



**Corso di
ASPETTI TEORICI ED APPLICATIVI DEL METODO DEGLI
ELEMENTI FINITI
PARTE II**

Rev: 03 del 15/03/2012

PRINCIPI DI MODELLAZIONE



VALUTAZIONE DELL'ERRORE/1

Il metodo EF fornisce soluzioni **approssimate**.

Se le f.ni di forma rispettano determinate condizioni, il metodo risulta **convergente** all'aumentare del n° di g.d.l.

Risulta di particolare interesse:

- analizzare la **velocità di convergenza**
- analizzare la possibilità di fornire **stime “a posteriori”** dell'errore associato ad un determinato modello
- stabilire come **modificare un modello per ridurre l'errore** entro limiti prestabiliti

VALUTAZIONE DELL'ERRORE/2

Definizioni

Errore sullo spostamento

$$e_U = (u - \hat{u})$$

Errore sulle tensioni

$$e_\sigma = (\sigma - \hat{\sigma})$$

Valore esatto

Energia associata all'errore:

- per l'elemento i (**ETABLE**, *Lab*, **SERR**)

$$e_i = \frac{1}{2} \int_V (\sigma - \hat{\sigma})^T (\varepsilon - \hat{\varepsilon}) dV =$$

(*dipende dal quadrato di e_σ*)

$$= \frac{1}{2} \int_V (\sigma - \hat{\sigma})^T D^{-1} (\sigma - \hat{\sigma}) dV$$

- totale sul modello (***GET**, *Par*, **PRERR**, 0, **SERSM**)

$$e = \sum_i e_i$$

Norma energia percentuale associata all'errore (Percentage Error Energy Norm)

(***GET**, *Par*, **PRERR**, 0, **SEPC**)

$$E = \left(\frac{e}{U + e} \right)^2 100 \quad (\text{proporzionale ad } e_\sigma)$$

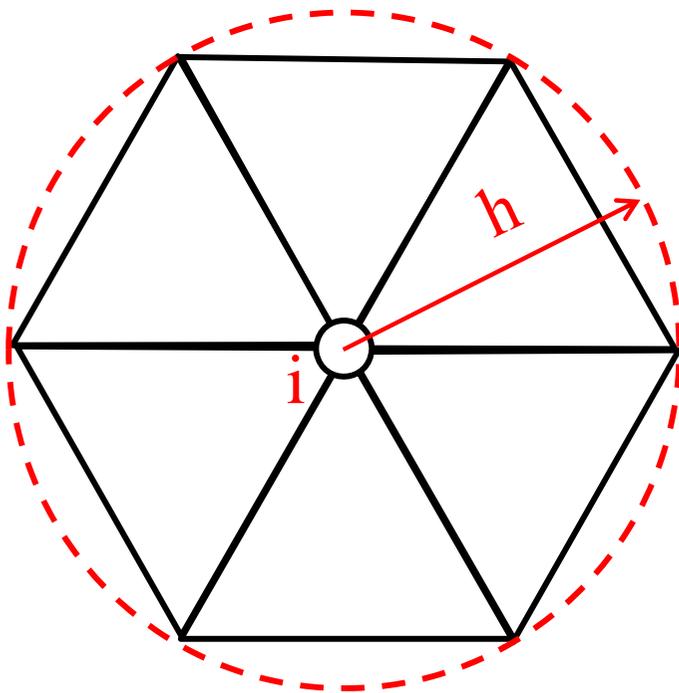
VALUTAZIONE DELL'ERRORE/3

Le funzioni di forma forniscono una rappresentazione polinomiale della funzione di spostamento nelle vicinanze di un nodo, simile a quella ottenibile attraverso una serie di Taylor:

$$u = u(x_i, y_i) + \frac{\partial u}{\partial x}(x - x_i) + \frac{\partial u}{\partial y}(y - y_i) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x - x_i)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(y - y_i)^2 + \dots$$

Il dominio di validità di tale sviluppo corrisponde alle dimensioni “h” degli elementi, pertanto:

$$\max(x - x_i, y - y_i) \cong h$$



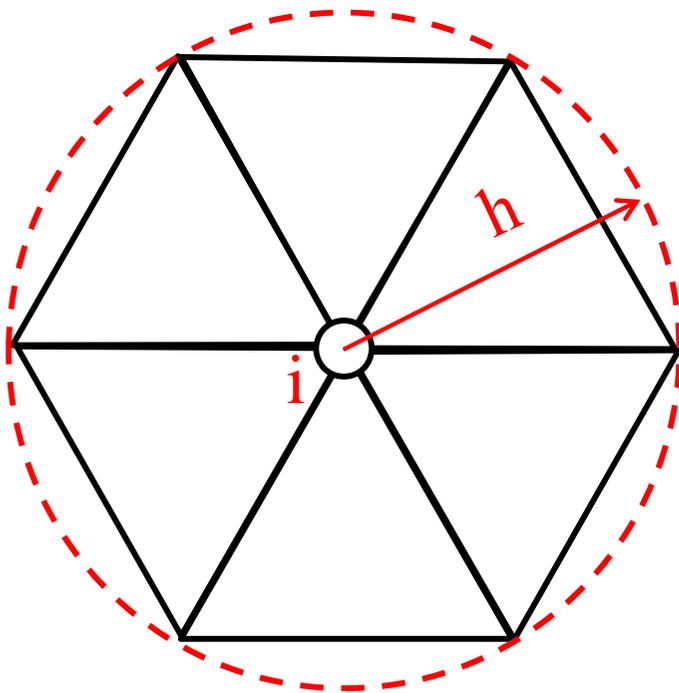
VALUTAZIONE DELL'ERRORE/4

L'errore connesso con tale approssimazione sarà un infinitesimo dell'ordine del primo termine non incluso nello sviluppo, vale a dire:

$$e_U \cong 0(h^{p+1})$$

p = grado polinomiale utilizzata per lo sviluppo = grado funzioni di forma

Quello sulle tensioni, proporzionali alla derivata m -esima degli spostamenti, sarà invece : $e_\sigma \cong 0(h^{p+1-m})$



Energia associata all'errore $e_i \cong 0(h^{2(p+1-m)})$

Norma percentuale dell'energia associata all'errore $E \cong 0(h^{p+1-m})$

VALUTAZIONE DELL'ERRORE/5

Problema piano
Elementi lineari: $p=1$

$$e_U \cong O(h^2)$$

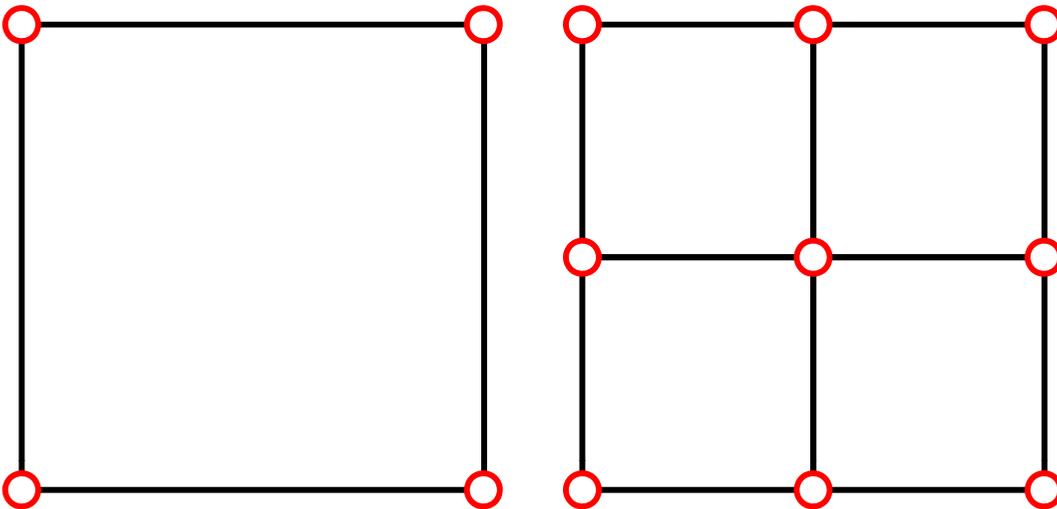
$$e_\sigma \cong O(h)$$

Dimezzando le dimensioni degli elementi l'errore su U si dovrebbe ridurre ad $1/4$ e quello sulle tensioni ad $1/2$.

Inoltre, dato che: $n_{gdl} \propto h^{-2}$

$$e_U \cong O(n_{gdl}^{-1})$$

$$e_\sigma \cong O\left(n_{gdl}^{\frac{1}{2}}\right)$$





VALUTAZIONE DELL'ERRORE/6

Problema piano

Elementi quadratici: $p=2$

$$e_U \cong O(h^3)$$

$$e_\sigma \cong O(h^2)$$

Dimezzando le dimensioni degli elementi l'errore su U si dovrebbe ridurre ad $1/8$ e quello sulle tensioni ad $1/4$.

Inoltre, dato che:

$$n_{gdl} \propto h^{-2}$$

$$e_U \cong O\left(n_{gdl}^{-\frac{3}{2}}\right)$$

$$e_\sigma \cong O\left(n_{gdl}^{-1}\right)$$

VALUTAZIONE DELL'ERRORE/7

Problema 3D

Elementi lineari: $p=1$

$$e_U \cong O(h^2)$$

$$e_\sigma \cong O(h)$$

Dimezzando le dimensioni degli elementi l'errore su U si dovrebbe ridurre ad $1/4$ e quello sulle tensioni ad $1/2$.

Inoltre, dato che: $n_{gdl} \propto h^{-3}$

$$e_U \cong O\left(n_{gdl}^{-\frac{2}{3}}\right)$$

$$e_\sigma \cong O\left(n_{gdl}^{-\frac{1}{3}}\right)$$



VALUTAZIONE DELL'ERRORE/8

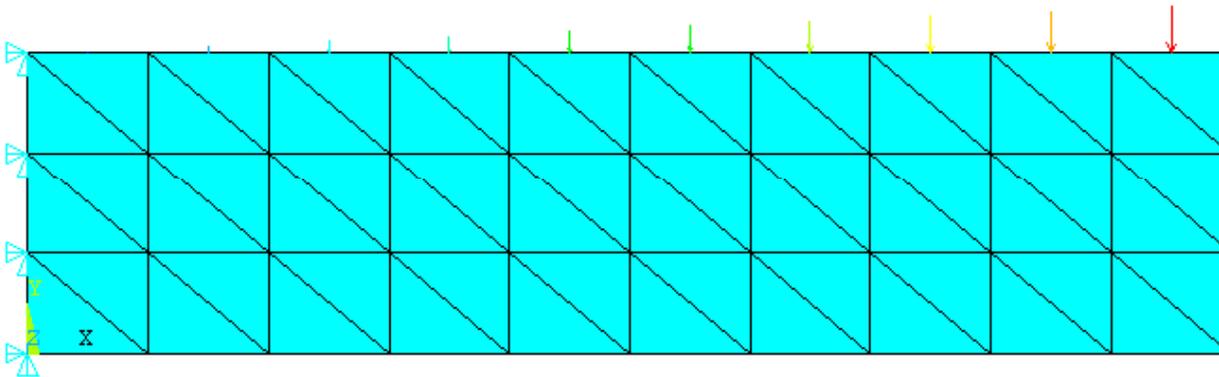
La convergenza sugli spostamenti è generalmente più rapida di quella sulle tensioni:

$$e_U \cong O(h^2) \qquad e_\sigma \cong O(h)$$

La convergenza in funzione del numero di gdl è più rapida in problemi 2D che in problemi 3D:

$$2D: \quad e_\sigma \cong O\left(n_{gdl}^{-\frac{1}{2}}\right) \qquad 3D: \quad e_\sigma \cong O\left(n_{gdl}^{-\frac{1}{3}}\right)$$

VALUTAZIONE DELL'ERRORE/8

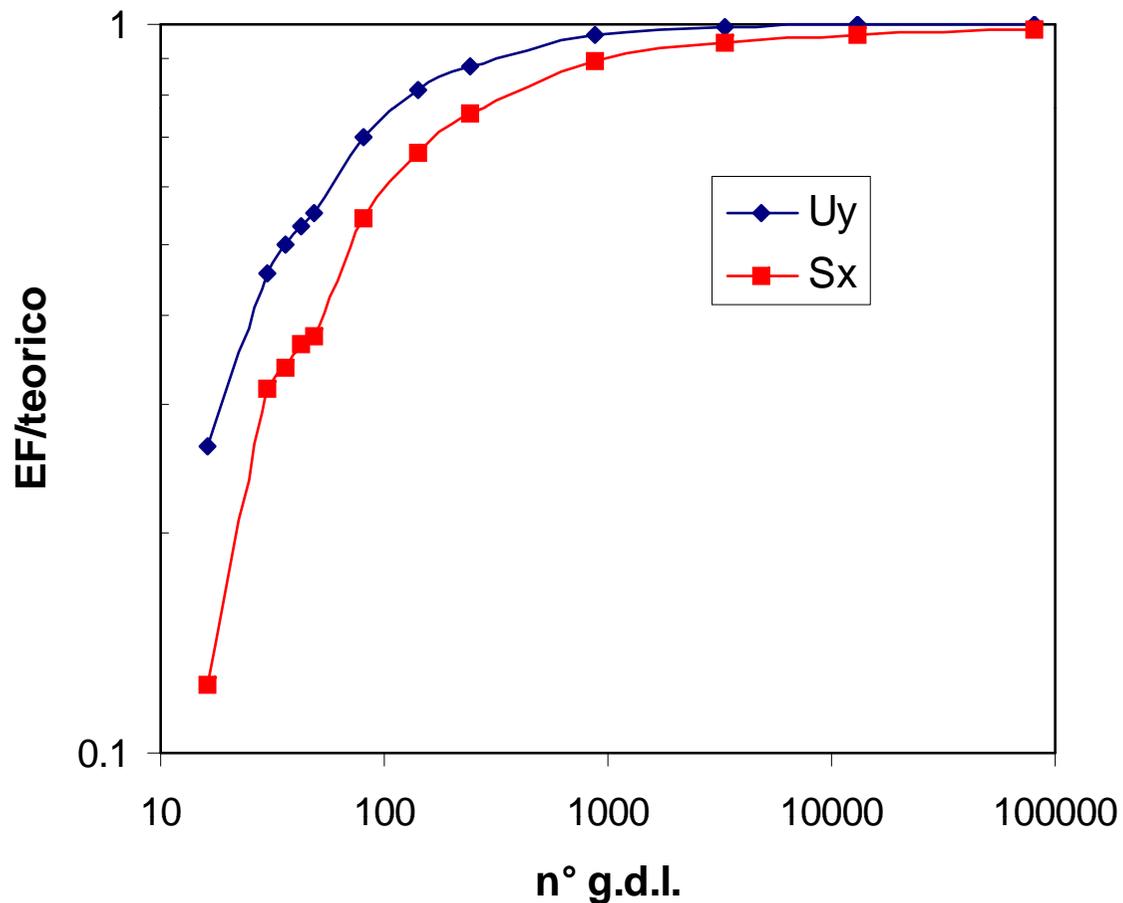


Fn. di forma: grado 1

$$e_U = O(h^2)$$

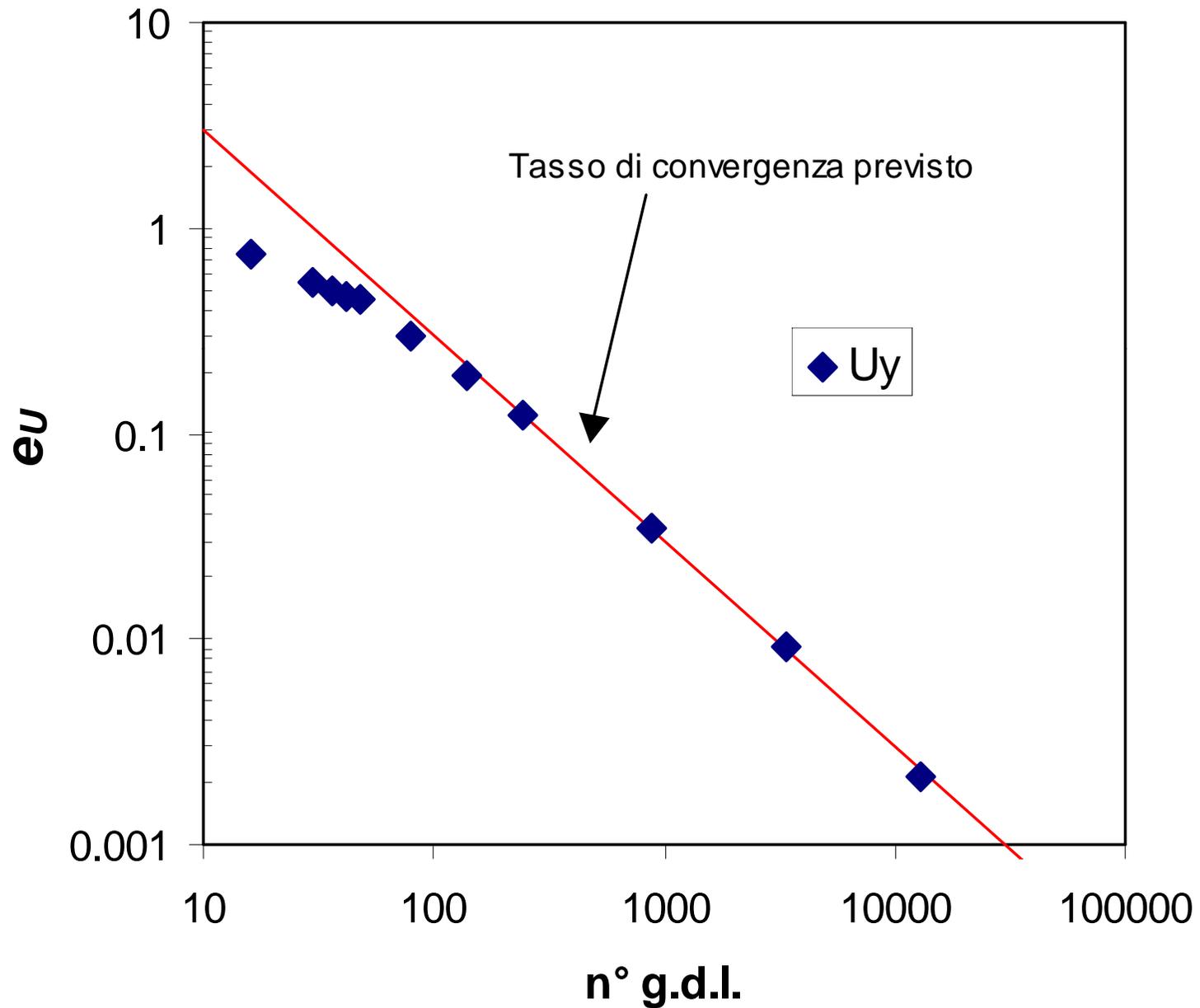
$$e_\sigma = O(h)$$

Studio di convergenza
(applicabile a qualsiasi
grandezza)



