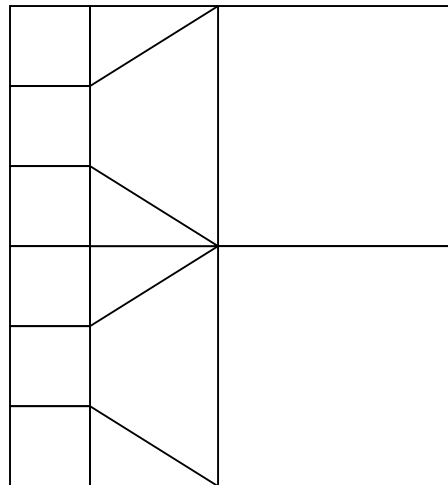
# ELEMENTI PIANI/1

Figure 1. PLANE42 2-D Structural Solid



Y  
(or Ax)

## Esempi di zone di transizione

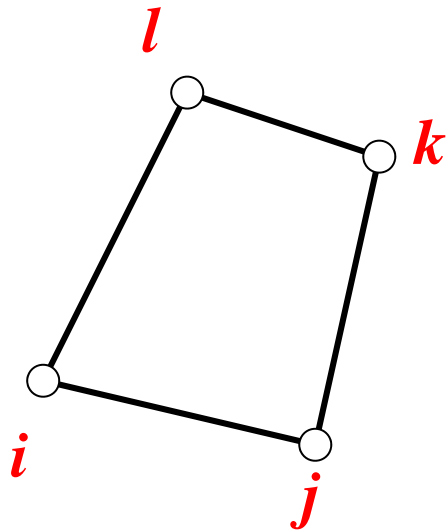


*Problemi di elasto*

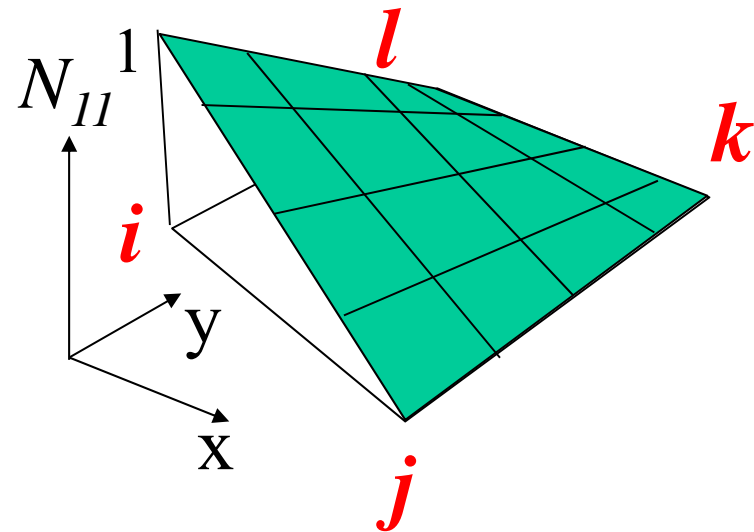
- 4 (3) nodi
- 2 g.d.l /nodo
- tre “classi” di stati
  - stati piani
  - stati piani di deformazione (“plane strain”)
  - stati assialsimmetrici (“axi-symmetric stress/strain”)

## ELEMENTI PIANI/2

Rispetto all'elemento triangolare è possibile scrivere 4 condizioni (invece di 3) per ciascuna delle f.ni di forma



$$\begin{cases} N_{11}(x_i, y_i) = 1 \\ N_{11}(x_j, y_j) = 0 \\ N_{11}(x_k, y_k) = 0 \\ N_{11}(x_l, y_l) = 0 \end{cases}$$



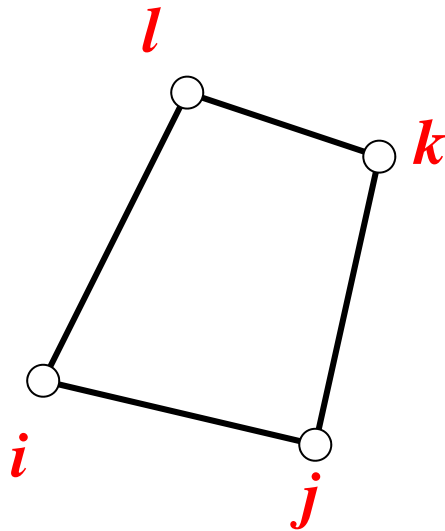
Per tale motivo, le f.ni di forma possono avere una formulazione a 4 parametri, che include un termine di 2° grado

$$N_{11}(x, y) = A_{11} + B_{11}x + C_{11}y + D_{11}xy$$

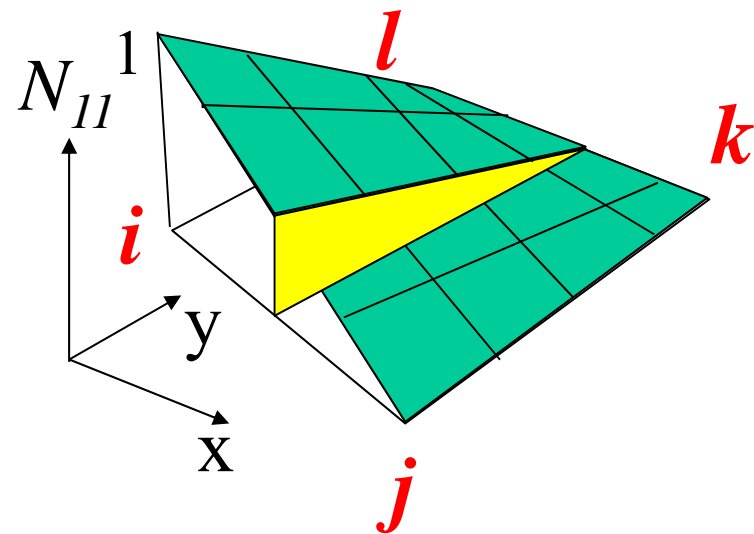
## ELEMENTI PIANI/2

Rispetto all'elemento triangolare è più complesso (invece di 3) per ciascuna delle f.ni di forma

*Superficie rigata: ogni sezione con piani "x=cost" mostra una variazione lineare con "y" e viceversa*



$$\begin{cases} N_{11}(x_i, y_i) = 1 \\ N_{11}(x_j, y_j) = 0 \\ N_{11}(x_k, y_k) = 0 \\ N_{11}(x_l, y_l) = 0 \end{cases}$$



Per tale motivo, le f.ni di forma possono avere una formulazione a 4 parametri, che include un termine di 2° grado

$$N_{11}(x, y) = A_{11} + B_{11}x + C_{11}y + D_{11}xy$$

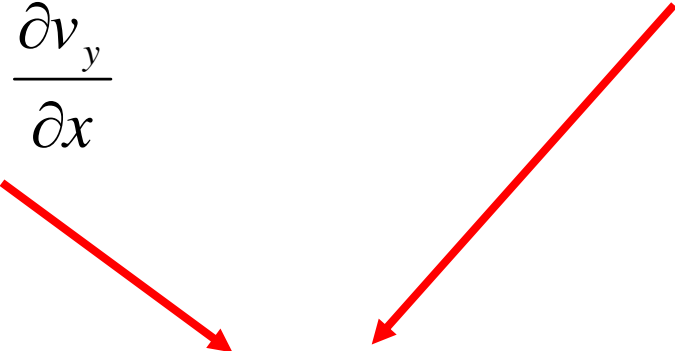


## ELEMENTI PIANI/3

### Andamento tensioni/deformazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \end{array} \right.$$

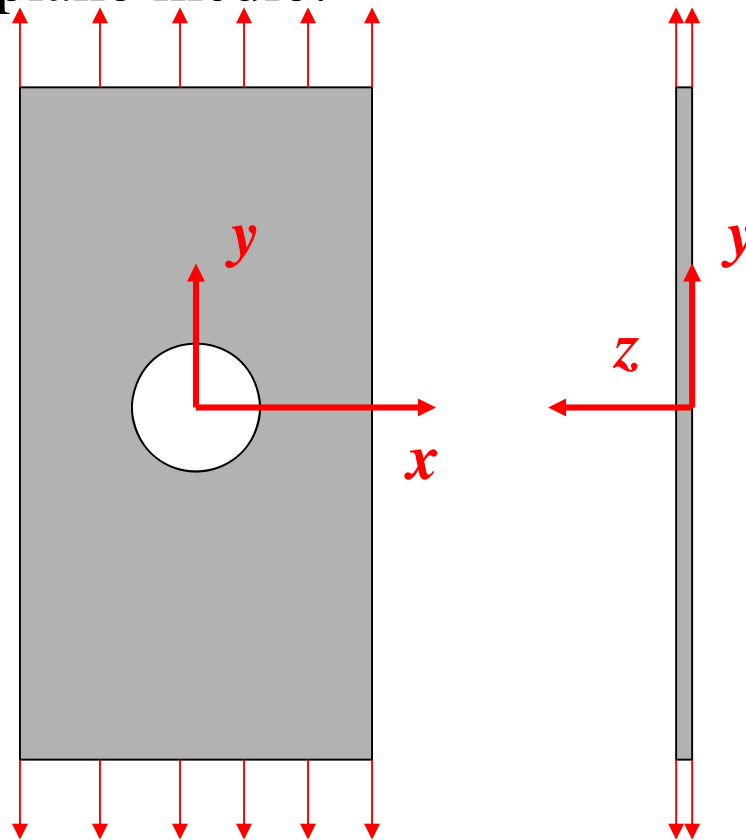
$$N_{lm}(x, y) = A_{lm} + B_{lm}x + C_{lm}y + D_{lm}xy$$


$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = a + b \cdot y \\ \varepsilon_y = c + d \cdot x \\ \gamma_{xy} = e + f \cdot x + g \cdot y \end{array} \right.$$

## ELEMENTI PIANI/4

### Stati piani di tensione:

- sono caratterizzati dall'aver una delle componenti principali di tensione identicamente nulla
- si verificano tipicamente in corpi piani, di spessore piccolo rispetto alle altre dimensioni caratteristiche del problema, caricati nel loro piano medio.