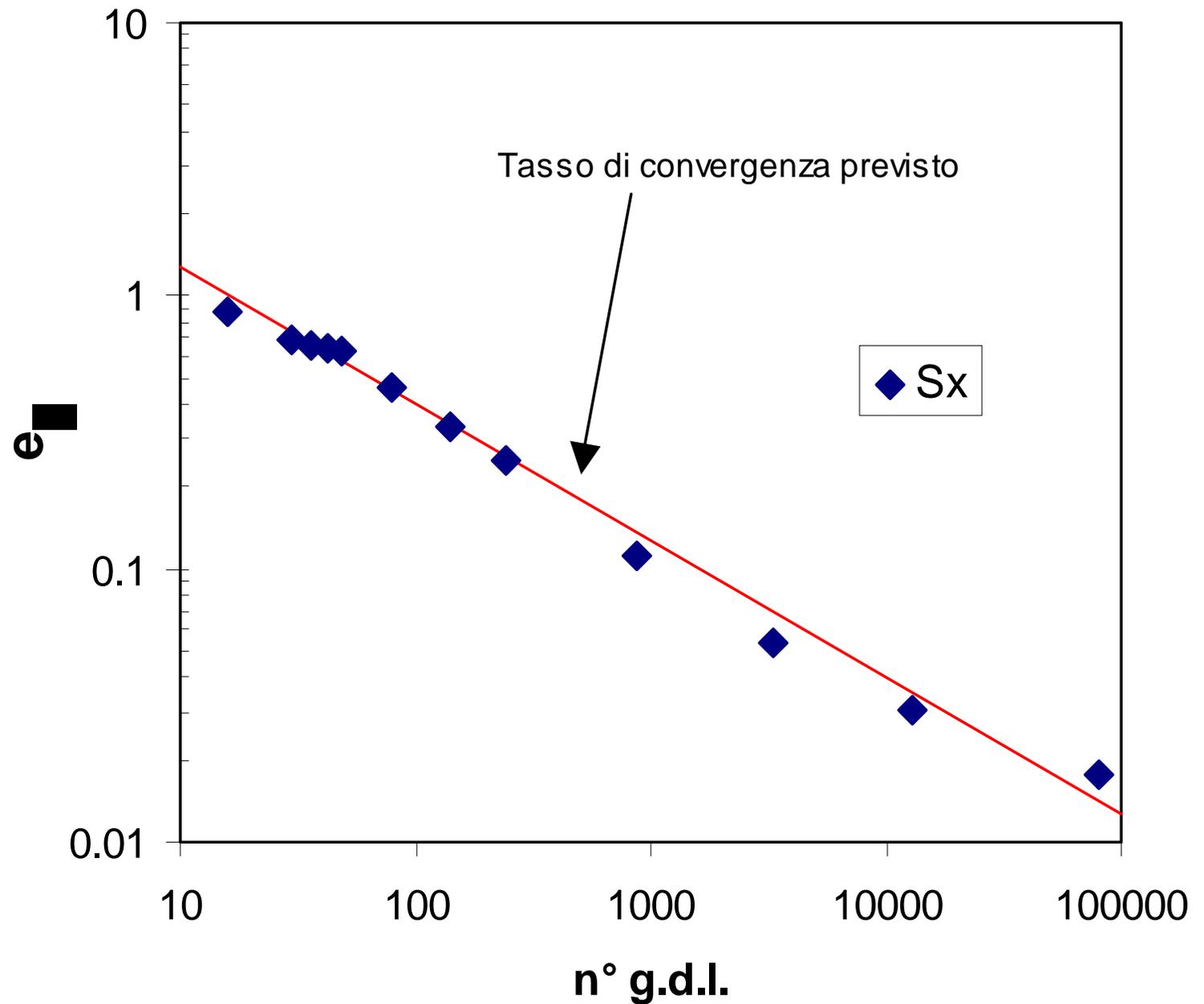
VALUTAZIONE DELL'ERRORE/9

Errore sugli spostamenti



VALUTAZIONE DELL'ERRORE/10

Errore sulle tensioni





STIMA “A POSTERIORI” ERRORE TENSIONI/1

Tecniche di varia natura che tentano di stimare “a posteriori” l’errore associato con i risultati di un dato modello.

Non consentono ovviamente una valutazione esatta dell’errore, ma si propongono di fornirne una maggiorazione e di rappresentarne la distribuzione nel modello, in modo da guidare il suo eventuale affinamento.

Nel seguito verrà presentata la tecnica di stima utilizzata da ANSYS, che si basa sulla proposta di Zienchievich.

STIMA “A POSTERIORI” ERRORE TENSIONI/2

Ogni elemento che converge in un nodo fornisce una diversa stima di tensione.

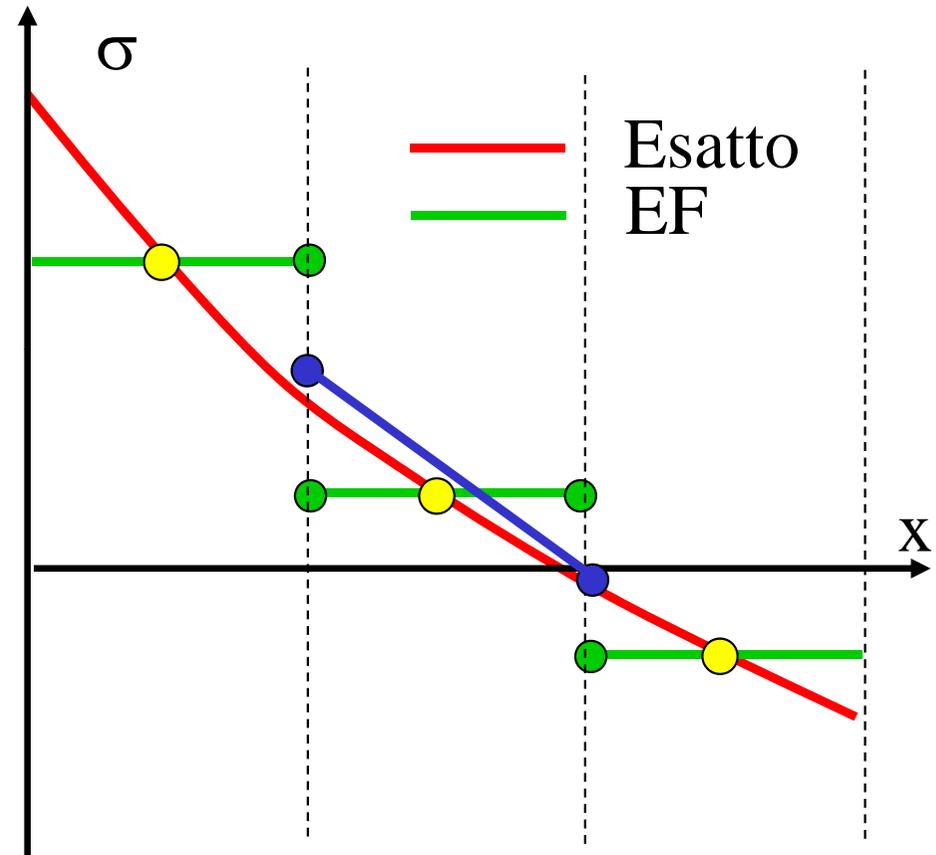
Si assume quindi generalmente il seguente valore per la i -esima componente di tensione nel nodo:

comp. i -esima, stimata nel nodo n

$$\sigma_i^n = \frac{1}{N_e} \sum_e \sigma_i^{n,e}$$

N_e di elementi nel nodo n

comp. i -esima, calcolata nel nodo n dall'elemento e



STIMA “A POSTERIORI” ERRORE TENSIONI/3

Assumendo che tale valore mediato sia accurato, si può porre:

$$\Delta\sigma_i^{n,e} = \left(\sigma_i^{n,e} - \hat{\sigma}_i^n \right) \cong \left(\sigma_i^{n,e} - \sigma_i^n \right)$$

Errore sulla i -esima
componente dell'elemento e nel
nodo n

Valore esatto
(non noto)

Valore mediato
(noto)

Nota: il valore trovato è in generale diverso da e_σ , ma tende chiaramente a zero contemporaneamente ad esso

STIMA “A POSTERIORI” ERRORE TENSIONI/4

L'uso di una stima di errore specifica dell'elemento, del nodo e della componente risulta troppo complesso da gestire in pratica

Si cerca un valore medio rappresentativo dell'errore associabile al nodo

Si stima in primo luogo un valore massimo dell'errore per ogni elemento, valutato considerando tutti i nodi e le componenti

$$\Delta\sigma^e = \text{Max} \left\{ \Delta\sigma_i^{n,e} \mid ; n = 1, \dots, n^{\circ} \text{nodi}; i = 1, \dots, n^{\circ} \text{comp.} \right\}$$



Parametro SDSG nel comando PLESOL

STIMA “A POSTERIORI” ERRORE TENSIONI/5

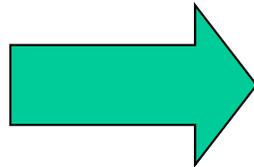
Si stima quindi l'errore medio nel nodo, come media quadratica tra tutti gli elementi che convergono nel nodo:

$$\Delta\sigma^n = \sqrt{\frac{\sum_e (\Delta\sigma^e)^2}{N_e}}$$

I limiti massimo e minimo di tensione su ogni nodo sono dati da:

$$\sigma_i^{\max,n} = \sigma_i^n + \Delta\sigma^n$$

$$\sigma_i^{\min,n} = \sigma_i^n - \Delta\sigma^n$$



In ANSYS

SMXB

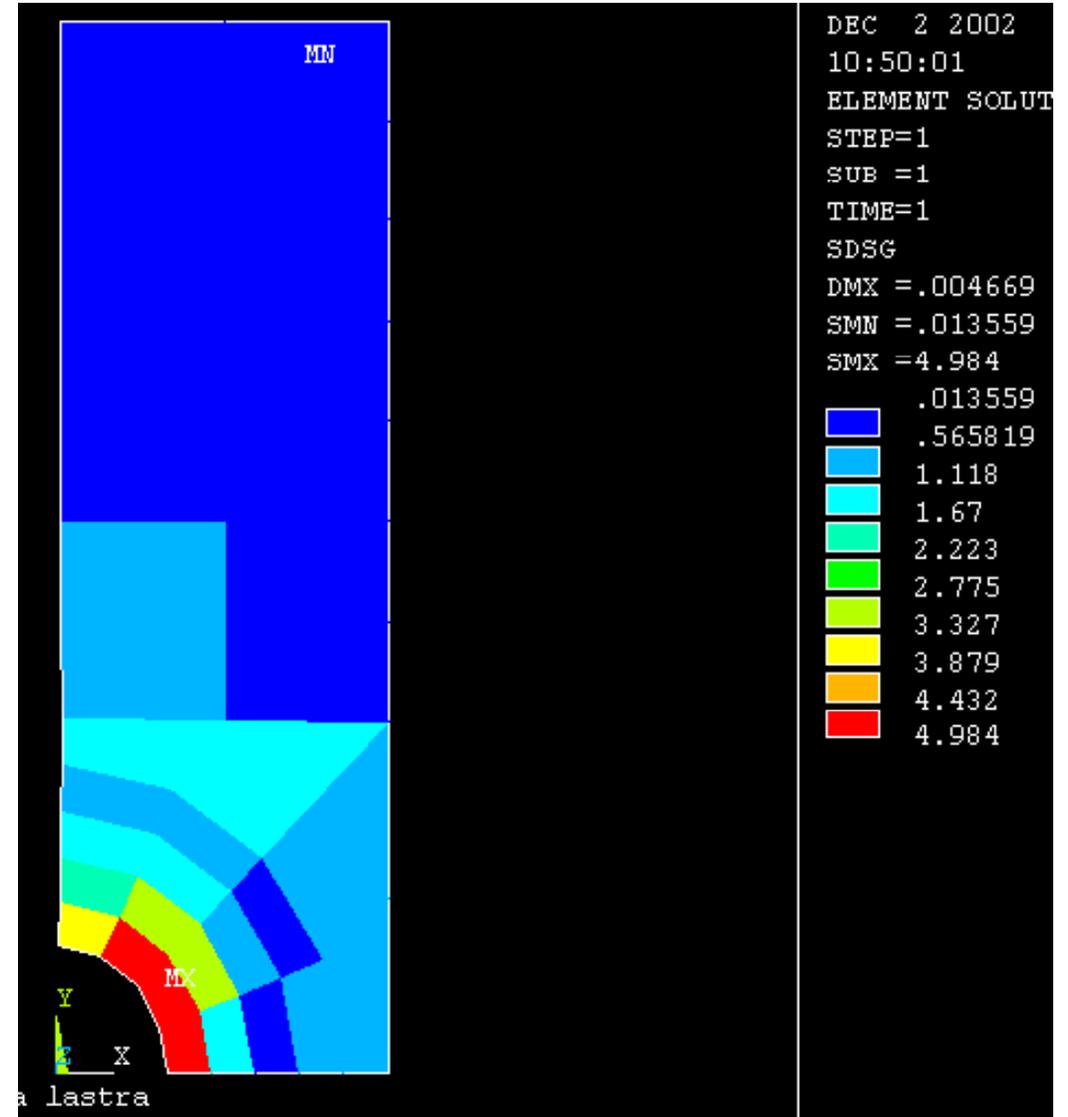
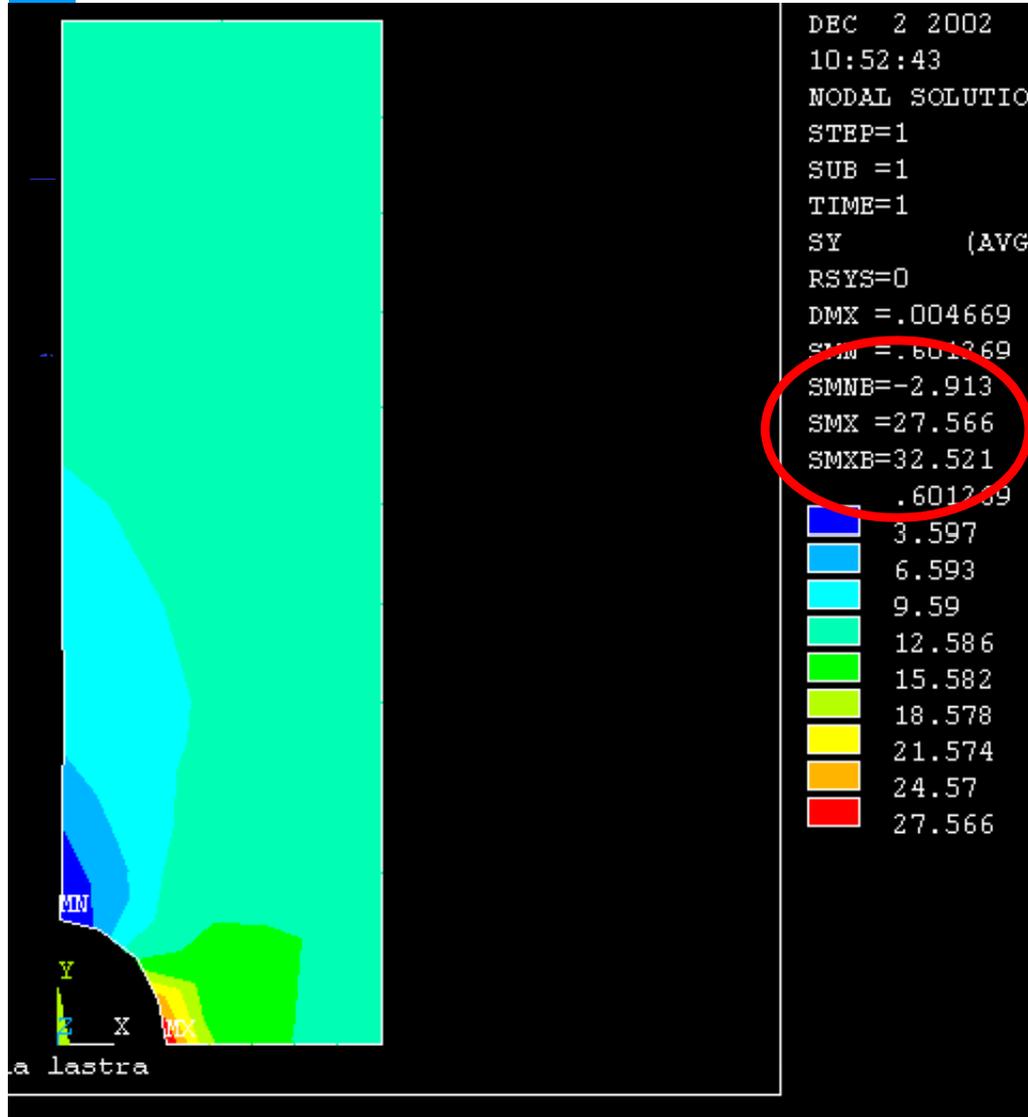
SMNB

(Valori massimi nel modello,
visualizzati solo con
/GRAPHICS, FULL)

STIMA “A POSTERIORI” ERRORE TENSIONI/6

SMXB, SMNB

SDSG



OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/1

E' possibile utilizzare gli stimatori di errore per affinare il modello, migliorandone la “mesh” al fine di ridurre l'errore stesso.

E' possibile procedere in maniera automatica (“mesh adptivity”), con la “mesh” che si “adatta” automaticamente al livello di errore voluto.

Il raggiungimento di un tale obiettivo richiede la capacita' di rispondere ai seguenti principali quesiti:

- in che modo e' preferibile modificare il modello per raggiungere il livello di errore desiderato?
- quando si può ritenere che tale livello sia stato raggiunto?

OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/2

L'analisi della dipendenza della “error energy” dai parametri del modello:

$$\|e_e\| \cong O(h^{p+1-m})$$

indica che si può ridurre l'errore attraverso due tecniche principali:

- mantenere fisso il tipo di elemento (e quindi la f.ne di forma e quindi p) e ridurre progressivamente le dimensioni h degli elementi utilizzati (“ h -convergence”)
- mantenere fisse le dimensioni e la disposizione degli elementi ed aumentare progressivamente p , variando le funzioni di forma utilizzate (“ p -convergence”)

Nota: sono possibili anche approcci misti (“ hp -convergence”)



OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/3 - “h-convergence”

È stato dimostrato che un modello nel quale l’energia legata all’errore

$$e_i = \frac{1}{2} \int_V (\sigma - \hat{\sigma})^T (\varepsilon - \hat{\varepsilon}) dV$$

è costante per tutti gli elementi è il modello ottimale per il numero di g.d.l. a disposizione (“error equilibration”).

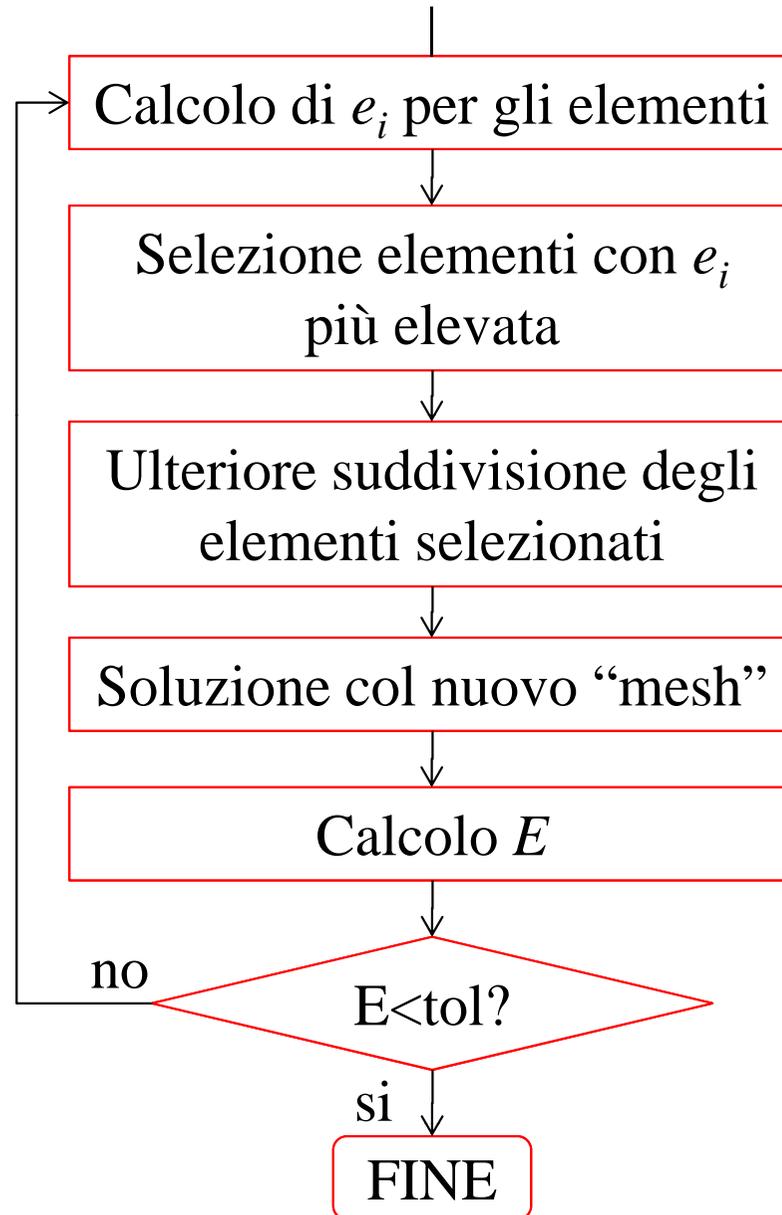
Il valore di e_i può quindi indicare su quali elementi è opportuno intervenire, riducendone le dimensioni, al fine di ridurre l’errore nella maniera più efficace.

Il raggiungimento della convergenza (in ANSYS) può poi essere controllato dalla condizione:

$$E = \left(\frac{e}{U + e} \right)^{1/2} \cdot 100 \leq tol$$

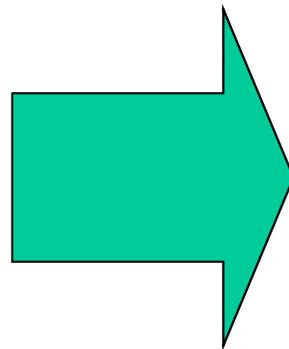
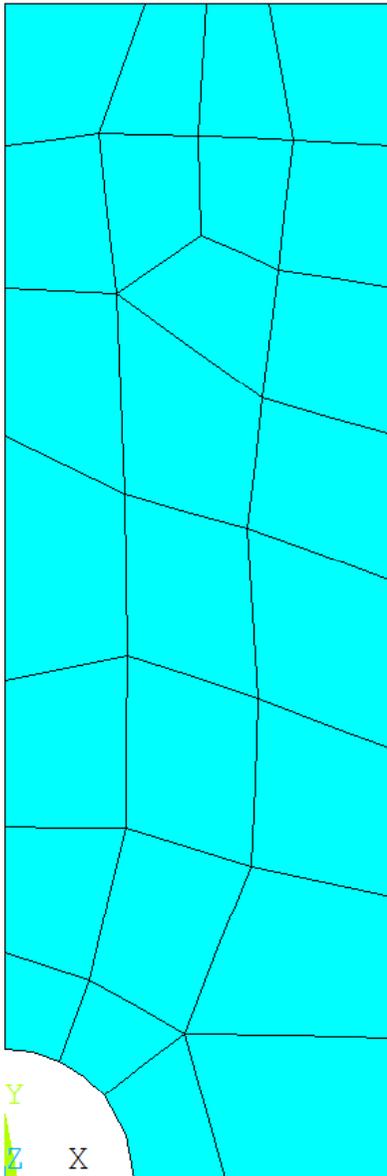
OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/4 - “h-convergence”

Il processo di “h-convergence” si svolge in maniera iterativa.

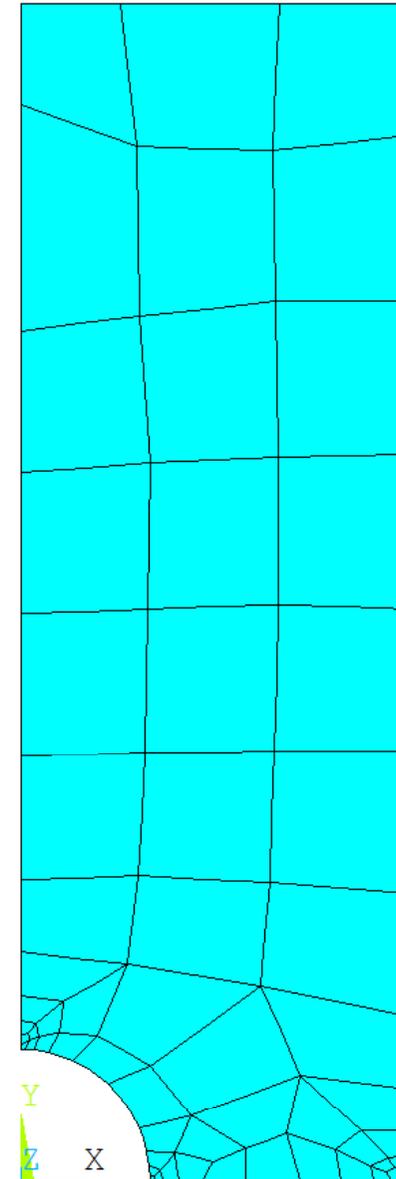


OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/5 - “h-convergence”

INIZIALE



FINALE

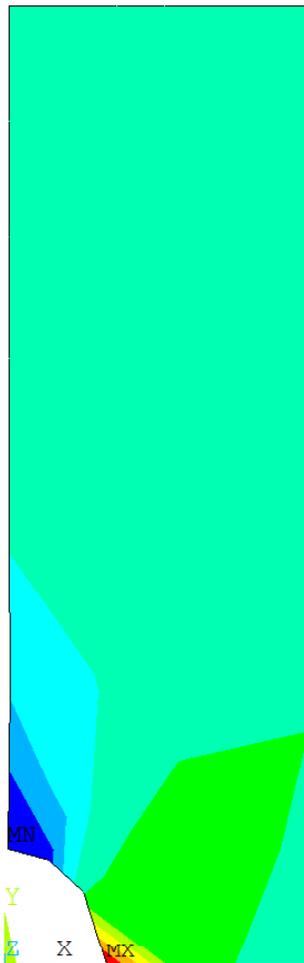


OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/6 - “h-convergence”

TENSIONI

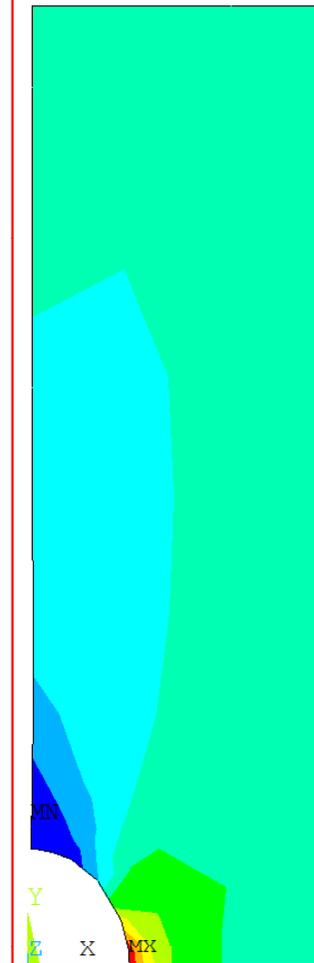
INIZIALE

FINALE



```
NOV 19 2008
18:18:30
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=0
DMX =.046907
SMN =-11.689
SMNB=-17.488
SMX =293.827
SMXB=307.817
```

```
ZV =1
DIST=51.969
XF =15.136
YF =47.245
Z-BUFFER
-11.689
22.257
56.204
90.15
124.096
158.042
191.988
225.934
259.88
293.827
```



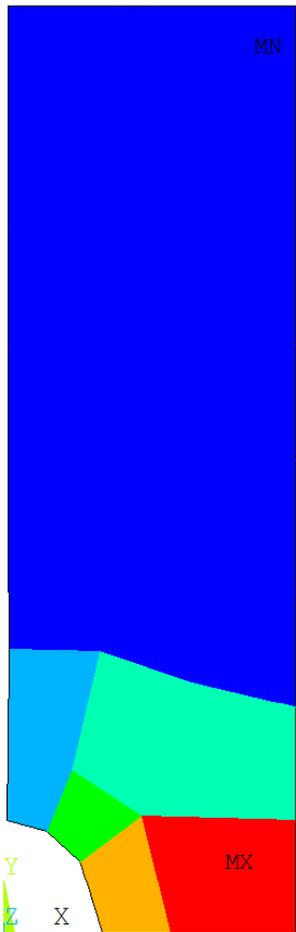
```
NOV 19 2008
18:16:05
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SY (AVG)
RSYS=0
DMX =.046914
SMN =-4.487
SMNB=-11.078
SMX =307.215
SMXB=309.61
```

```
ZV =1
DIST=51.97
XF =15.133
YF =47.245
Z-BUFFER
-4.487
30.146
64.78
99.413
134.047
168.681
203.314
237.948
272.581
307.215
```

OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/7 - “h-convergence”

Energia legata all’errore negli elementi (SERR)

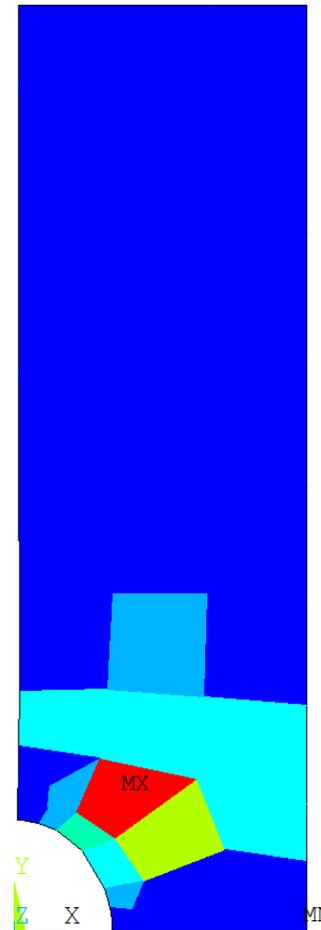
INIZIALE



```
NOV 19 2008
18:19:02
ELEMENT SOLUT:
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SERR
DMX =.046907
SMN =.989E-07
SMX =.04136
```

```
ZV =1
DIST=51.969
XF =15.136
YF =47.245
Z-BUFFER
.989E-07
.004596
.009191
.013787
.018382
.022978
.027573
.032169
.036764
.04136
```

FINALE



```
NOV 19 2008
18:16:27
ELEMENT SOLUT:
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SERR
DMX =.046914
SMN =.300E-07
SMX =.006164
```

```
ZV =1
DIST=51.97
XF =15.133
YF =47.245
Z-BUFFER
.300E-07
.685E-03
.00137
.002055
.00274
.003424
.004109
.004794
.005475
.006164
```



OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/8 - “p-convergence”

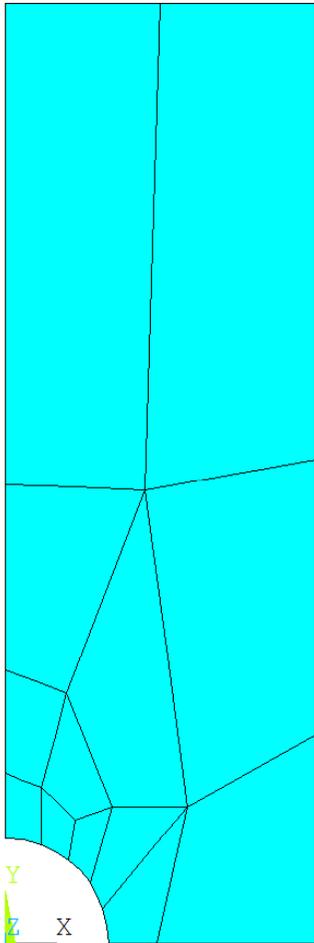
In questo caso il “mesh” viene mantenuto fisso, variando individualmente le funzioni di forma degli elementi, fino a raggiungere gradi molto elevati (8-9).

In ANSYS il parametro utilizzato per guidare la convergenza e' una qualunque grandezza in output associabile ad un nodo (una tensione, uno spostamento, etc.).

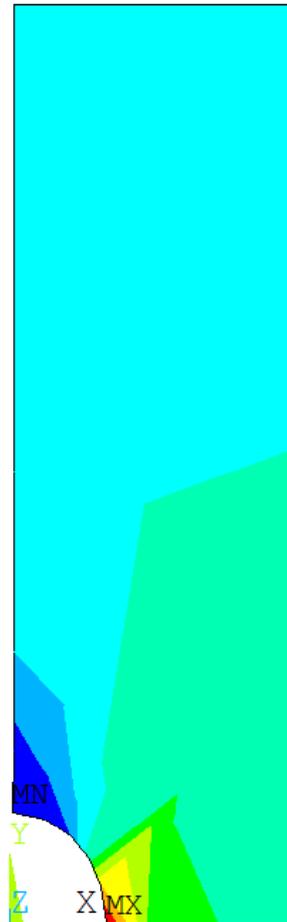
Il programma controlla la convergenza analizzandone la variazione percentuale al variare del grado delle f.ni di forma.

OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/9 - “p-convergence”

MODELLO



TENSIONE



```

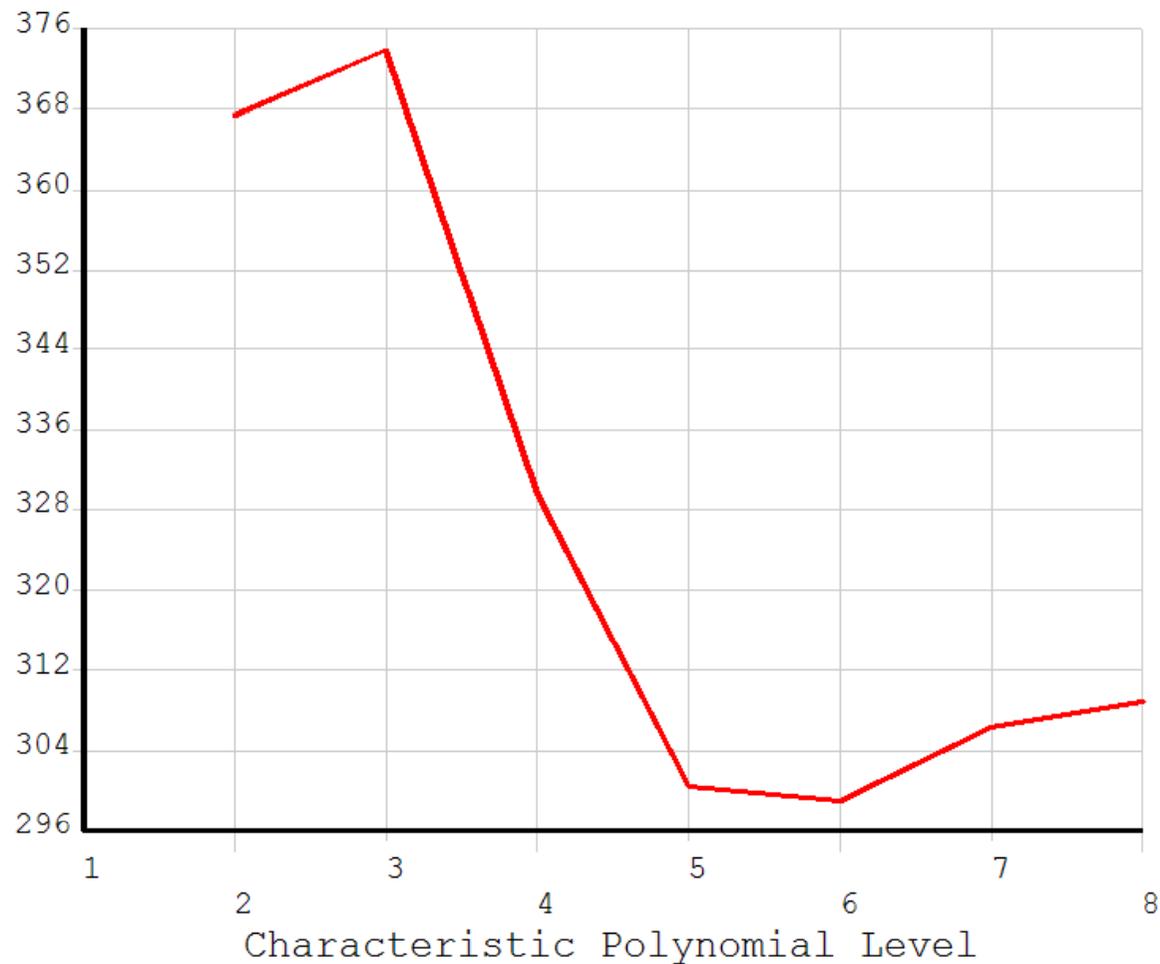
TIME=1
SY      (AVG)
RSYS=0
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX  =.046979
SMN  =-.800962
SMX  =308.851

ZV   =1
*DIST=69.57
XF   =15.134
YF   =47.241
Z-BUFFER
      -.800962
      33.605
      68.011
      102.416
      136.822
      171.228
      205.634
      240.039
      274.445
      308.851
    
```

OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/10 - “p-convergence”

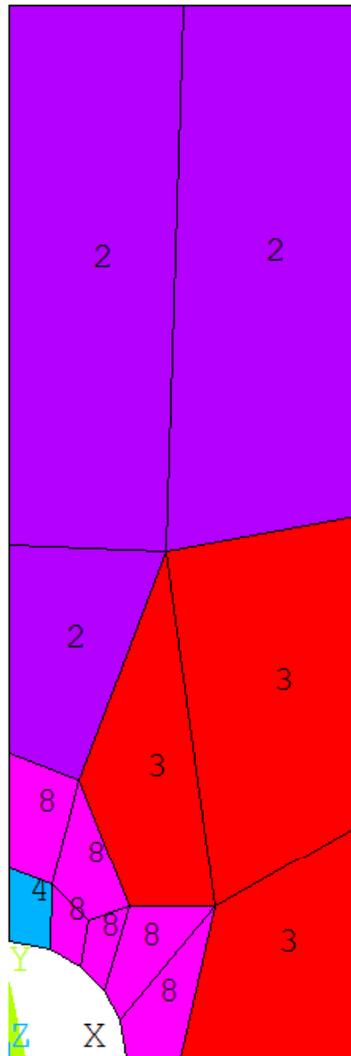
ANDAMENTO DEL PARAMETRO DI CONVERGENZA

SY at Node 4

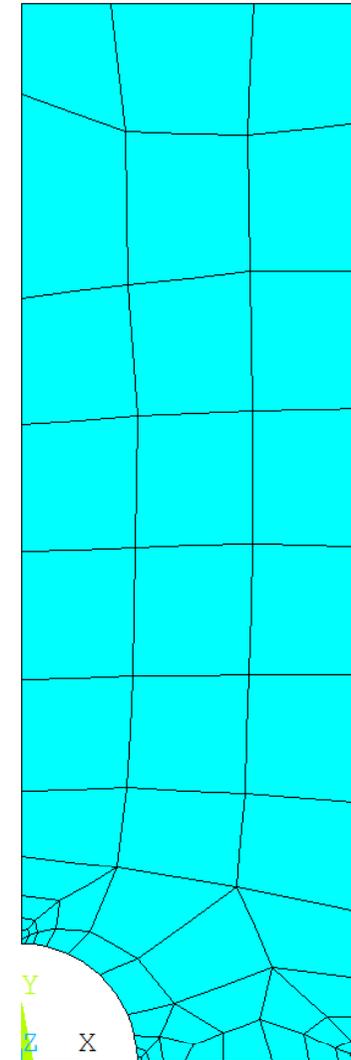


OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/11 - “p-convergence”