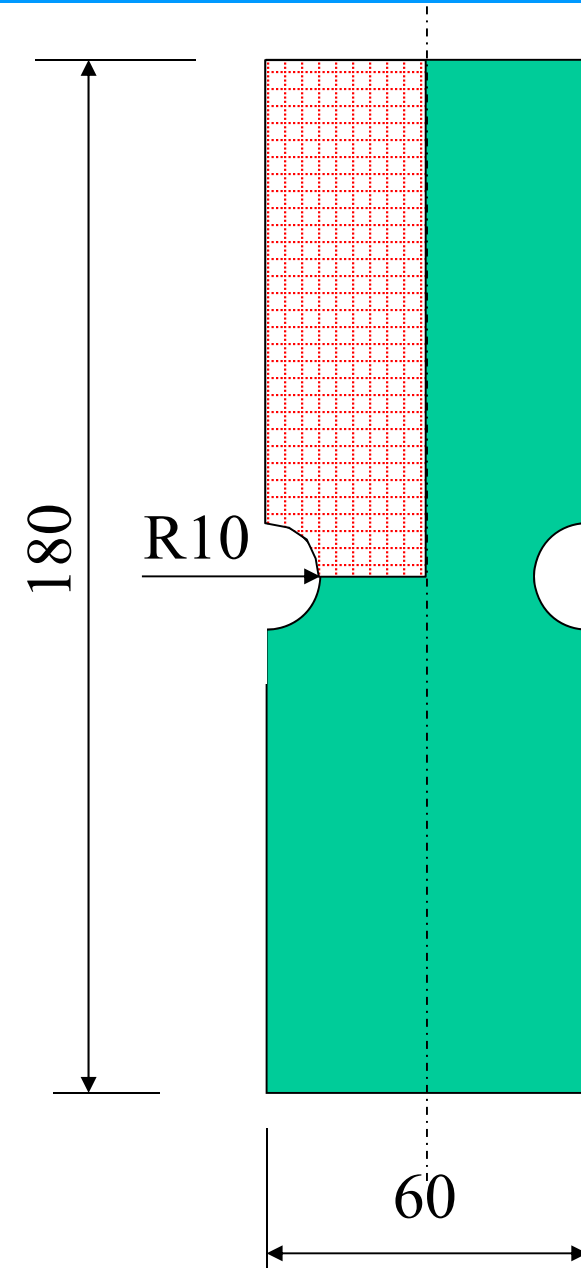
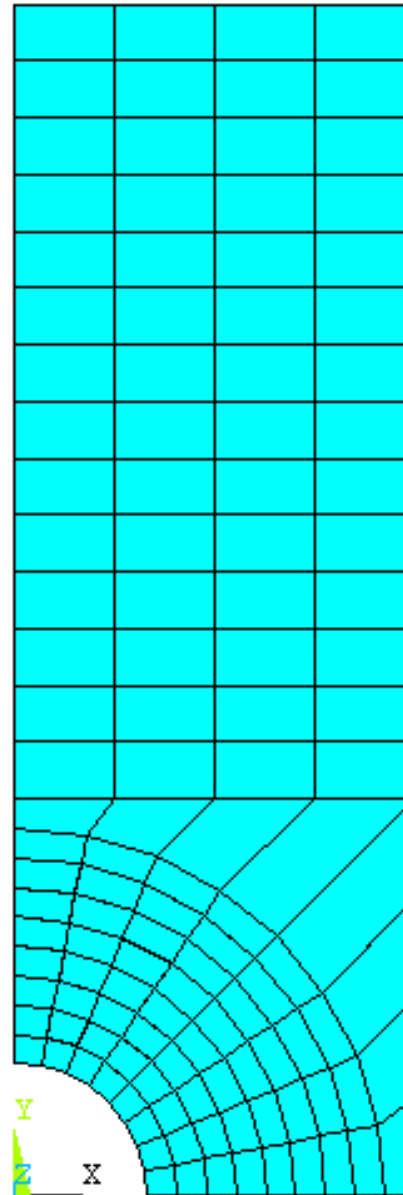


$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0$$

## ELEMENTI PIANI/5

Il modello giace sul piano “x-y” e rappresenta il piano medio (a metà spessore) della struttura. I carichi possono essere sull’intero spessore o per unità di spessore.





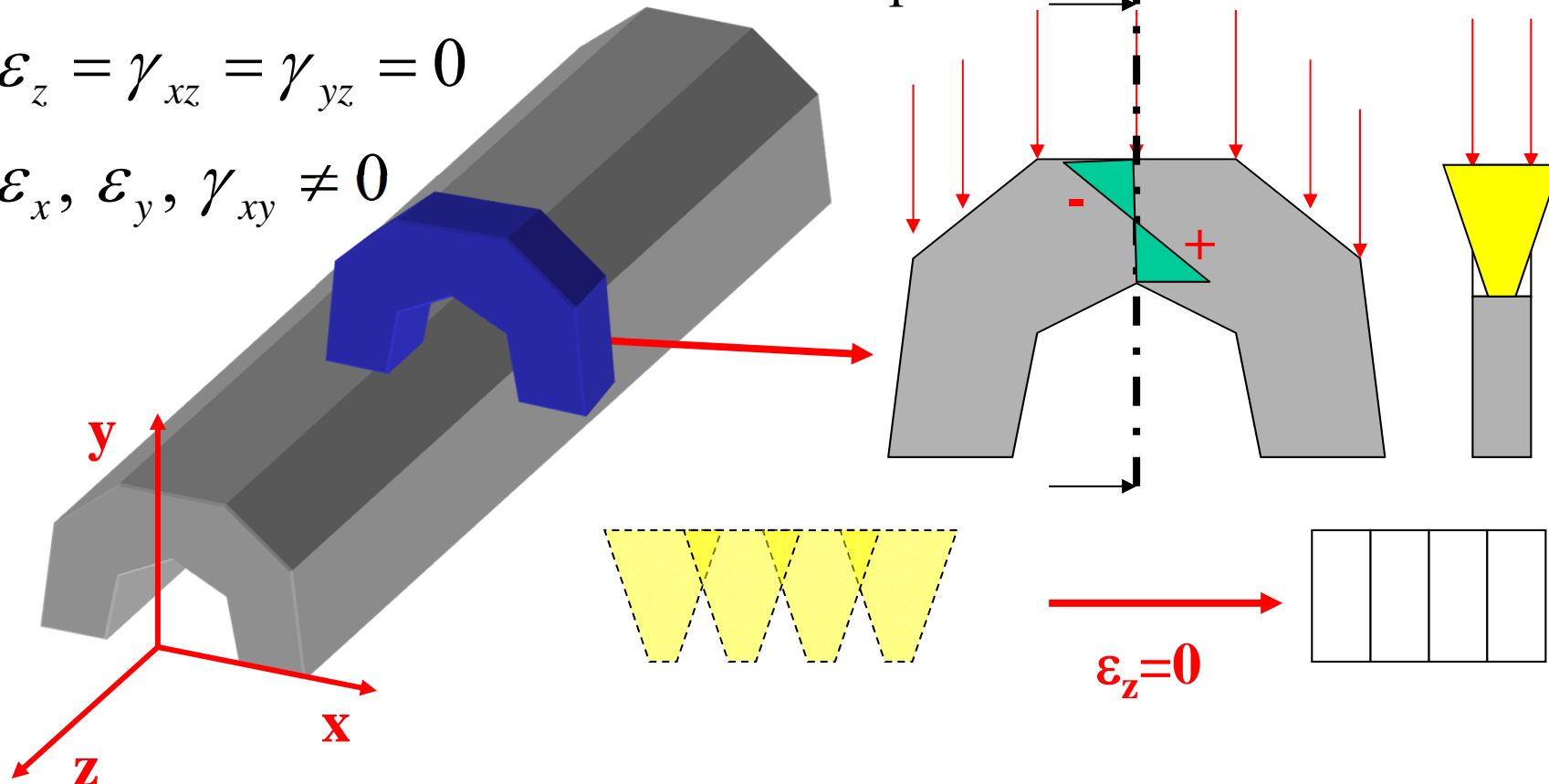
## ELEMENTI PIANI/6

### Stati piani di deformazione:

- sono caratterizzati dall'aver una delle componenti principali di deformazione identicamente nulla
- si verificano tipicamente in corpi di spessore grande rispetto alle altre dimensioni caratteristiche del problema.