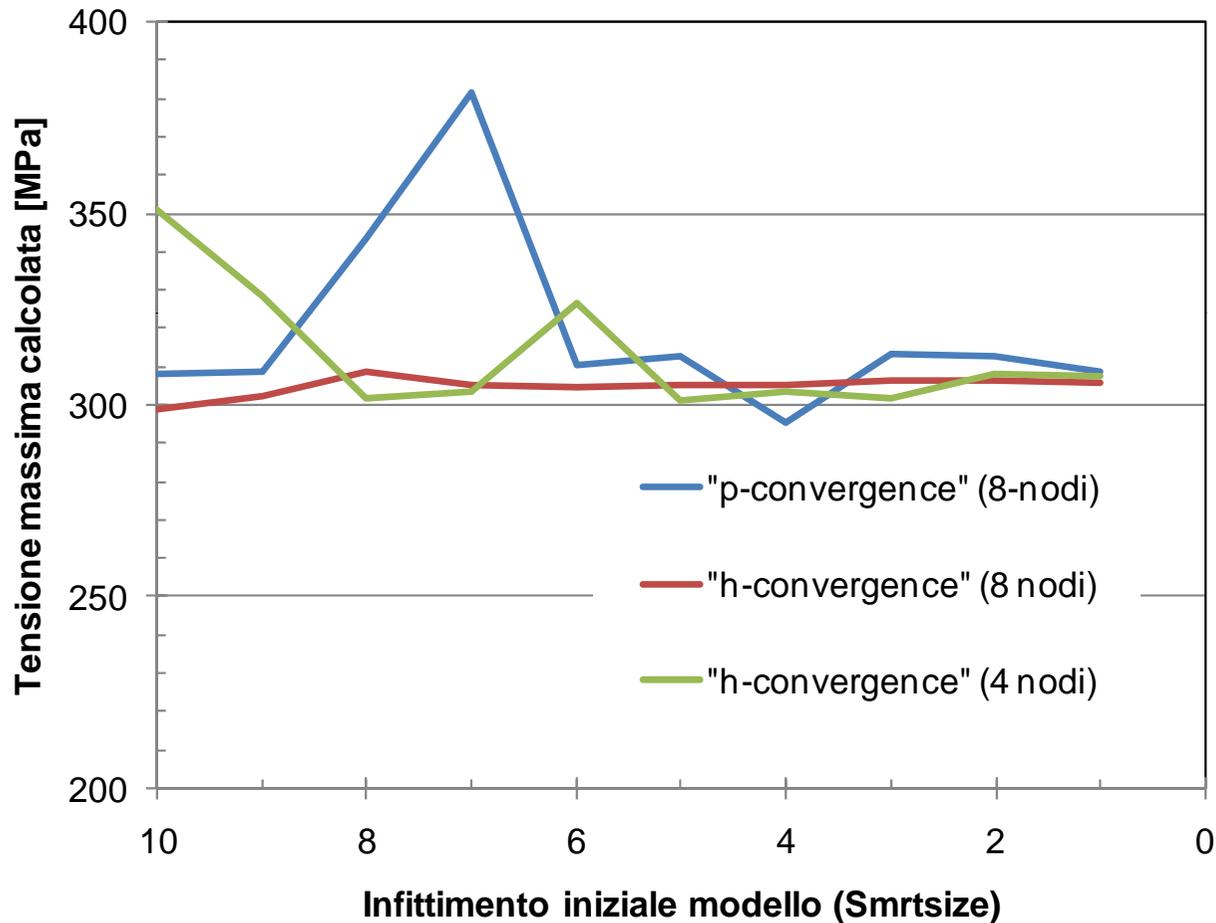
GRADO DELLE F.NI DI FORMA



Modello “h-convergence”

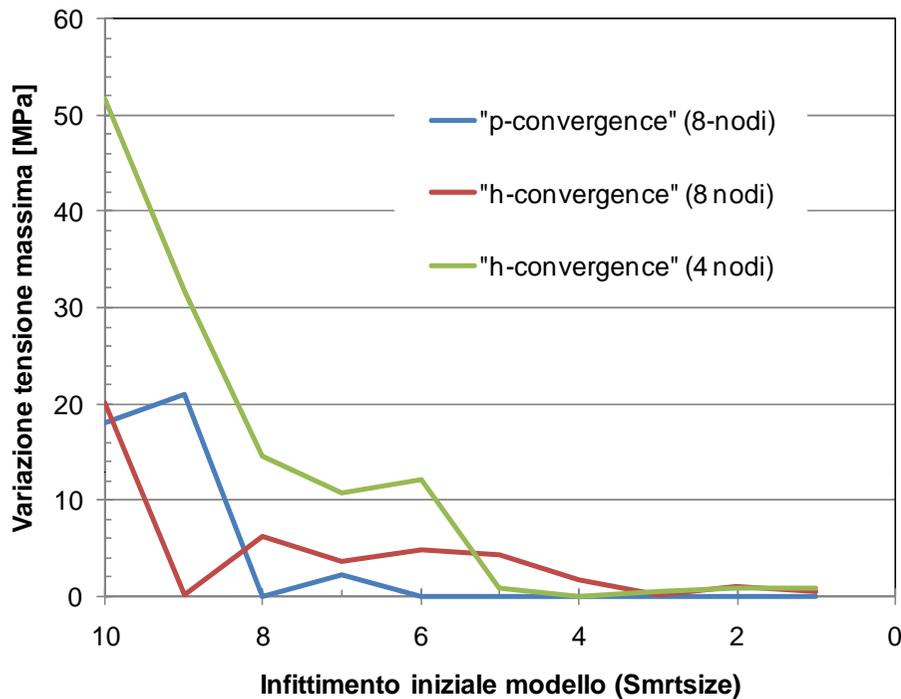


OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/12



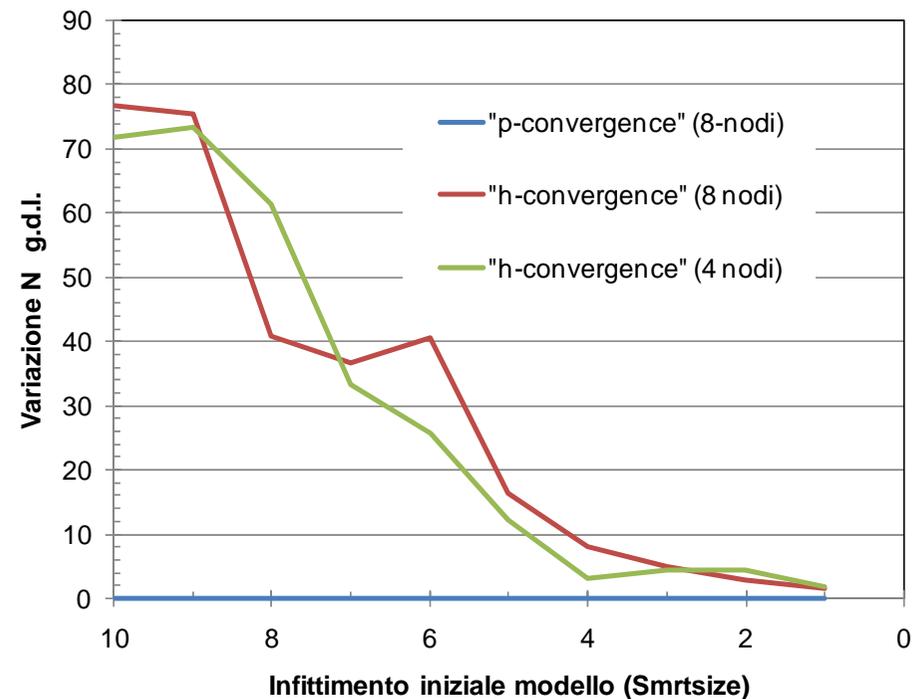
I risultati ottenuti non sono del tutto indipendenti dall'infittimento iniziale del "mesh", in particolare per la tecnica "p-convergence"

OTTIMIZZAZIONE DEL MODELLO/13



La differenza tra i numeri di g.d.l. iniziale e finale è anch'essa significativa soprattutto se si parte da "mesh" grossolani

La differenza tra i valori di tensione all'inizio ed alla fine del processo di convergenza è elevata soprattutto se si parte da "mesh" molto grossolani



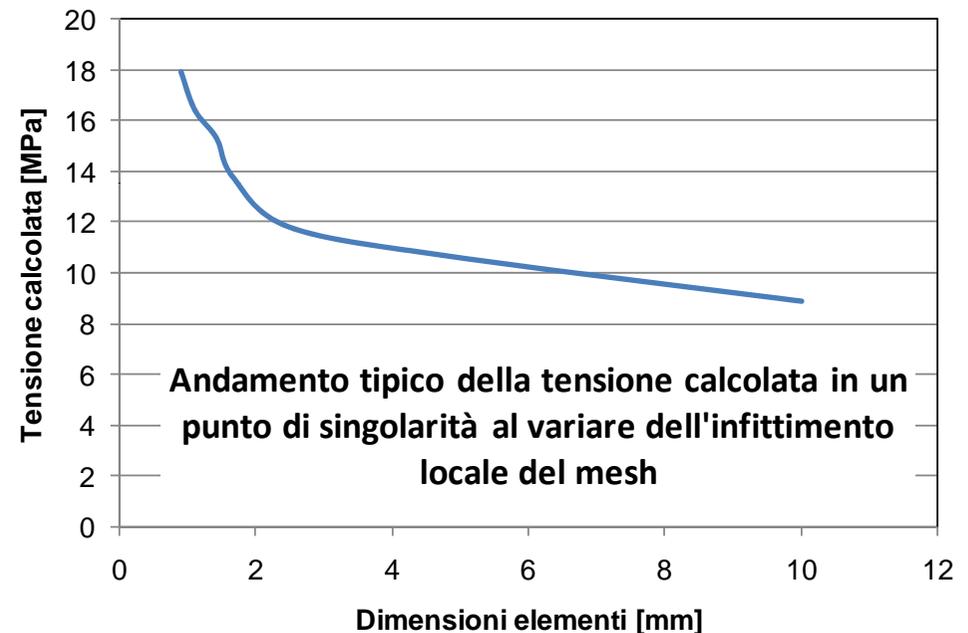
SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE

Se lo stato di tensione del modello presenta dei punti di singolarità (valori tendenti a $\pm \infty$), il valore calcolato tramite gli EF nei punti stessi mostra un andamento sempre crescente (divergente) con l'affinamento del “mesh”. Non è quindi possibile alcuno studio di convergenza.

Le singolarità possono avere un'origine fisica (es. l'apice di una frattura) o dipendere dalla struttura del modello, vale a dire dal modo di rappresentare:

- carichi
- vincoli
- dettagli geometrici

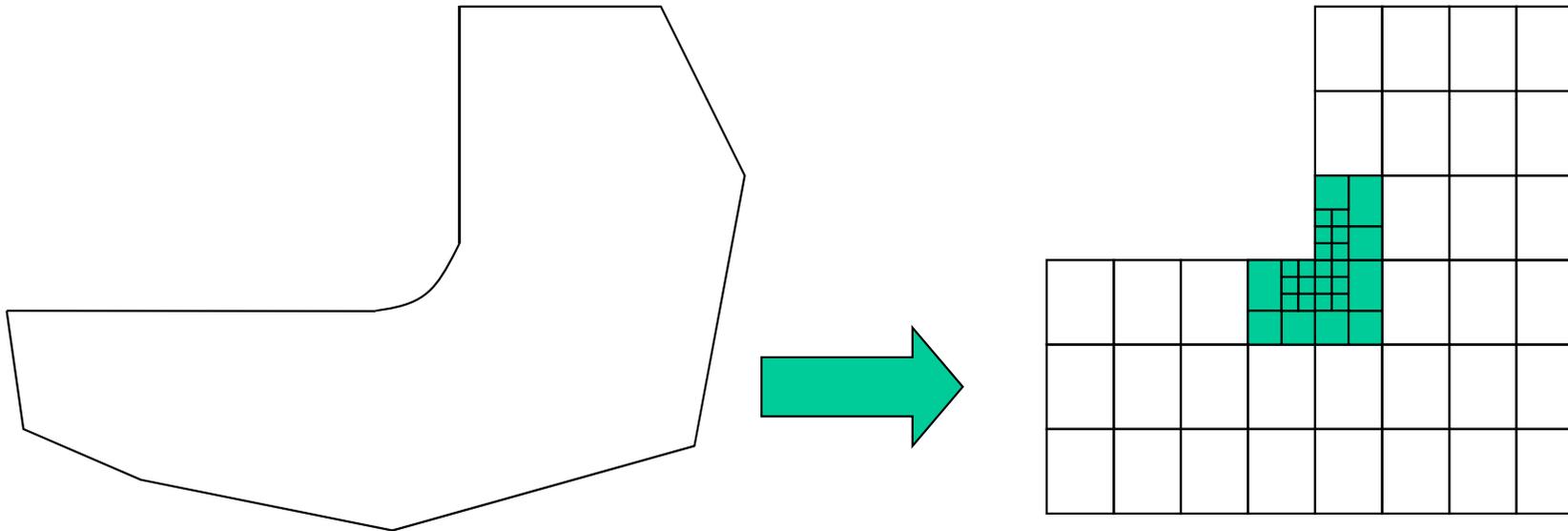
Il modello può essere corretto anche se contiene una singolarità (dipende dalle sue finalità), in quanto la conoscenza delle tensioni nell'intorno di quest'ultima può non essere essenziale



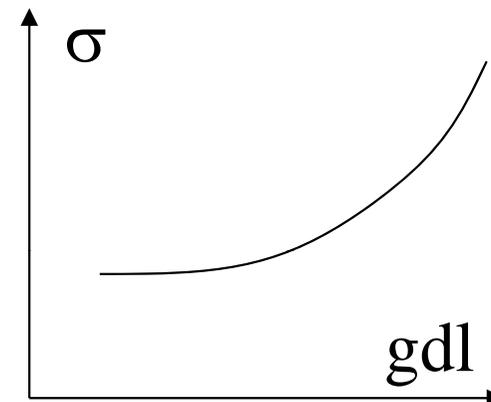
SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/2

Schematizzazione di particolari geometrici

Una rappresentazione approssimata dei dettagli geometrici del corpo, in particolare la sostituzione di raggi di raccordo con spigoli vivi, può provocare singolarità nello stato di tensione presente nel modello



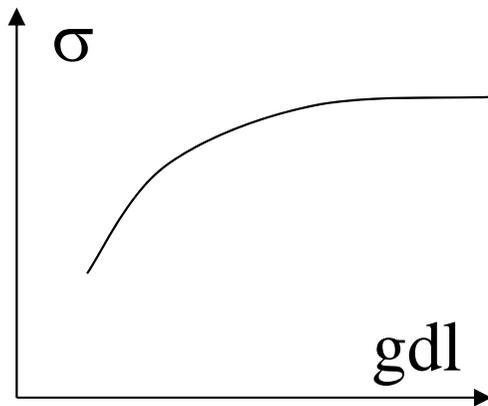
Lo stato di tensione è divergente e non rappresentativo del corpo reale in tutto un intorno dello spigolo



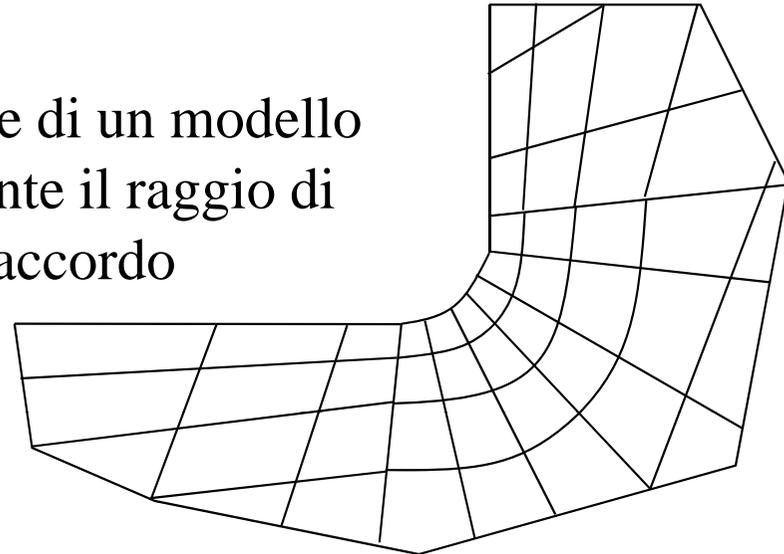
SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/3

Schematizzazione di particolari geometrici

Soluzioni possibili

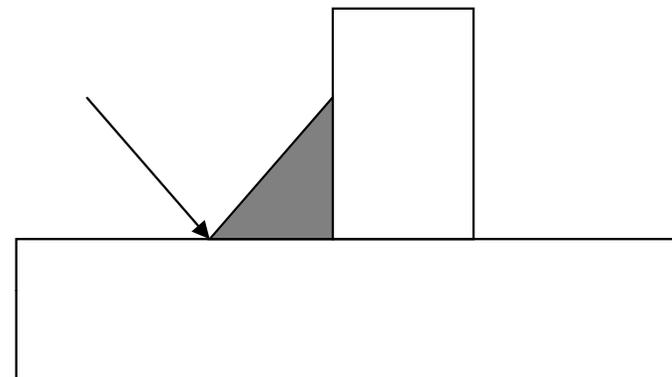


Creazione di un modello
contenente il raggio di
raccordo



Stato di tensione effettivo

Pb. Spesso il raggio di raccordo non è noto con sufficiente precisione o varia da punto a punto (es. saldature)



SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/4

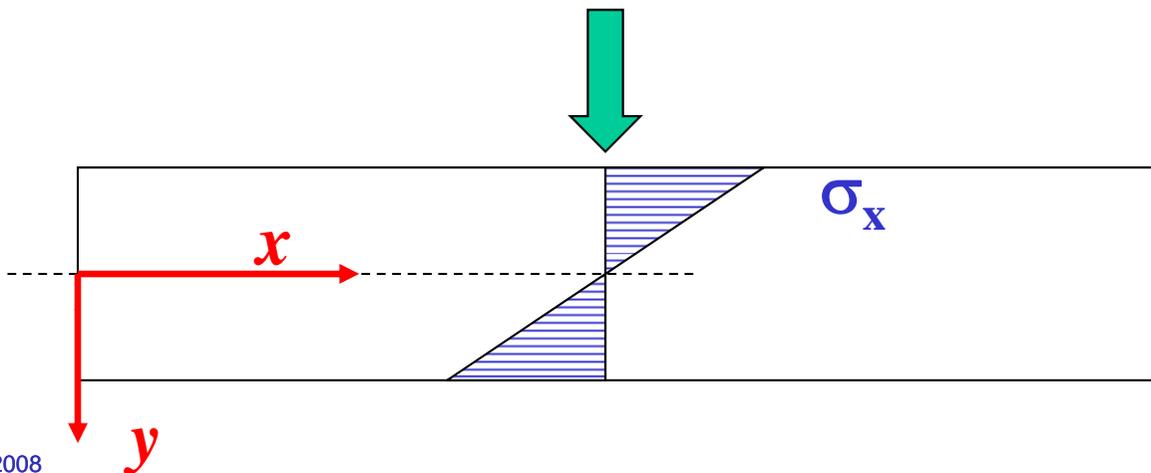
Schematizzazione carichi

Il modo di rappresentare i carichi può influenzare sensibilmente le informazioni ottenibili dal modello, in particolare per quanto concerne le zone in prossimità del punto di applicazione.