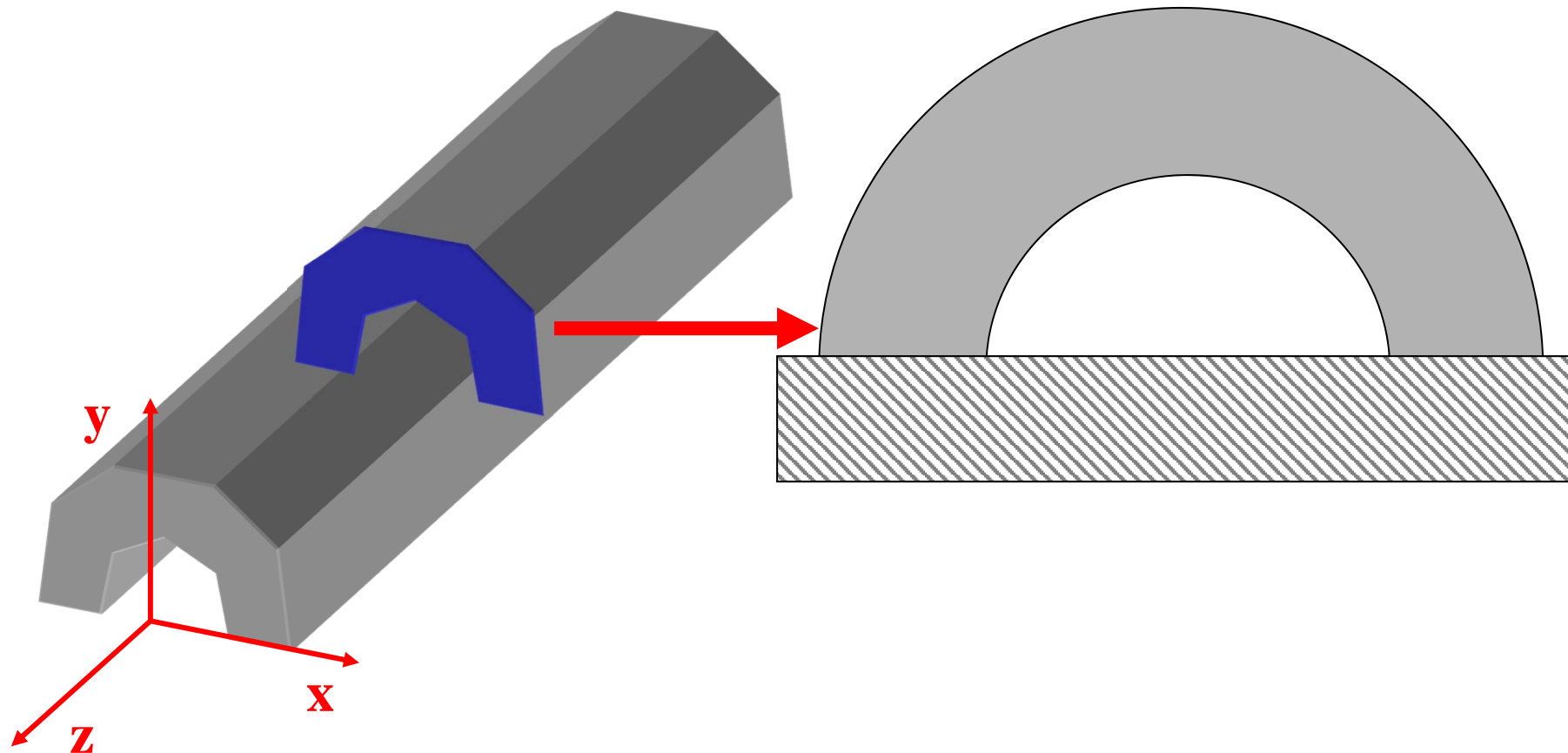
$$\varepsilon_z = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy} \neq 0$$

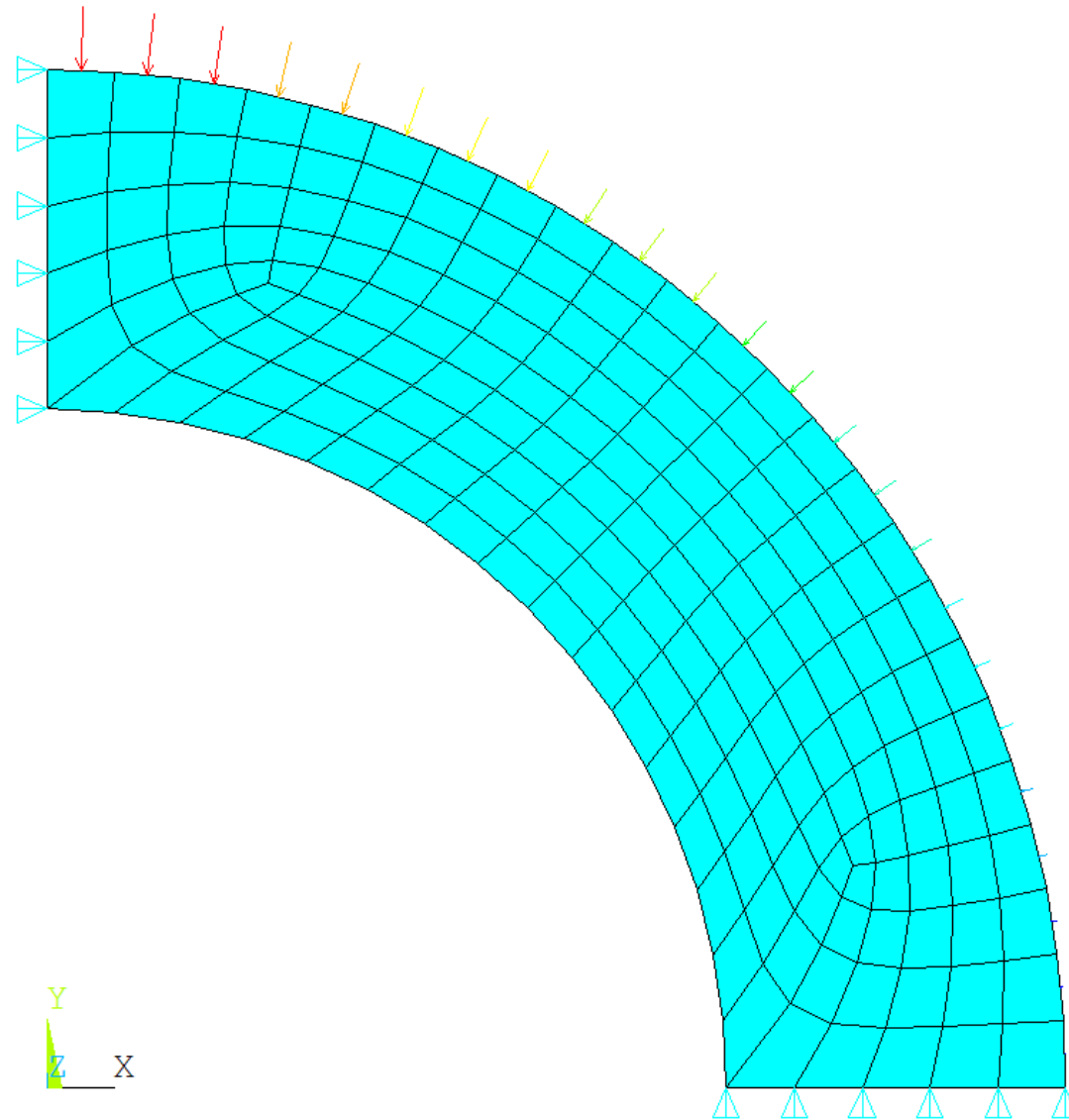


## ELEMENTI PIANI/7

Il modello giace sul piano “x-y” e rappresenta una sezione, eseguita con un piano ortogonale all’asse z, della struttura.  
I carichi sono per unità di spessore.



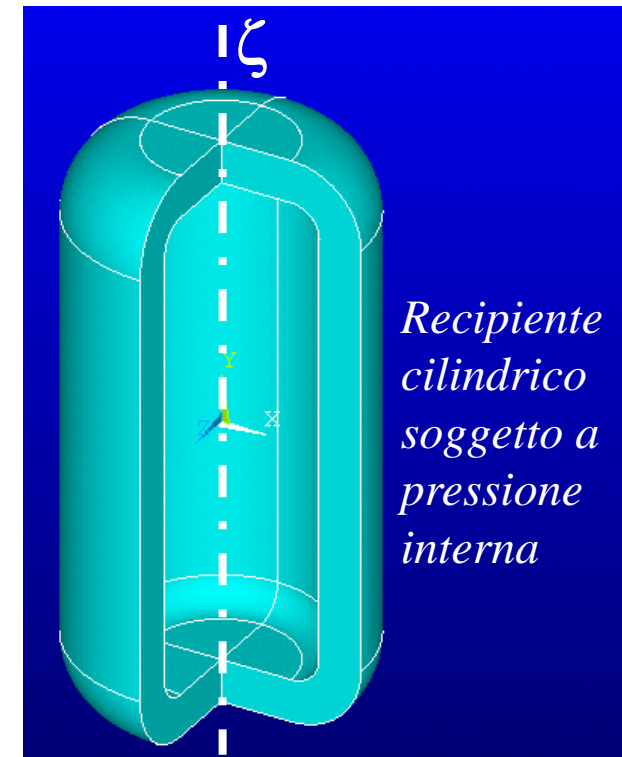
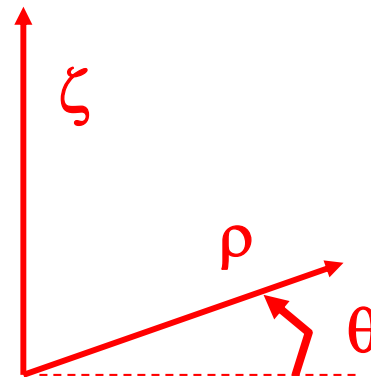
## ELEMENTI PIANI/8



## ELEMENTI PIANI/9

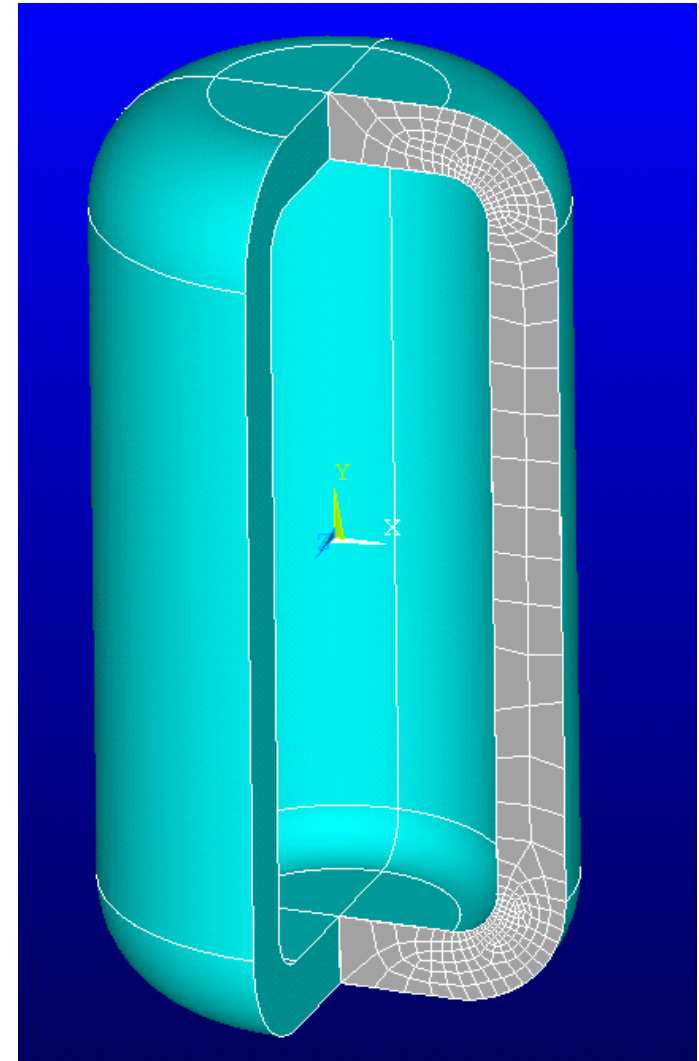
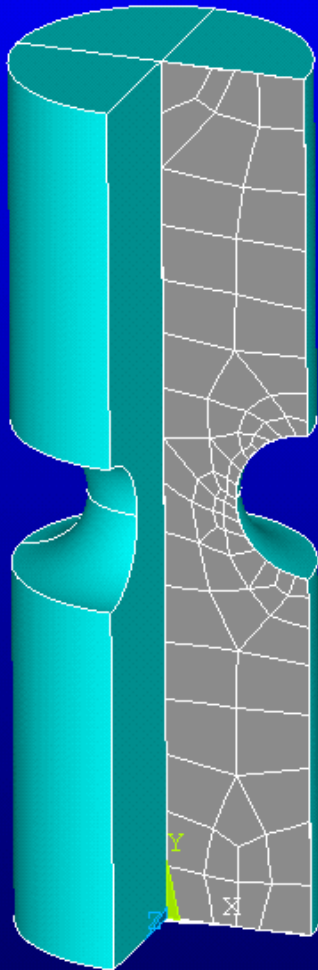
### Stati assial-simmetrici

- si verificano in corpi di geometria assial-simmetrica (ottenibile per rotazione di una sezione attorno ad un asse fisso  $\zeta$ ) carichi che presentano lo stesso tipo di simmetria.
- fissato un SR cilindrico “ $\rho, \theta, \zeta$ ”, per simmetria lo stato di tensione/deformazione risulta indipendente da  $\theta$  e le componenti di spostamento in direzione circonferenziale ( $\theta$ ) risultano nulle: il problema può di conseguenza essere studiato come piano.

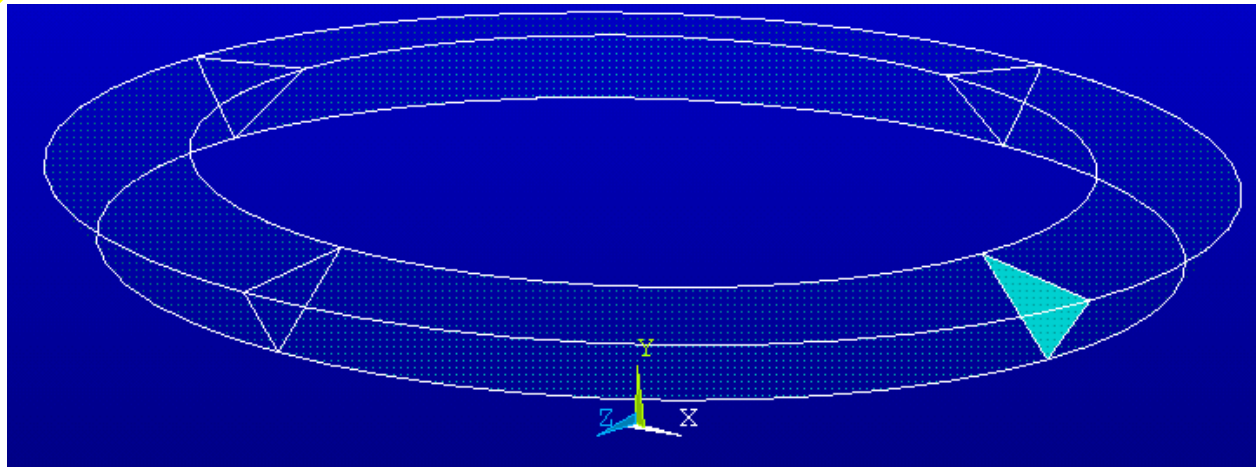


## ELEMENTI PIANI/10

Il modello deve rappresentare una sezione del corpo fatta con un piano passante per l'asse di simmetria (in ANSYS, l'asse di simmetria e la direzione radiale devono coincidere rispettivamente con l'asse "Y" e l'asse "X" del SR cartesiano globale).



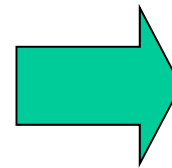
## ELEMENTI PIANI/11



Volume  
rappresentato  
dall'elemento

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial v_x}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \\ \varepsilon_\theta = \frac{v_x}{x} \end{array} \right.$$