Gli effetti di una determinata schematizzazione dipendono anche fortemente dal tipo di elemento utilizzato (trave, shell, solido).

Nel caso di **elementi trave** non si riscontrano singolarità dello stato di tensione, qualunque sia la schematizzazione dei carichi (concentrati o distribuiti).

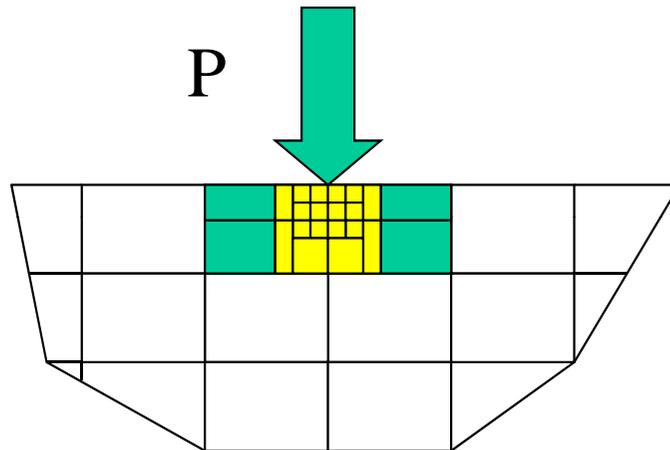
L'andamento delle tensioni è quello dato dalle teoria delle travi, che garantisce semplicemente l'equilibrio complessivo della sezione.



SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/5

Schematizzazione carichi

Nel caso di elementi “shell” o solidi si riscontrano singolarità nello stato di tensione in presenza di carichi concentrati.



Infittendo progressivamente si osserva infatti come le dimensioni (h) degli elementi cui è applicato il carico tendano a zero.

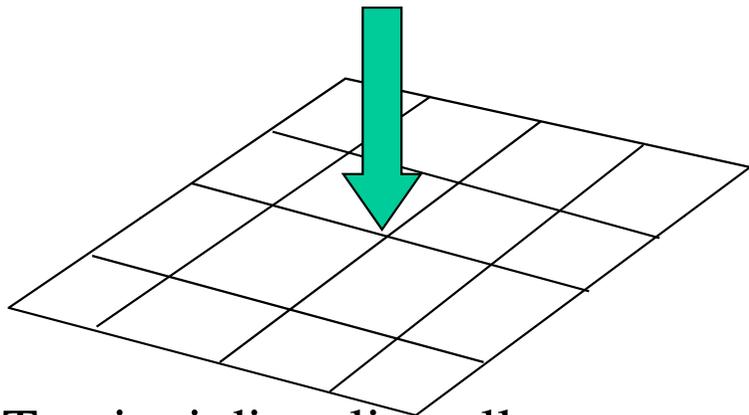
Pertanto, le tensioni medie al loro interno:

$$\sigma \approx \frac{P}{h} \rightarrow \infty$$

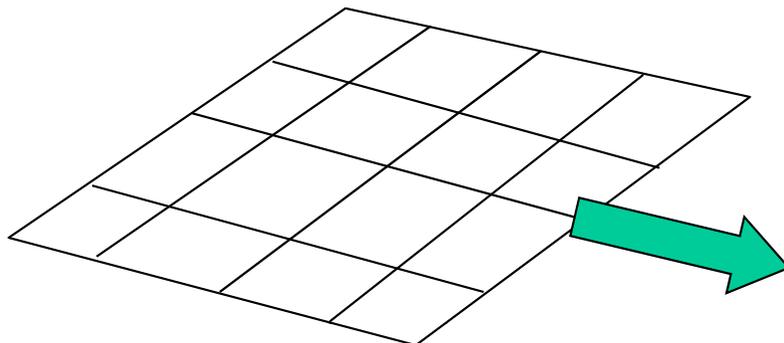
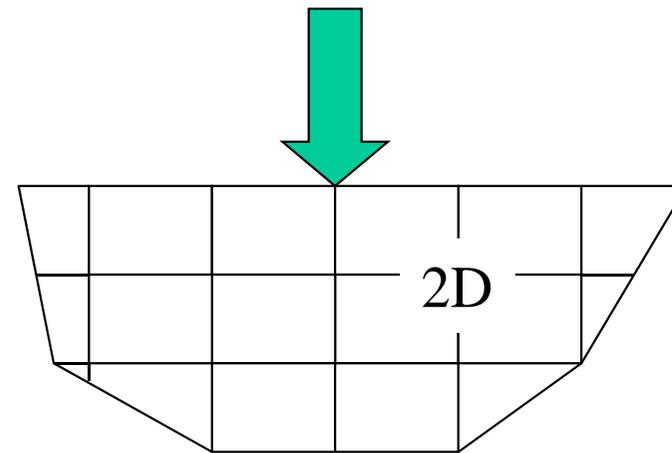
SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/6

Schematizzazione carichi

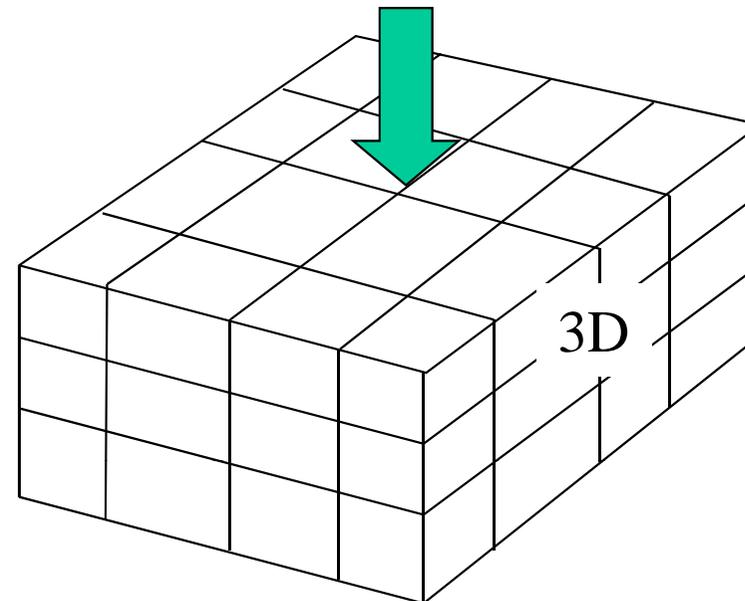
Carichi concentrati su modelli che producono stati di tensione singolari



Tensioni di taglio nello spessore



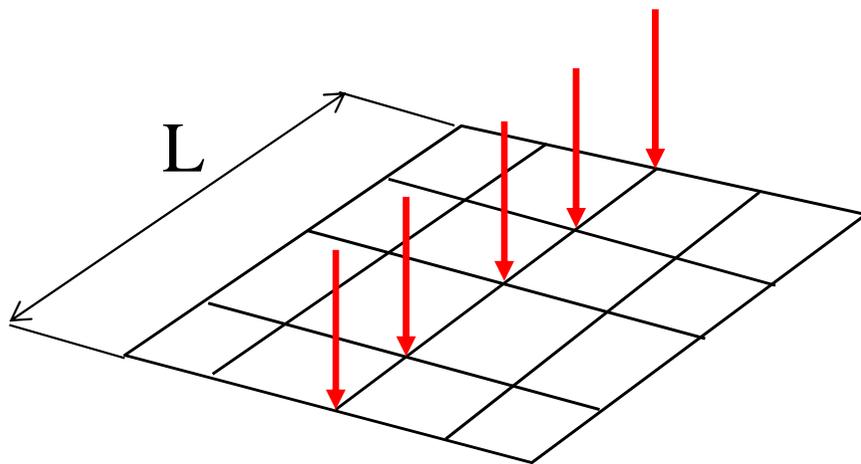
Tensioni membranali



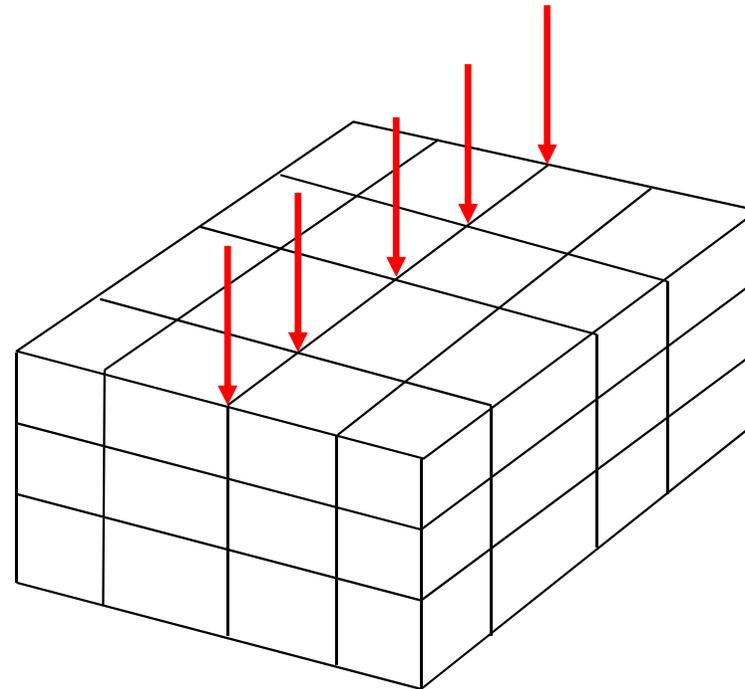
SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/7

Schematizzazione carichi

Carichi distribuiti su di una linea: producono tensioni non singolari su di un modello a “shell” e singolari su di un modello solido.



σ finita: l'area attraverso cui passa il carico è $2 s L$

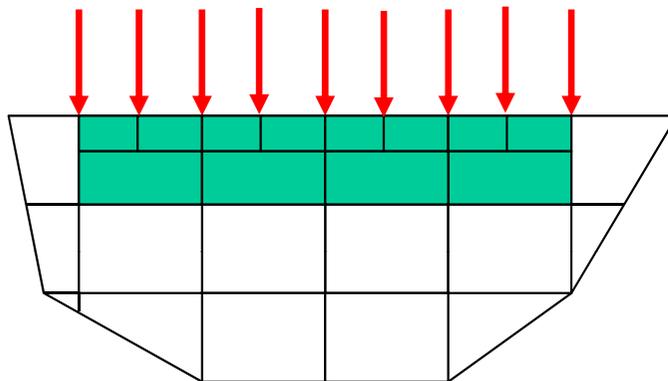
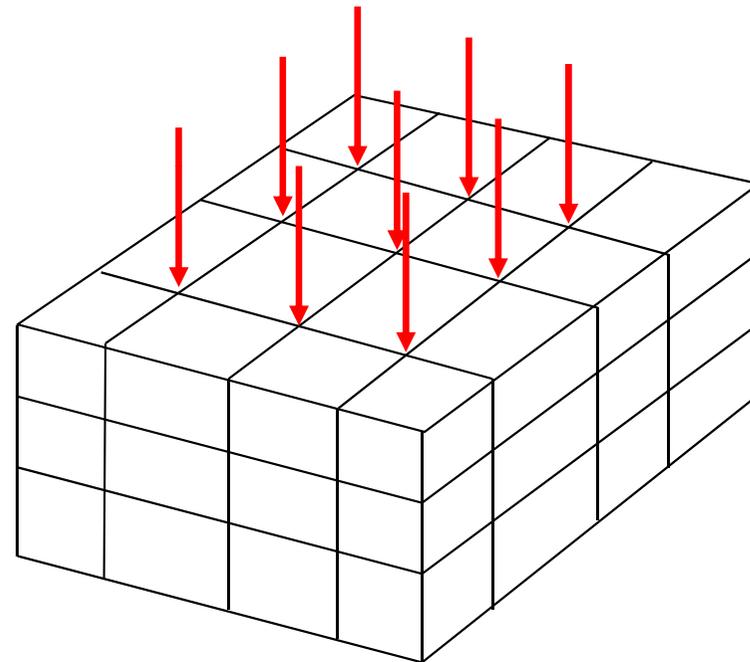
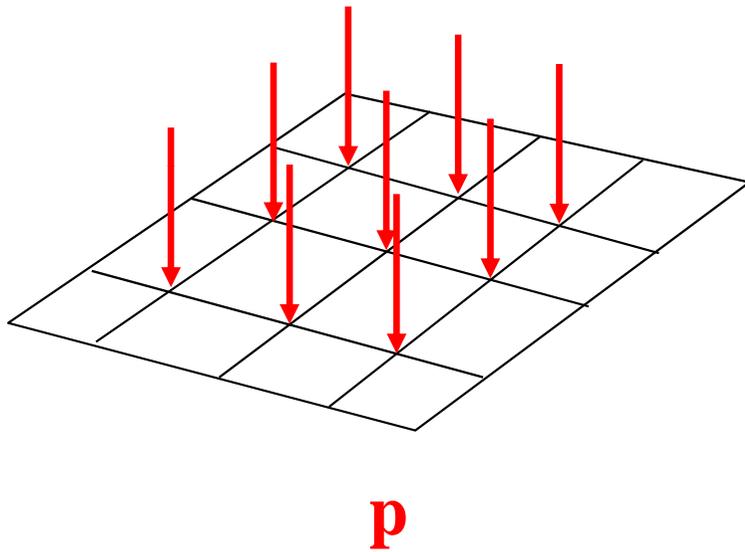


$\sigma \rightarrow \infty$ l'area attraverso cui passa il carico può essere ridotta a zero

SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/8

Schematizzazione carichi

Un carico distribuito su di una superficie non produce singolarità



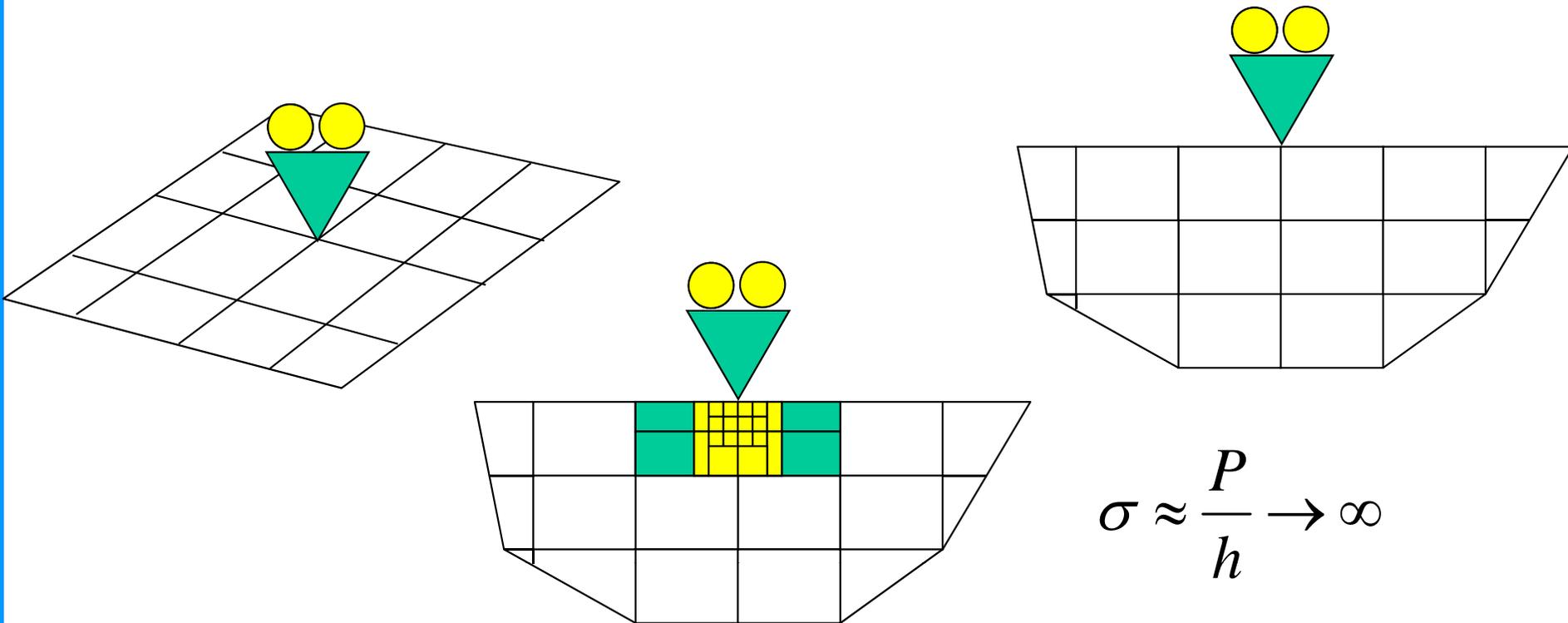
$$\sigma \approx \frac{p h}{h} \rightarrow \text{finito}$$

SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/9

Schematizzazione vincoli

Se il vincolo trasferisce al modello una forza/momento, può produrre singolarità nello stato di tensione, analoghe a quelle viste per i carichi.