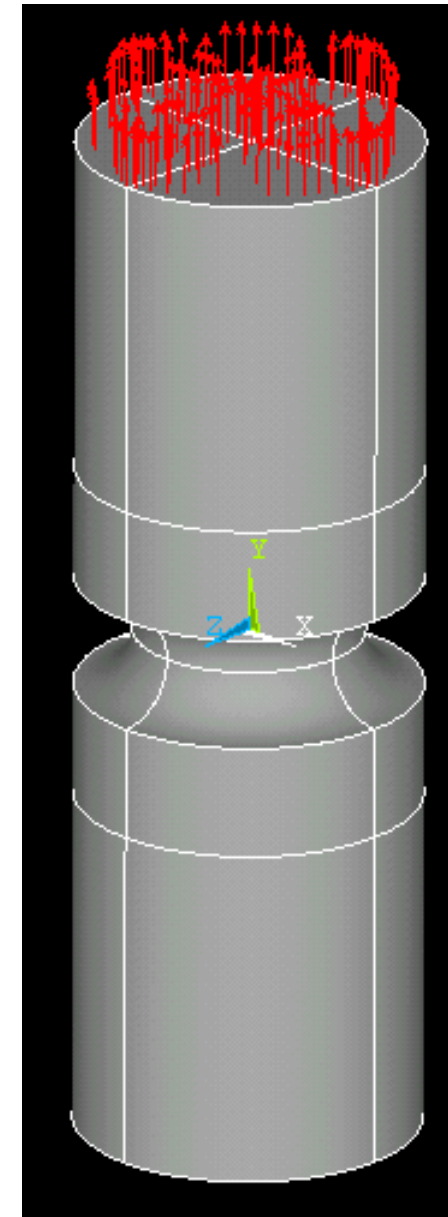
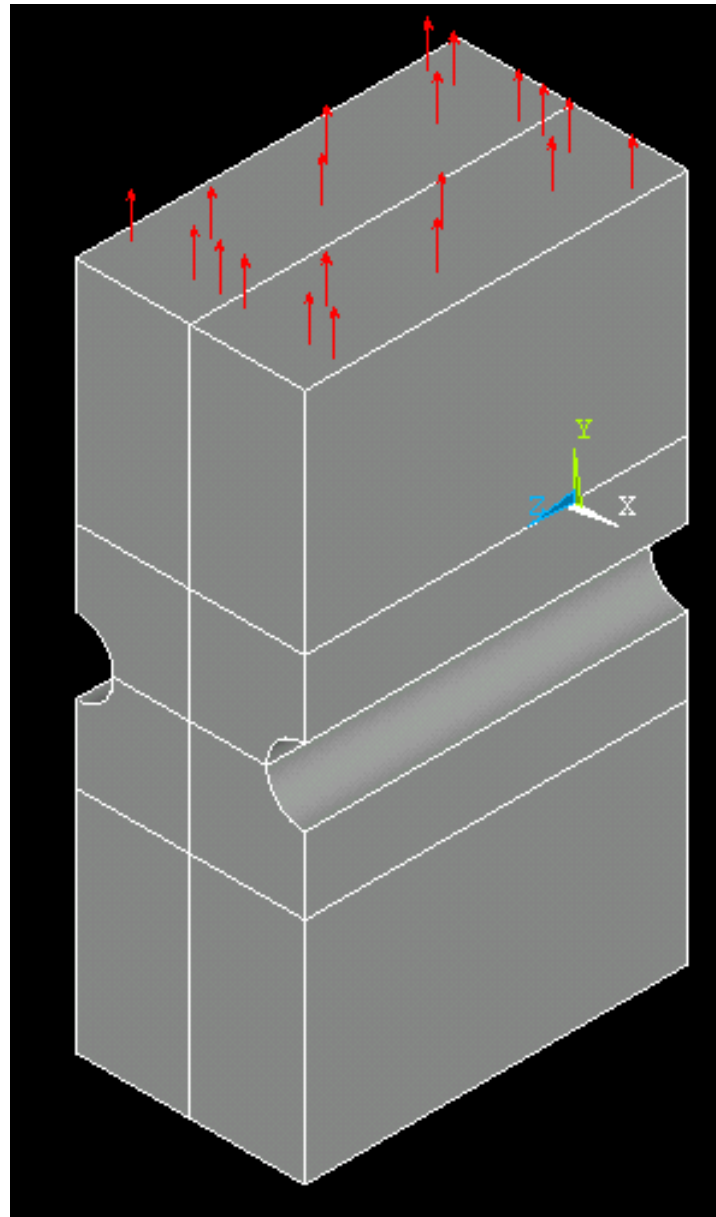
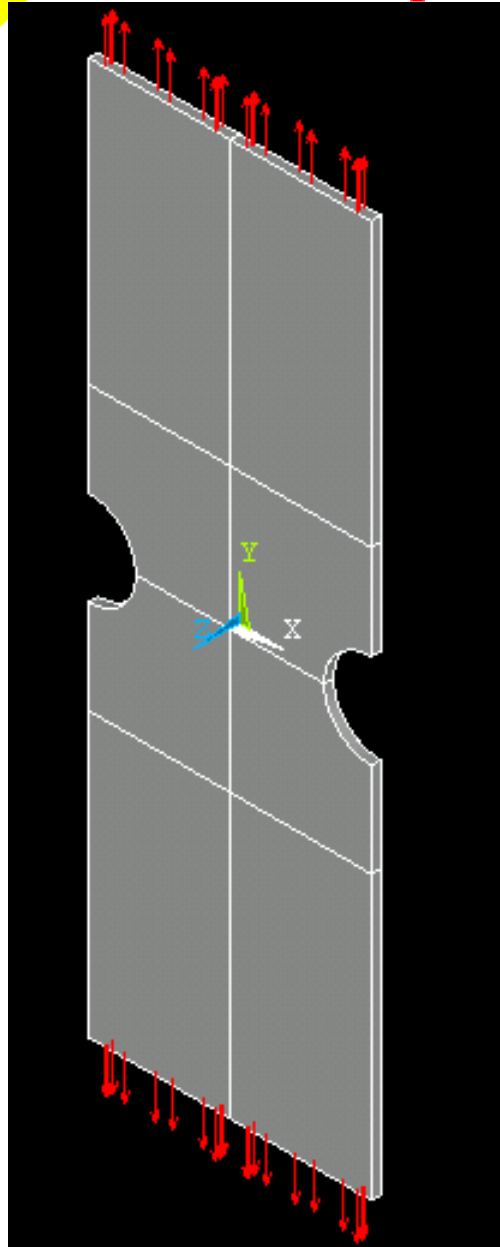
Rispetto al caso “plane stress” è necessario aggiungere una componente di deformazione/tensione



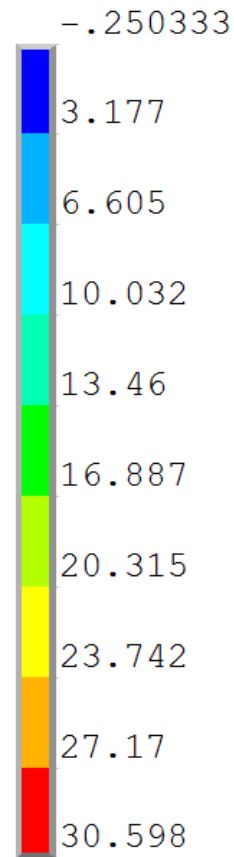
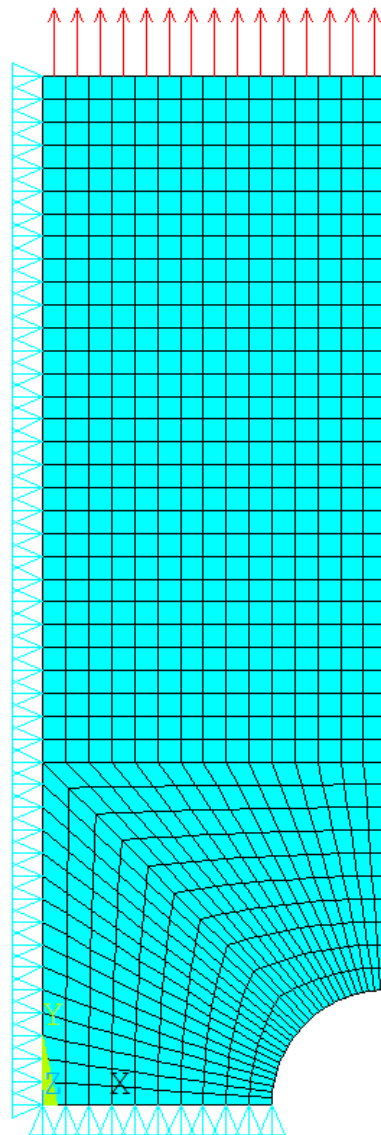
$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{1}{x} & 0 \end{bmatrix}$$

## Esempio di applicazione

## ELEMENTI PIANI/12

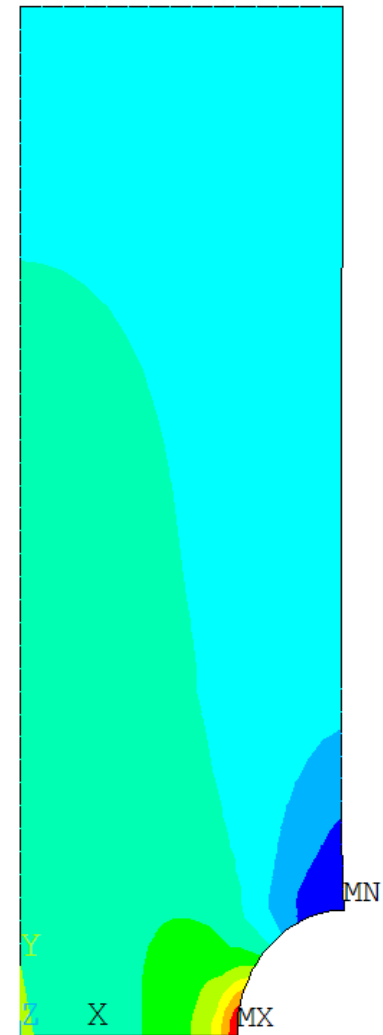


# ELEMENTI PIANI/13



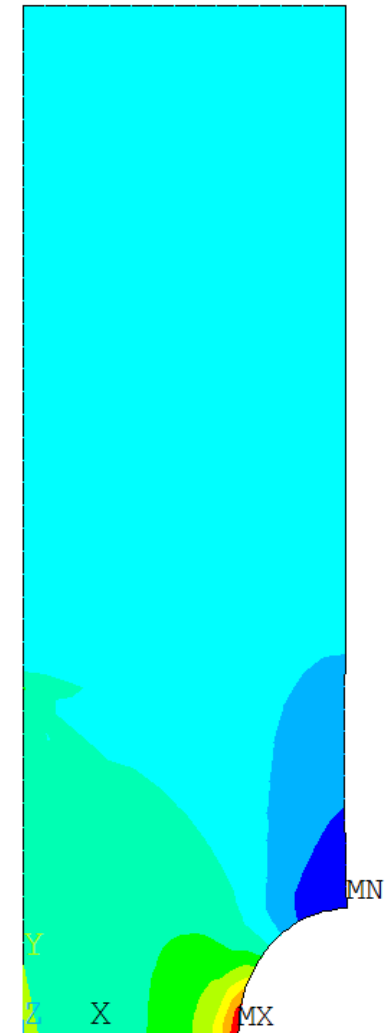
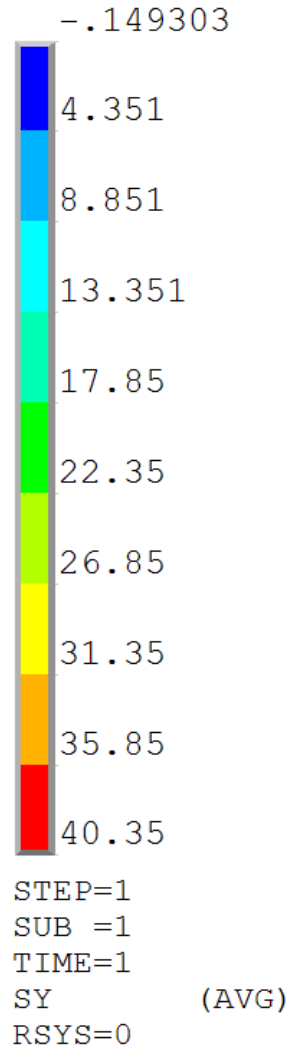
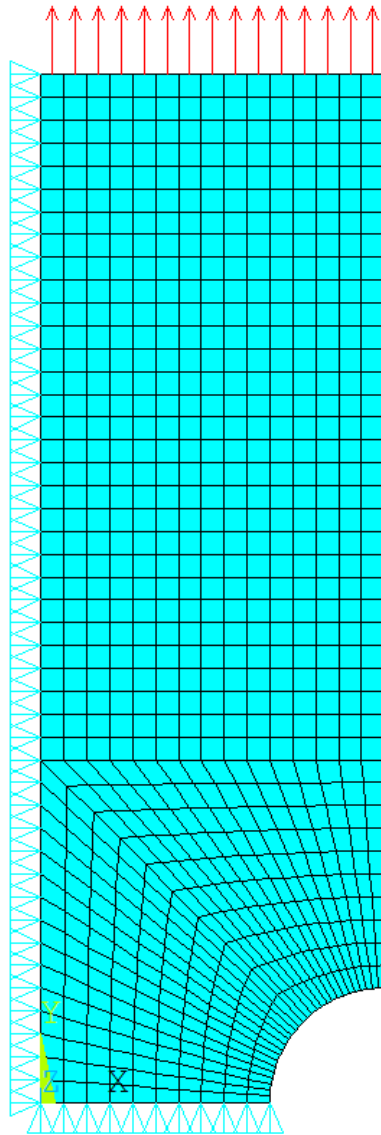
STEP=1  
SUB =1  
TIME=1  
SY (AVG)  
RSYS=0

STATO PIANO DI TENSIONE





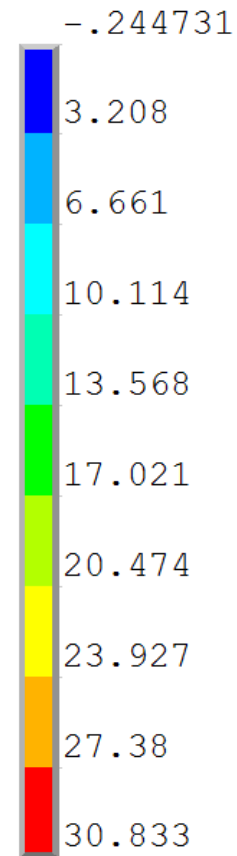
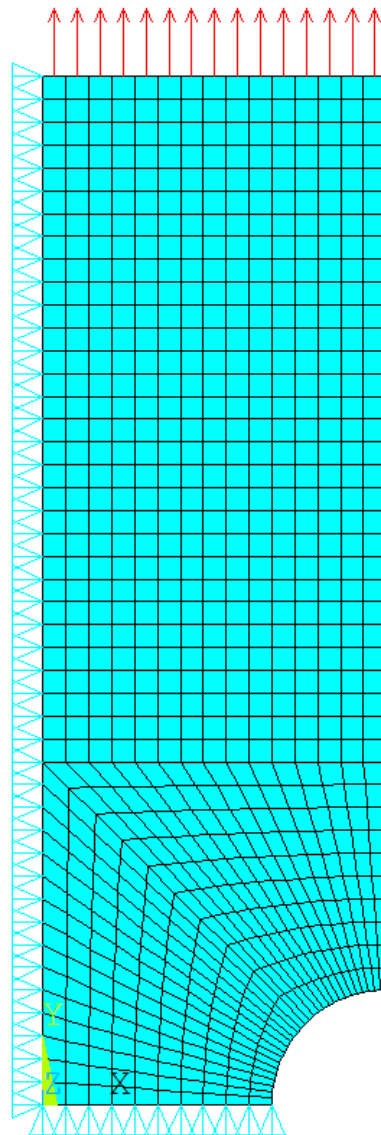
# ELEMENTI PIANI/14



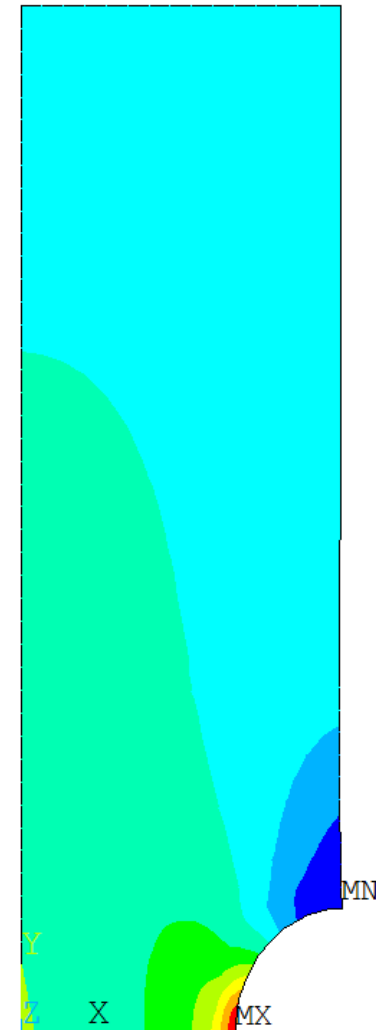
STATO DI TENSIONE ASSIALSIMMETRICO

*File di comandi: ANALISI\_PIANA\_INTAGLIO.txt*

## ELEMENTI PIANI/15



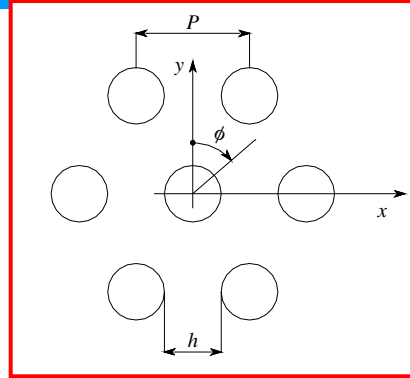
STEP=1  
 SUB =1  
 TIME=1  
 SY (AVG)  
 RSYS=0