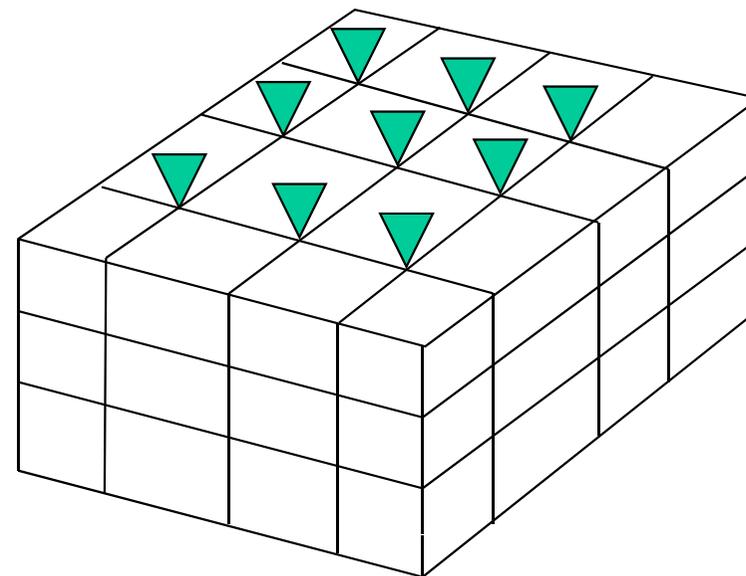
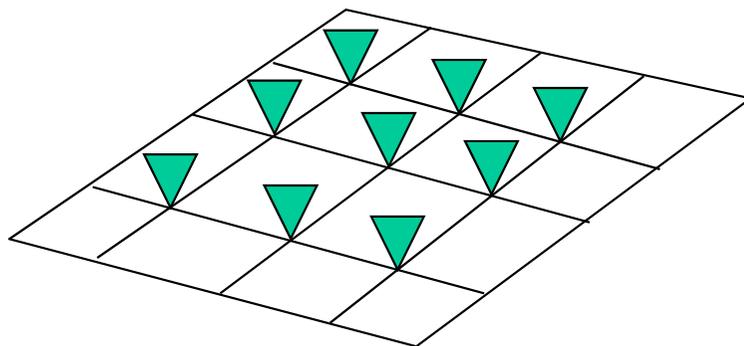
Esempi di vincoli “concentrati” in un solo nodo



SINGOLARITA' DELLO STATO DI TENSIONE/10

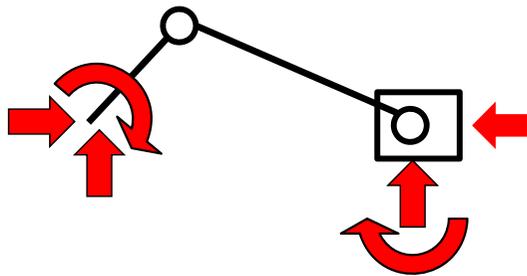
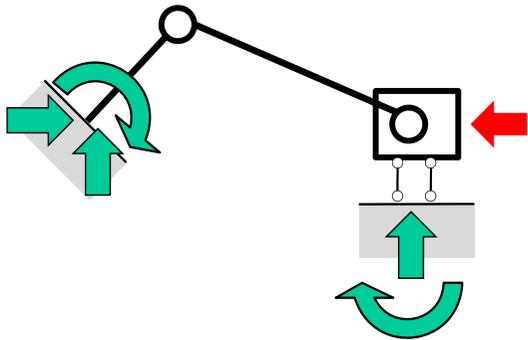
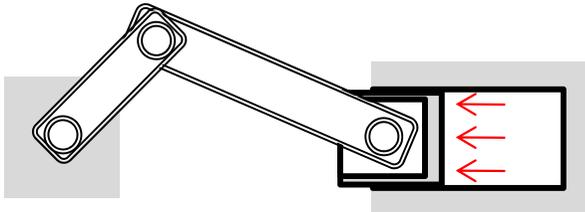
Schematizzazione vincoli

Vincoli distribuiti su superfici non producono singolarità



DEFINIZIONE DI CARICHI E VINCOLI SUL MODELLO

Carichi e vincoli applicati ad una struttura /componente



Carichi

Vincoli

Analisi statica

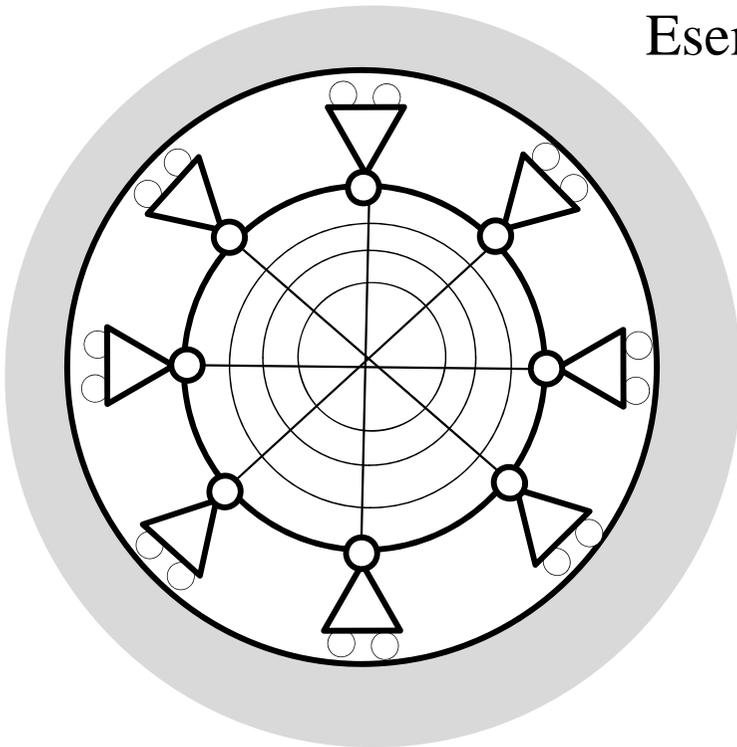
Reazioni
vincolari

Sistema completo
(auto-equilibrato)
di forze applicate

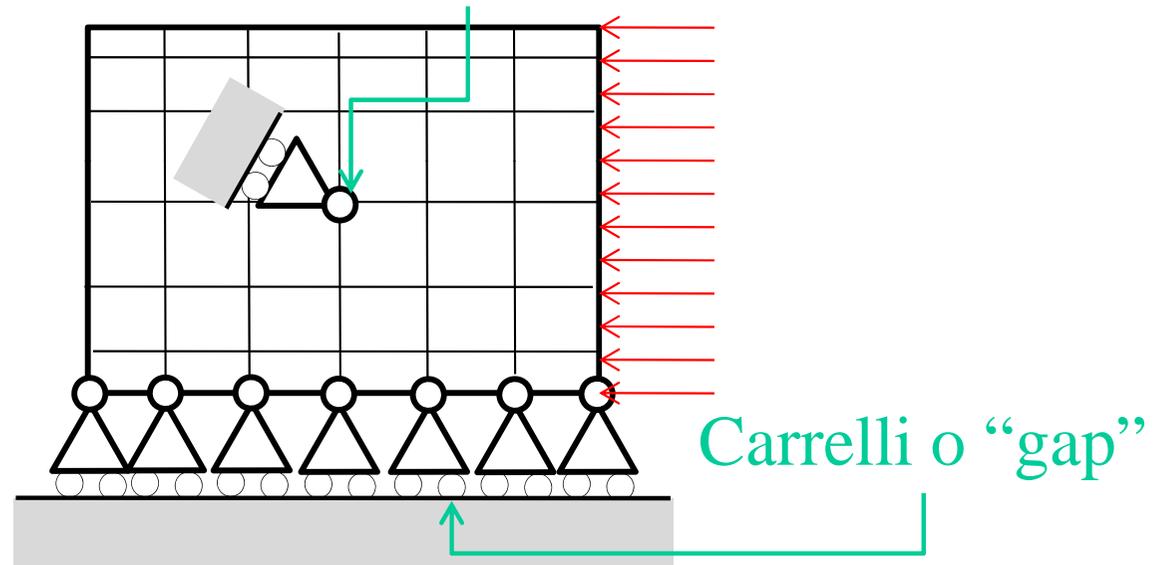
DEFINIZIONE DI CARICHI E VINCOLI SUL MODELLO

Opzione A: applicazione al modello delle forze esterne + il sistema di vincoli effettivo

Esempio: cilindro di compressore



Vincolo con la biella

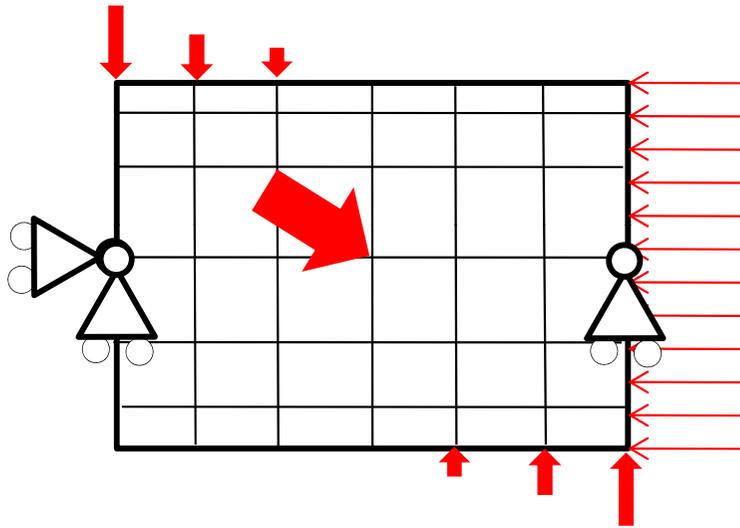


Richiede una rappresentazione adeguatamente accurata dei vincoli e delle azioni da essi esercitate sulla struttura

Alcune delle forze applicate alla struttura/componente sono ottenute sotto forma di reazioni vincolari

DEFINIZIONE DI CARICHI E VINCOLI SUL MODELLO

Opzione B: applicazione al modello del sistema di forze completo (auto-equilibrato) + un sistema di vincoli isostatico



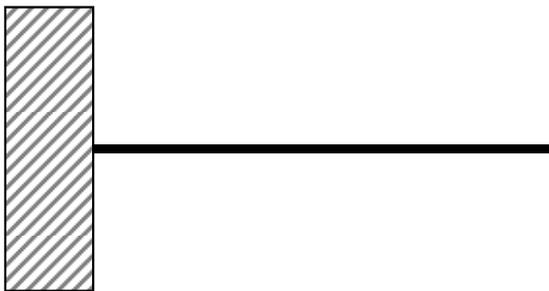
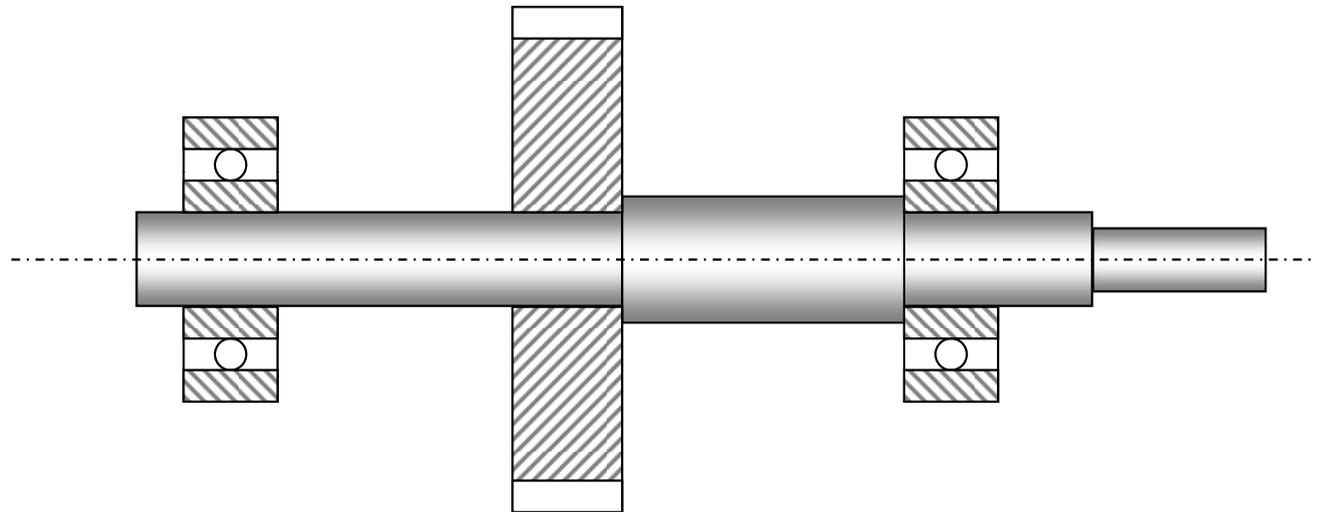
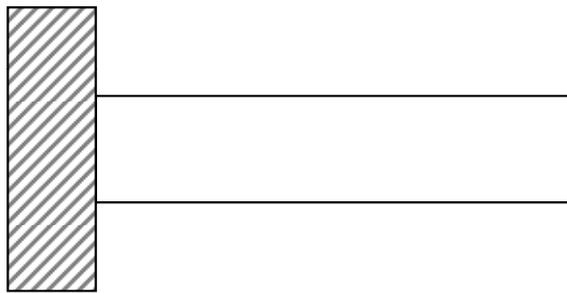
Se i vincoli costituiscono un sistema isostatico le reazioni vincolari risultano identicamente nulle (carichi esterni auto-equilibrati)

La effettiva posizione dei vincoli è influente

I vincoli sono necessari per evitare singolarità della matrice di rigidezza della struttura

SCHEMATIZZAZIONE VINCOLI/1

Con elementi trave la schematizzazione dei vincoli è molto semplice ed intuitiva.

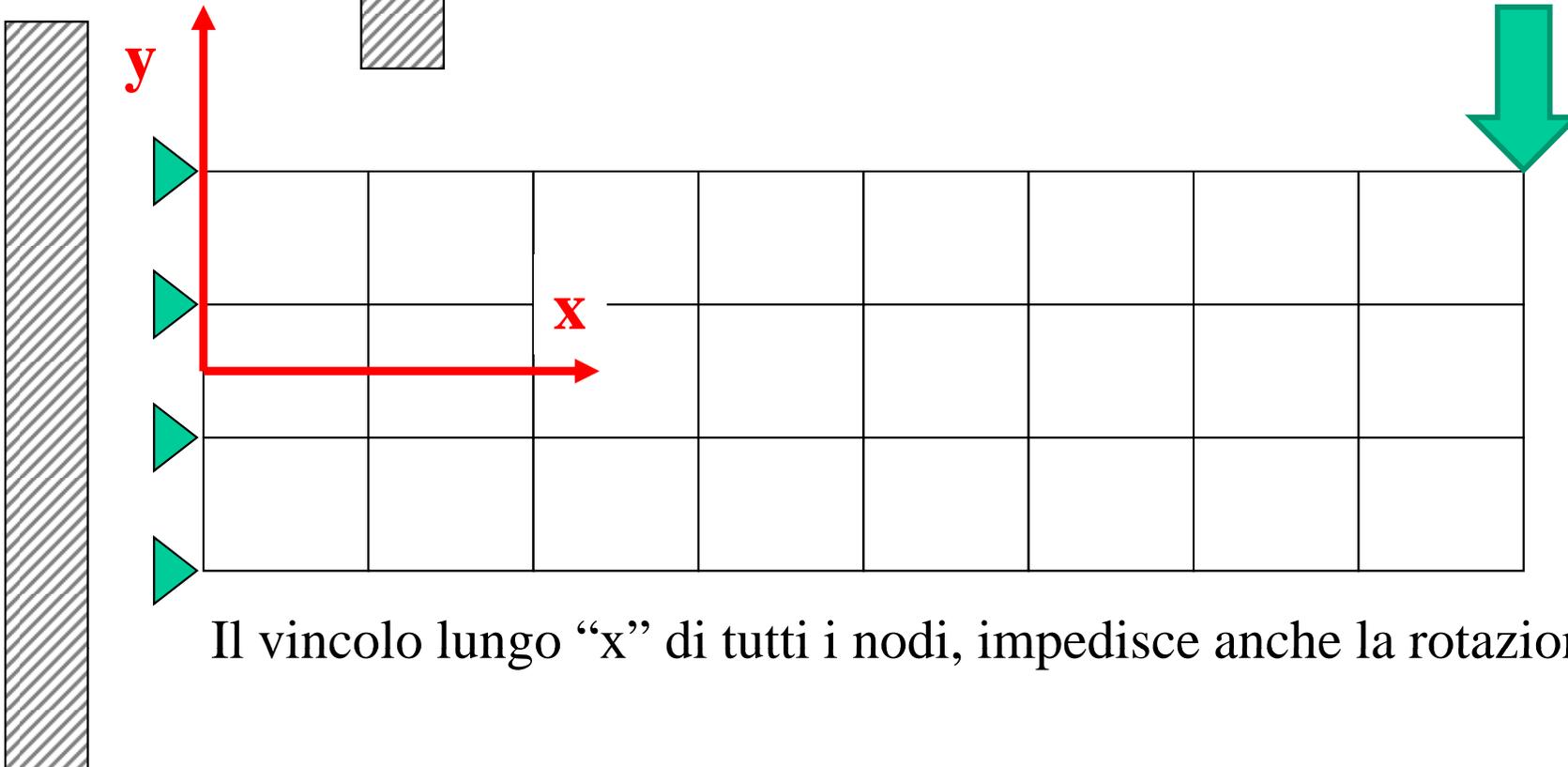


SCHEMATIZZAZIONE VINCOLI/2 – Equivalenza cinematica

In modelli fatti con elementi “shell” o solidi si pone spesso il problema di “tradurre” vincoli esterni come incastri o cerniere in insiemi di vincoli nodali applicati a superfici o linee.



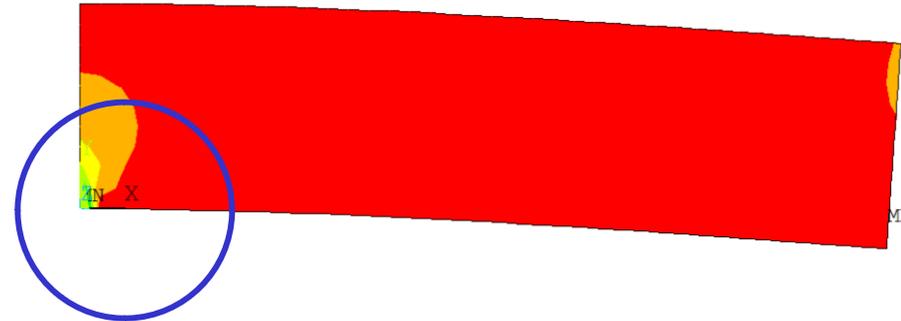
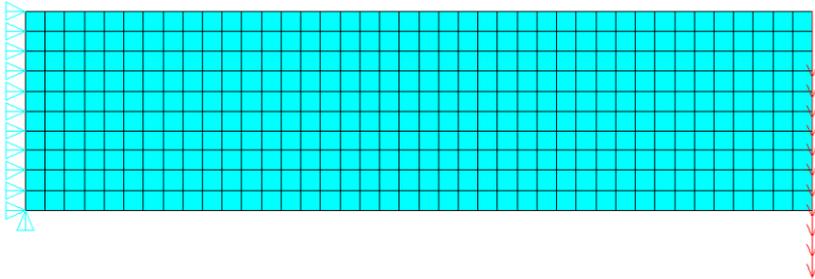
Esempio: trave a mensola
Come rappresentare l’incastro?