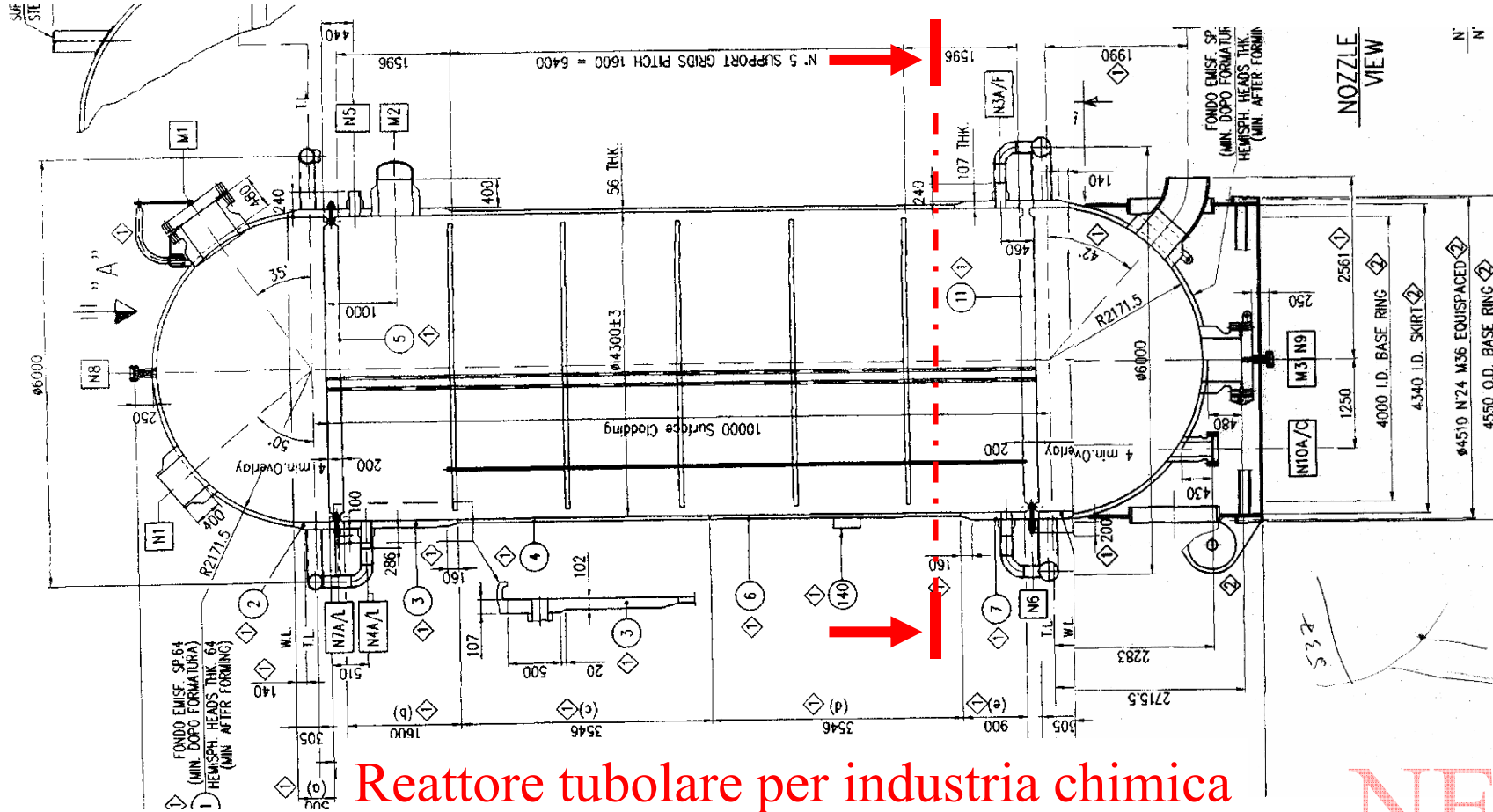
STATO PIANO DI DEFORMAZIONE

*File di comandi: ANALISI\_PIANA\_INTAGLIO.txt*

# ELEMENTI PIANI/16



CdL Magistrale in Ingegneria Meccanica

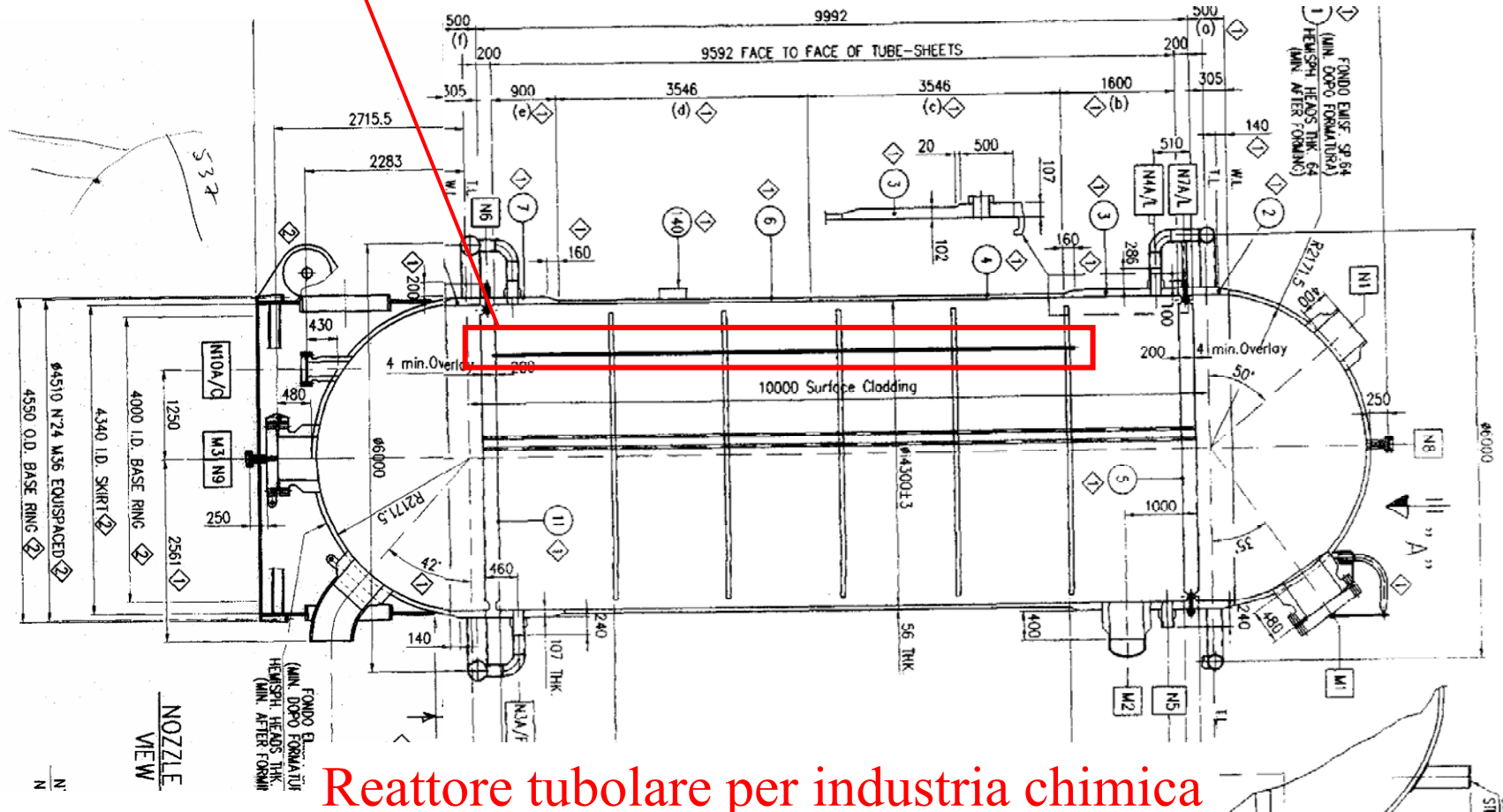
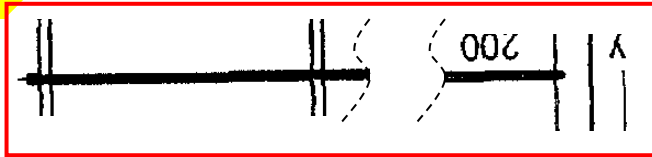


Reattore tubolare per industria chimica

NEW

# ELEMENTI PIANI/17

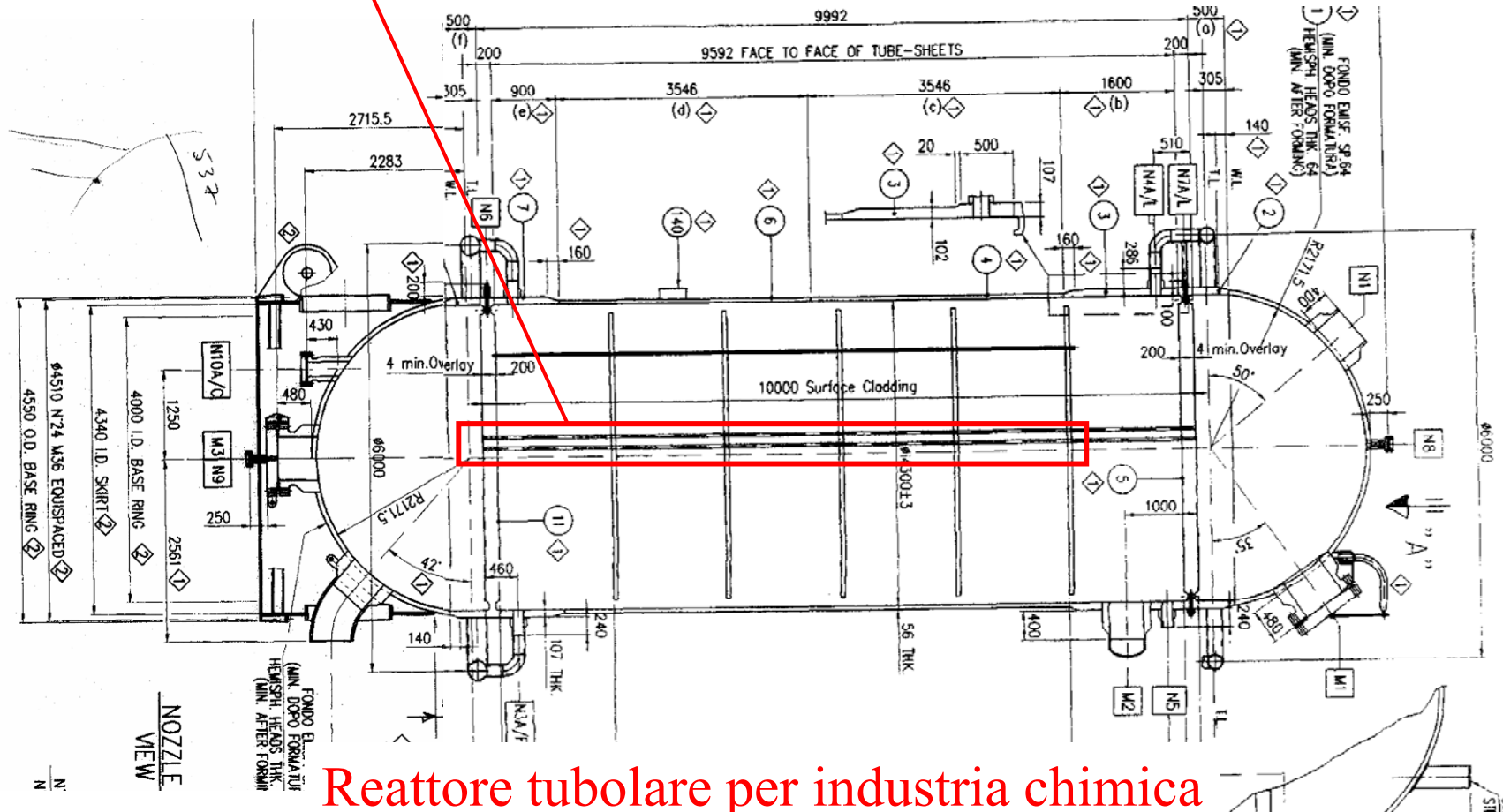
NEW



Reattore tubolare per industria chimica

# ELEMENTI PIANI/18

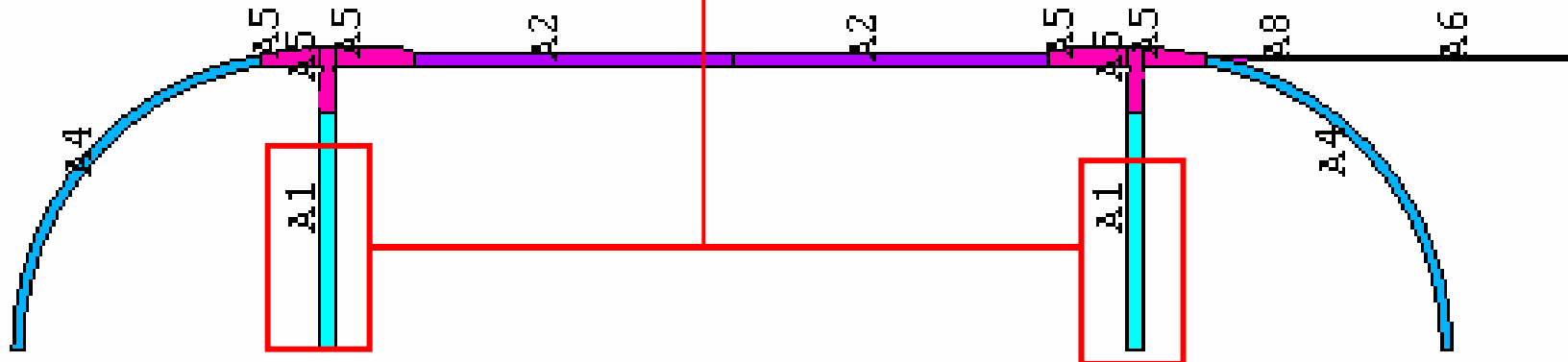
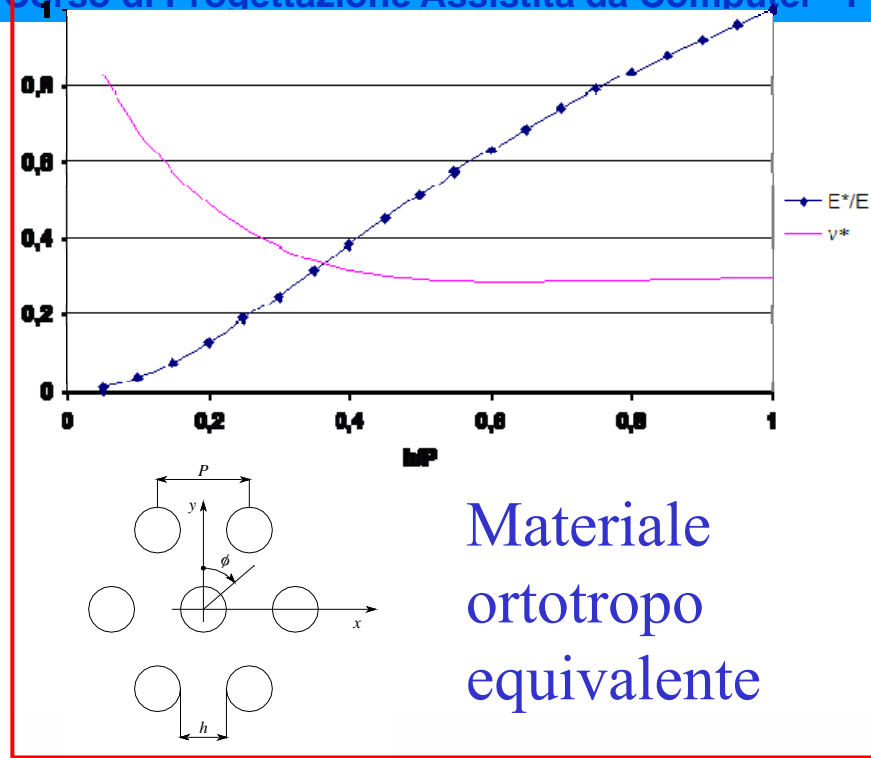
NEW



Reattore tubolare per industria chimica

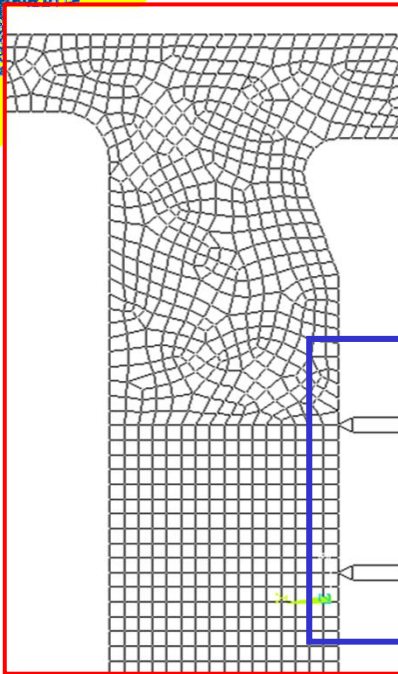
**ELEMENTI PIANI/19**

NEW



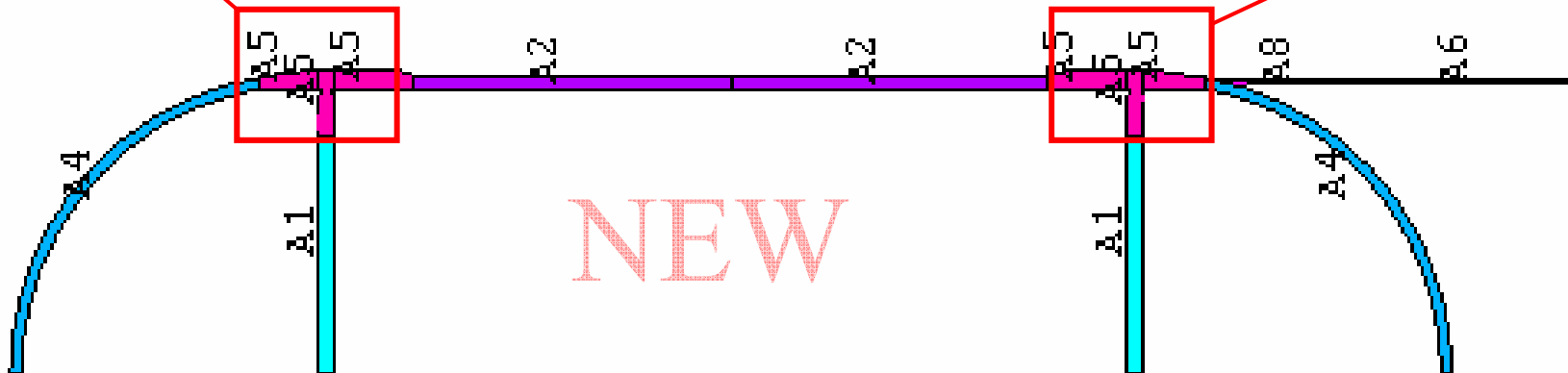
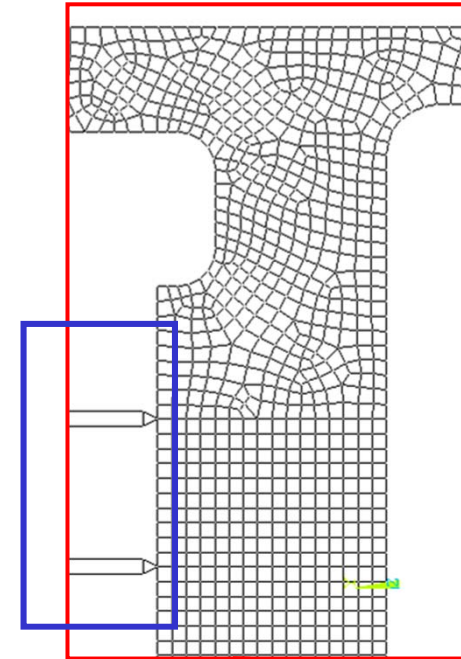
Modello realizzato con elementi piani assialsimmetrici





Fascio tubiero simulato con una fila di elementi assialsimmetrici di uguale area totale.

Accoppiamento con la piastra solo in direzione assiale (CP) per evitare l'effetto di "constraint" flessionale e circonferenziale



Modello realizzato con elementi piani assialsimmetrici

**ELEMENTI PIANI/21**