Il vincolo lungo “x” di tutti i nodi, impedisce anche la rotazione

SCHEMATIZZAZIONE VINCOLI/4 – Equivalenza cinematica

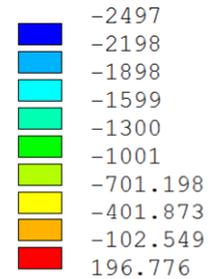
1 solo nodo vincolato lungo “Y”



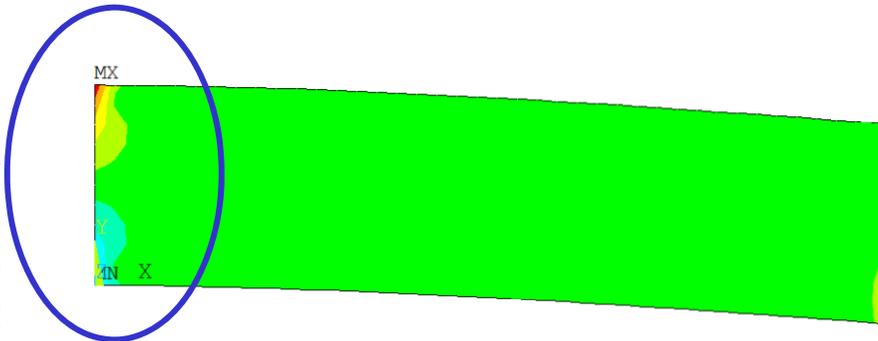
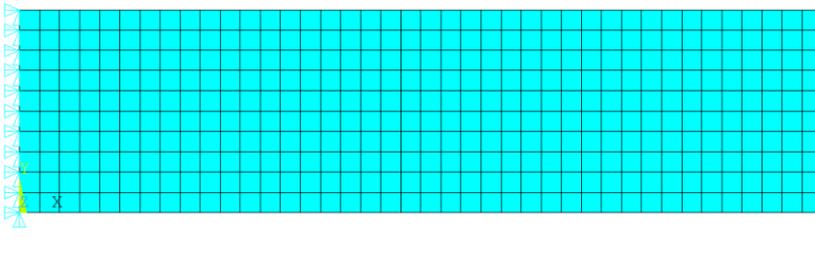
Singularità tensioni

AVRES=Mat
DMX =1.428
SMN =-2497
SMX =196.776

ZV =1
DIST=22.194
XF =20.177
YF =4
Z-BUFFER



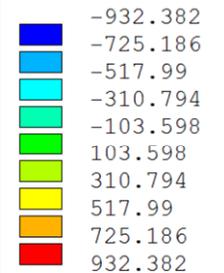
Tutti i nodi vincolati lungo “Y”



Tensioni da contrazione di Poisson impedita

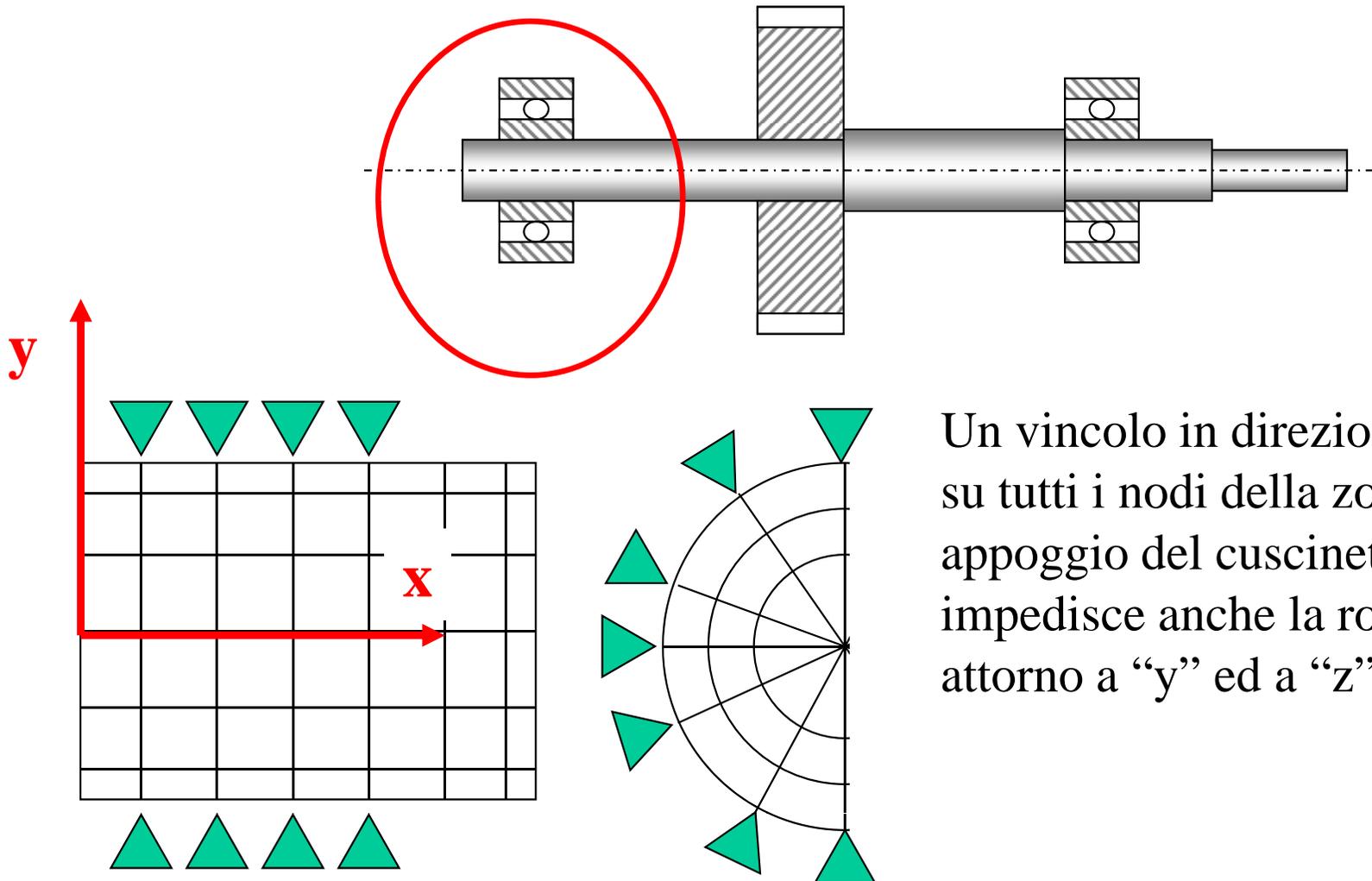
AVRES=Mat
DMX =1.416
SMN =-932.382
SMX =932.382

ZV =1
DIST=22.195
XF =20.178
YF =4.016
Z-BUFFER



SCHEMATIZZAZIONE VINCOLI/5 – Equivalenza cinematica

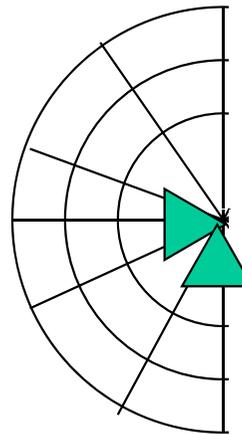
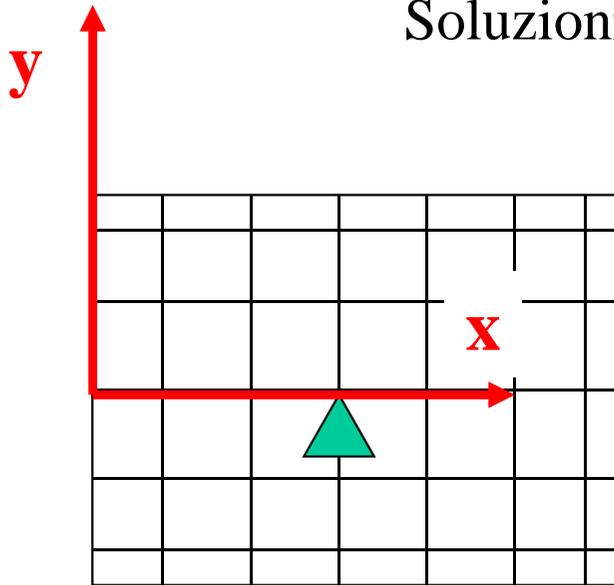
E' necessario garantire che l'insieme dei vincoli che si impongono sia cinematicamente corretto, cioè conservi i g.d.l. richiesti per la struttura.



Un vincolo in direzione radiale su tutti i nodi della zona di appoggio del cuscinetto impedisce anche la rotazione attorno a “y” ed a “z”

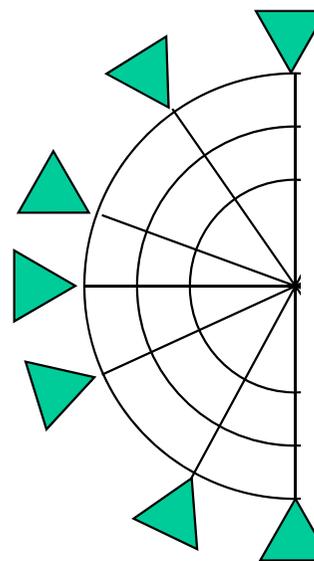
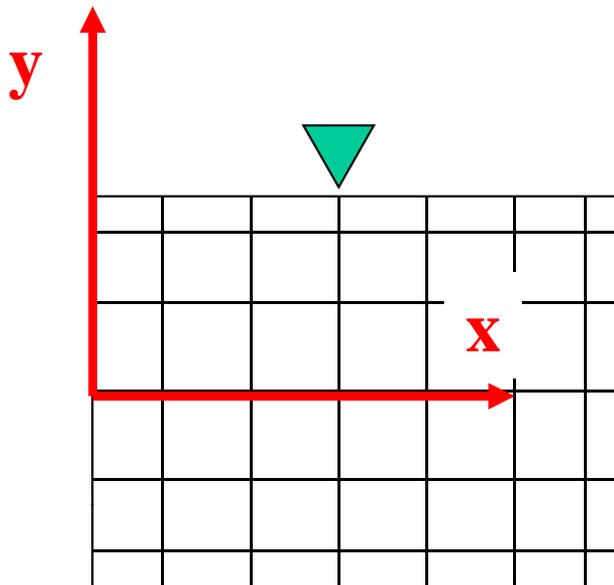
SCHEMATIZZAZIONE VINCOLI/6 – Equivalenza cinematica

Soluzioni cinematicamente corrette



Vincolare solo un nodo, in posizione corrispondente al centro di rotazione del cuscinetto.

Pb: tensioni singolari

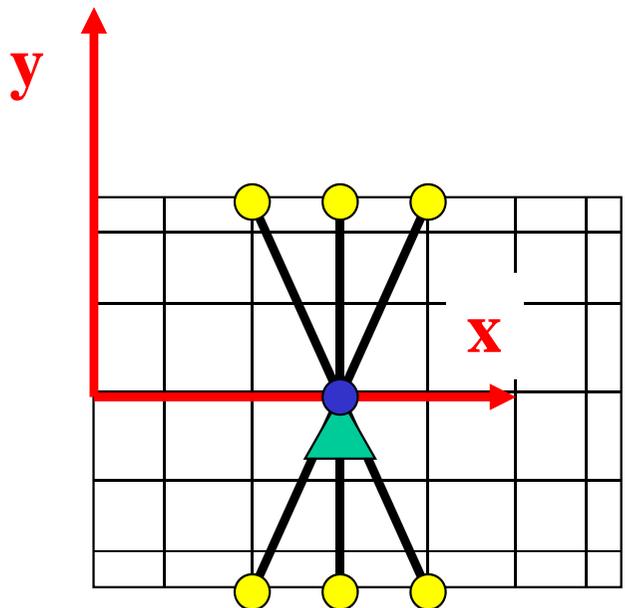


Vincolare in direzione radiale tutti i nodi esterni che giacciono sul piano medio del cuscinetto.

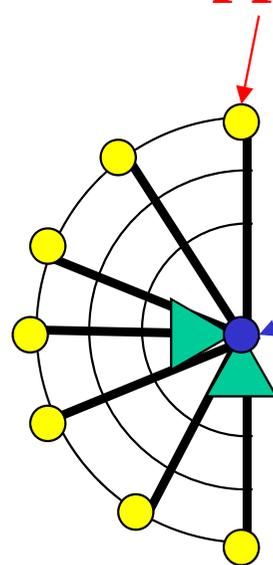
Pb: tensioni singolari

SCHEMATIZZAZIONE VINCOLI/7 – Equivalenza cinematica

Vincolare in direzione “y” e “z” un nodo non appartenente all’albero, ma posizionato in corrispondenza del centro di rotazione del cuscinetto.



Nodo appartenente all’albero

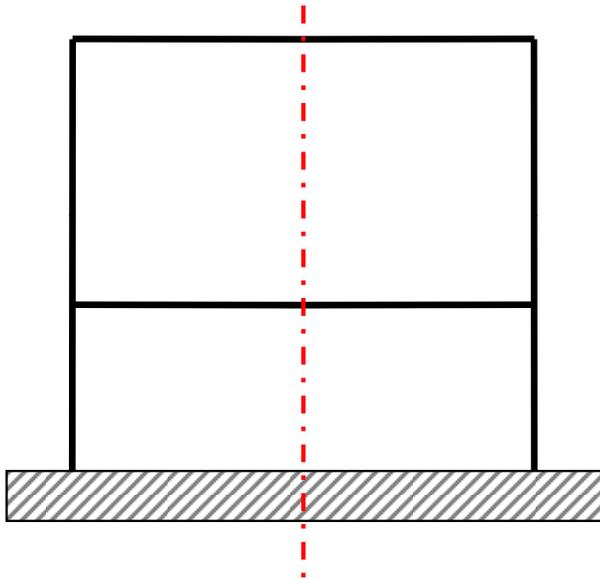


Nodo non appartenente all’albero

Connettere poi tale nodo a quelli della superficie di appoggio del cuscinetto tramite elementi “asta”.

SIMMETRIE GEOMETRICHE/1

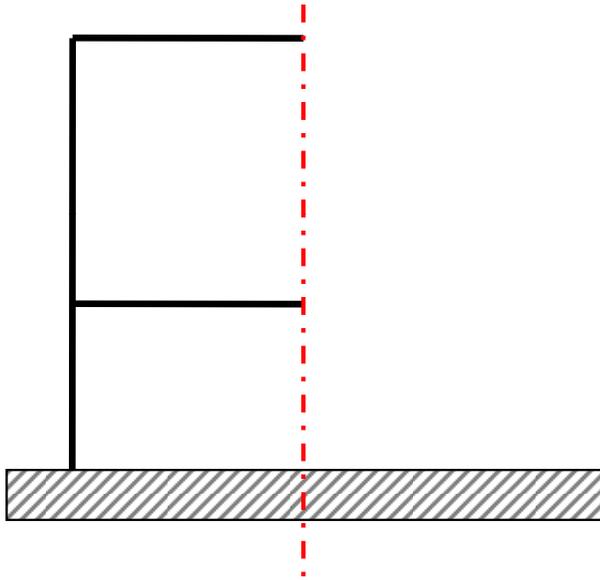
L'uso di considerazioni di simmetria consente di ridurre le dimensioni del modello.
I più comuni tipi di simmetria sono:



Simmetria speculare o di
riflessione

SIMMETRIE GEOMETRICHE/1

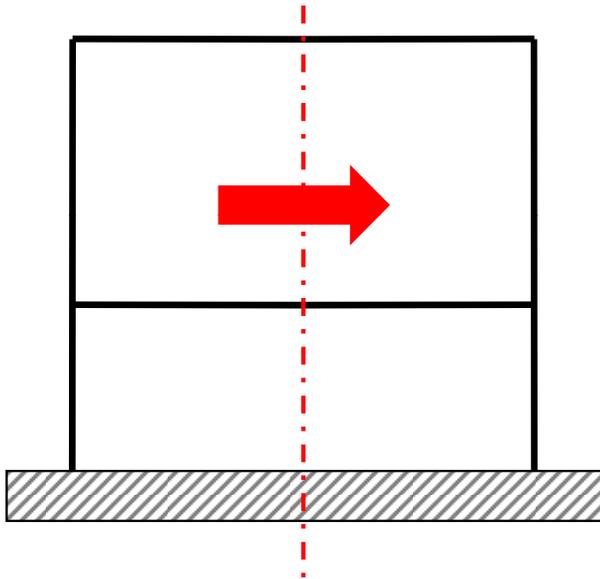
L'uso di considerazioni di simmetria consente di ridurre le dimensioni del modello.
I più comuni tipi di simmetria sono:



Simmetria speculare o di
riflessione

SIMMETRIE GEOMETRICHE/1

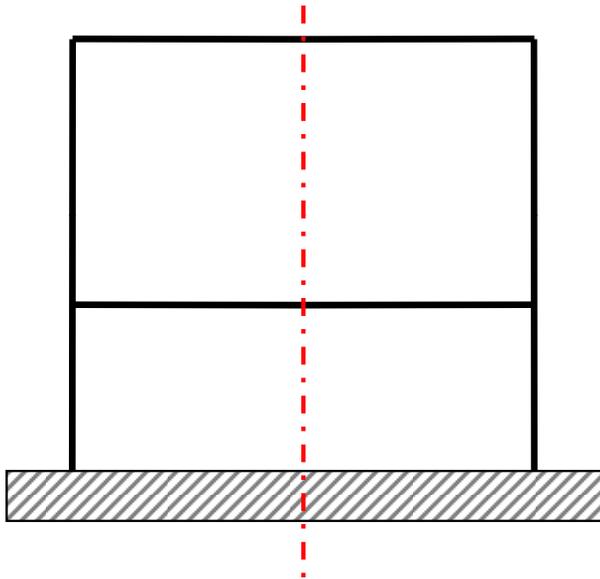
L'uso di considerazioni di simmetria consente di ridurre le dimensioni del modello.
I più comuni tipi di simmetria sono:



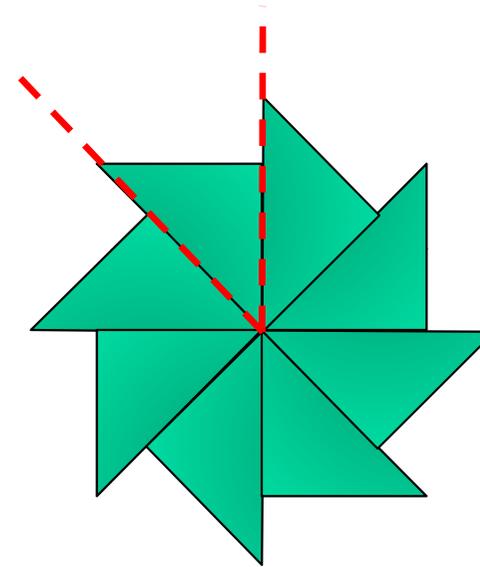
Simmetria speculare o di
riflessione

SIMMETRIE GEOMETRICHE/1

L'uso di considerazioni di simmetria consente di ridurre le dimensioni del modello.
I più comuni tipi di simmetria sono:



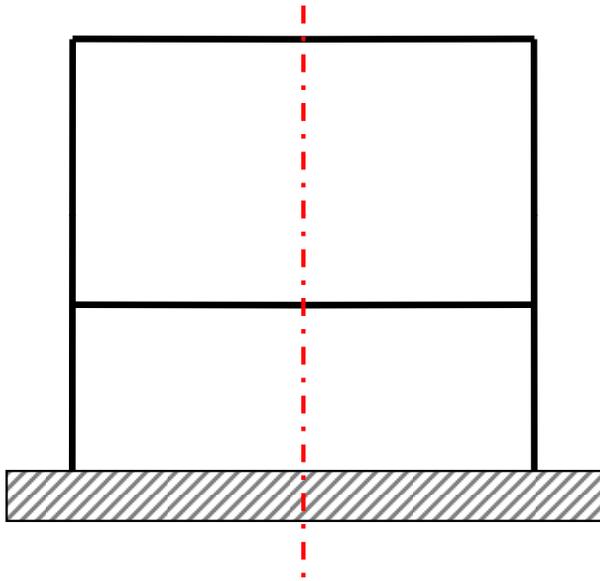
Simmetria speculare o di
riflessione



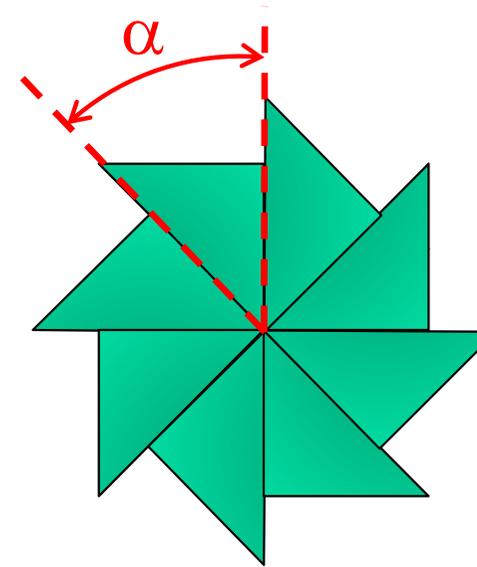
Simmetria polare o di
rotazione

SIMMETRIE GEOMETRICHE/1

L'uso di considerazioni di simmetria consente di ridurre le dimensioni del modello.
I più comuni tipi di simmetria sono:



Simmetria speculare o di
riflessione



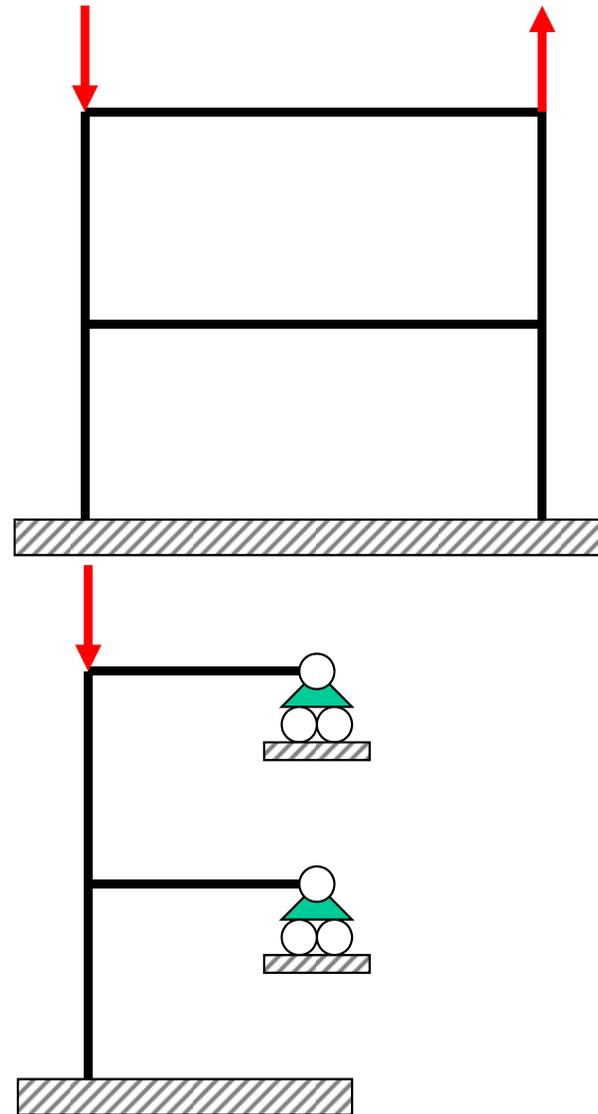
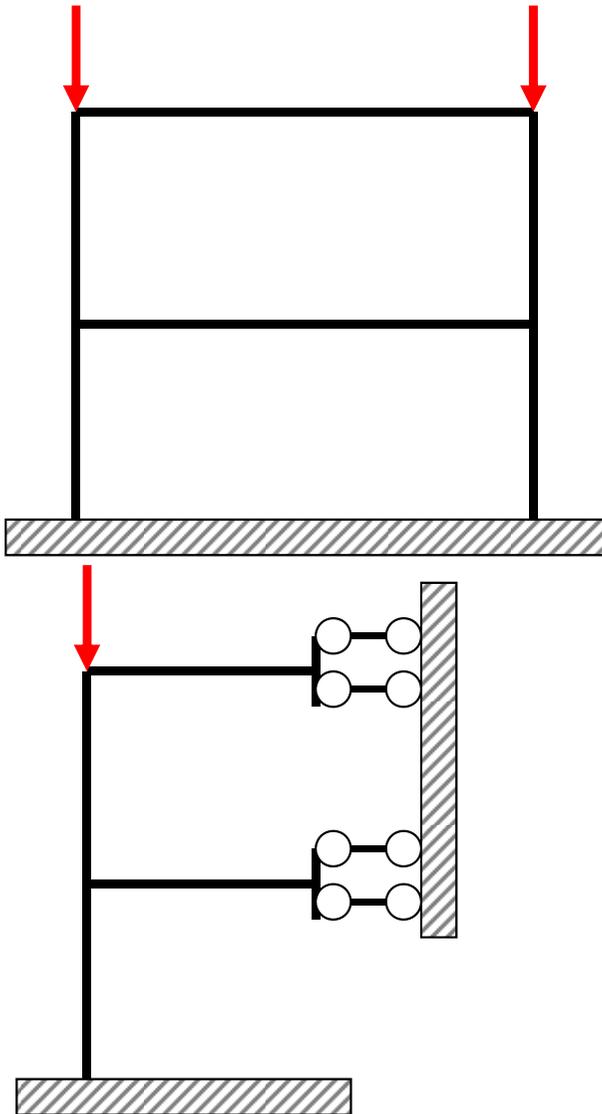
Simmetria polare o di
rotazione

Nota: la simmetria deve valere per :

- geometria
- vincoli
- proprietà materiale
- carichi

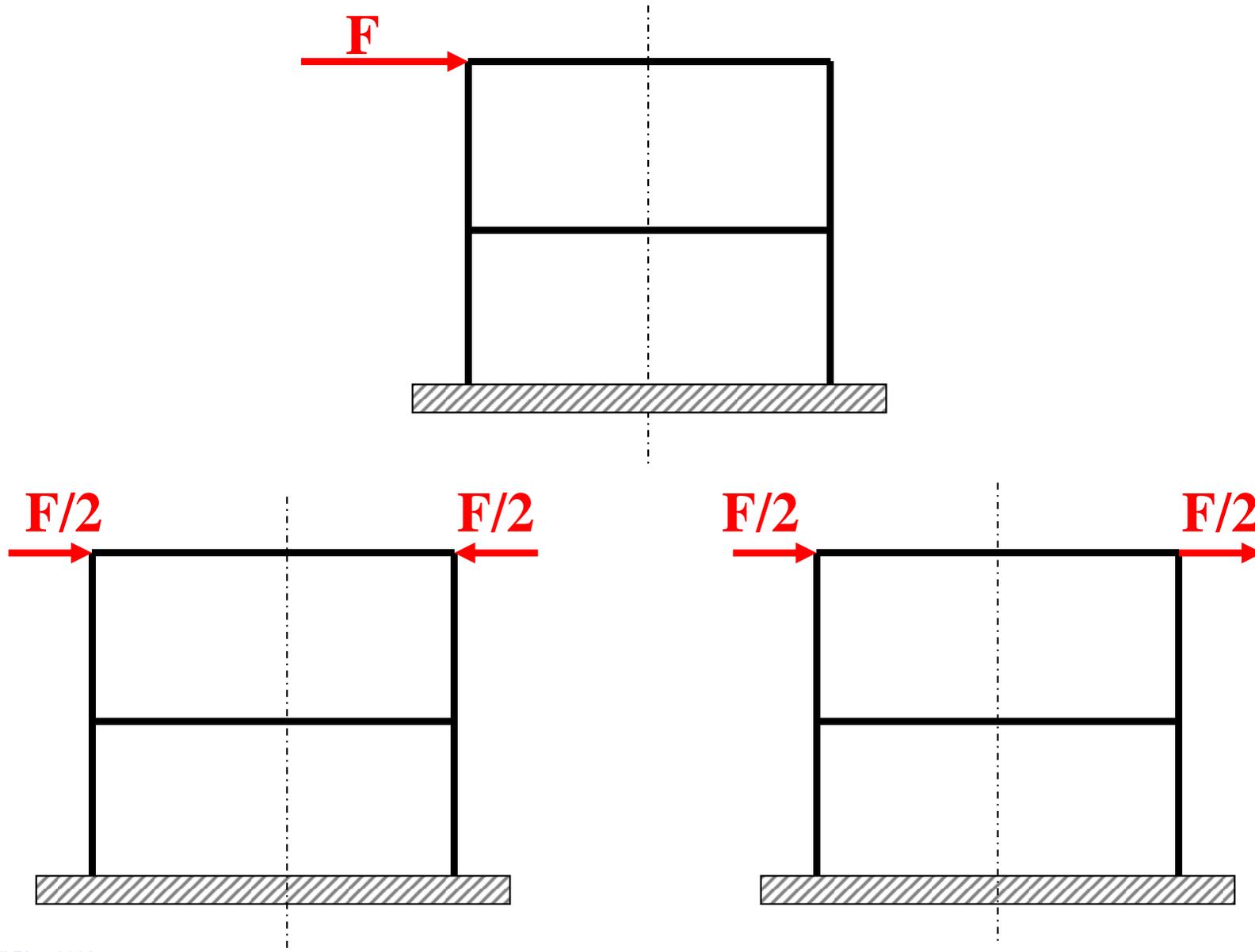
SIMMETRIE GEOMETRICHE/2

Sfruttando la simmetria si può includere nel modello solo una parte della struttura, sostituendo la parte mancante con opportuni vincoli sul piano di divisione.



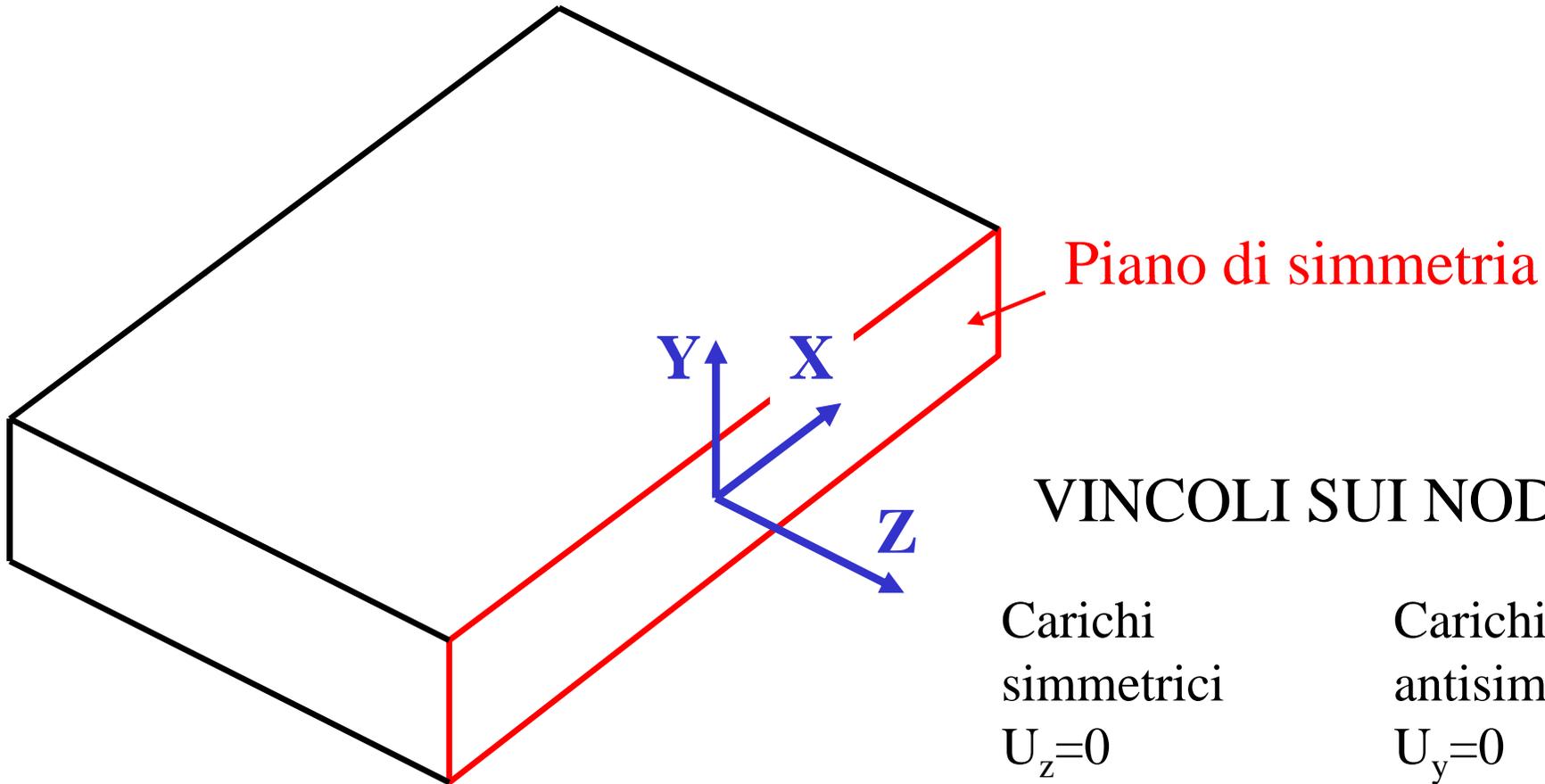
SIMMETRIE GEOMETRICHE/3

Una condizione di carico qualsiasi può essere scissa in una componente simmetrica ed in una antisimmetrica.



SIMMETRIE GEOMETRICHE/4 - Speculare

La struttura viene tagliata in corrispondenza del piano di simmetria



Piano di simmetria

VINCOLI SUI NODI

Carichi
simmetrici

$$U_z=0$$

$$ROT_x=0$$

$$ROT_y=0$$

Carichi
antisimm.

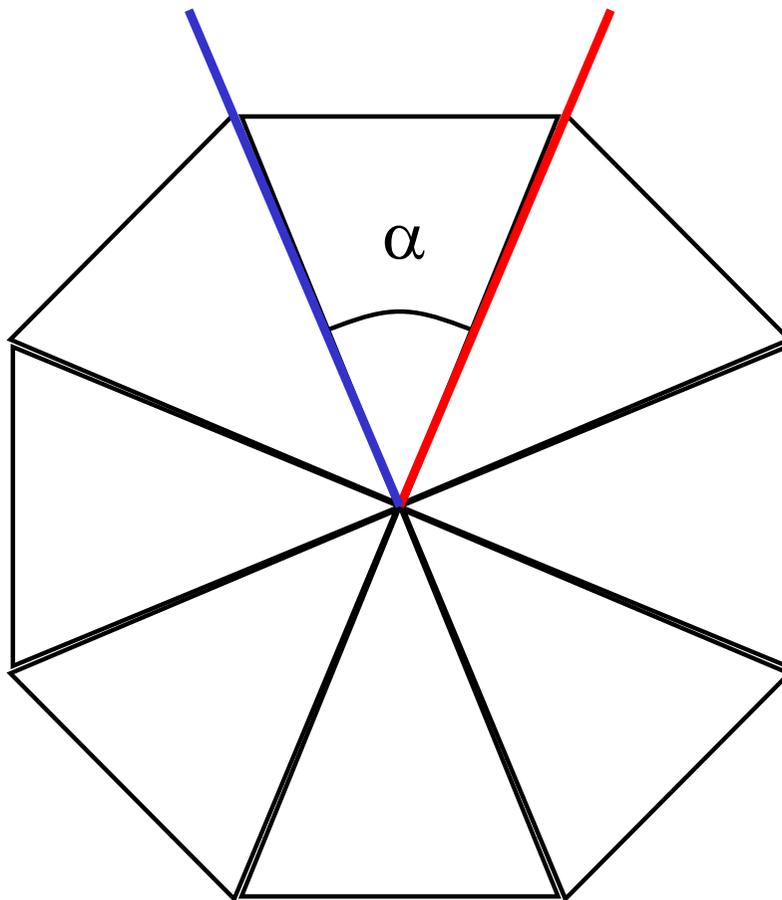
$$U_y=0$$

$$U_x=0$$

$$ROT_z=0$$

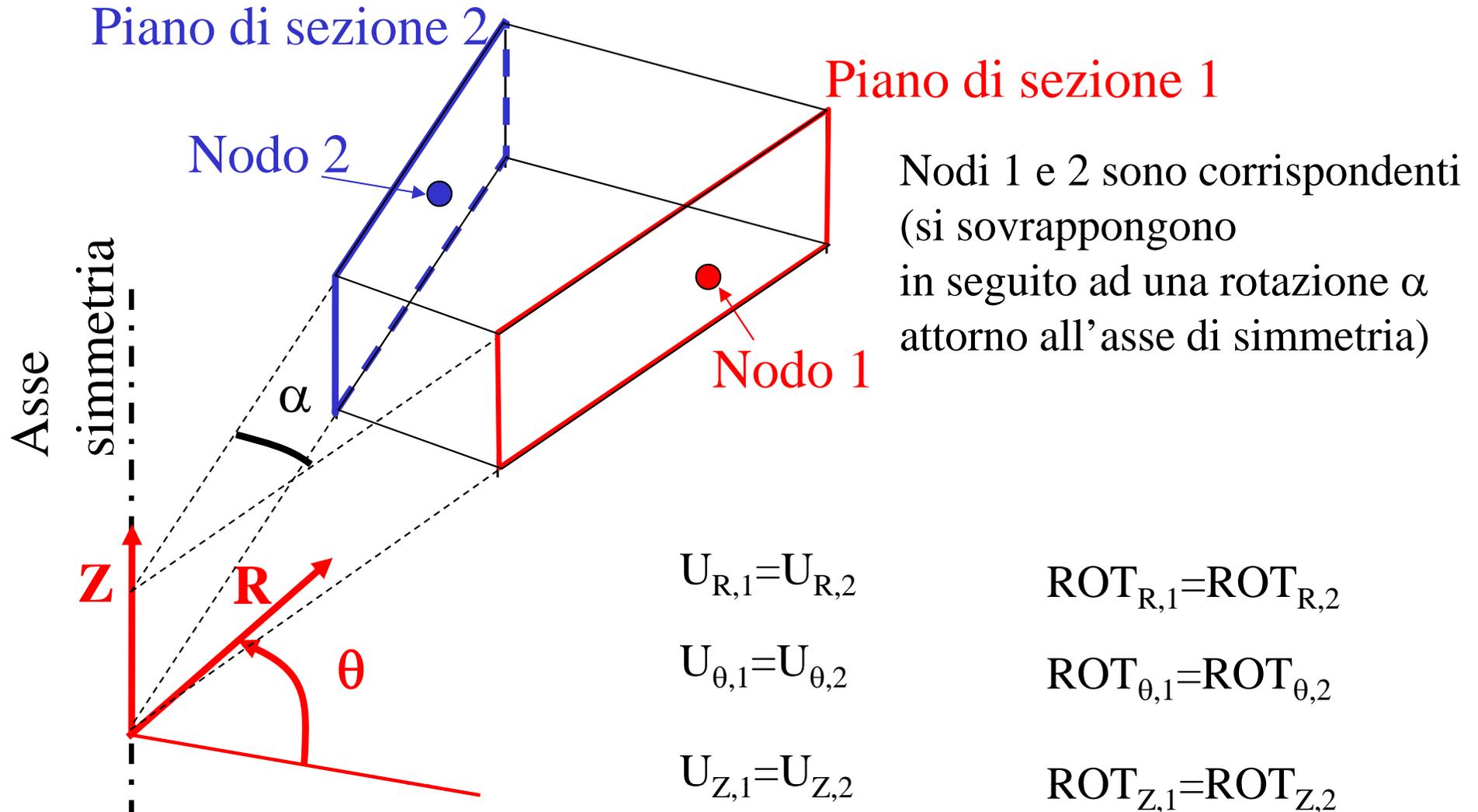
SIMMETRIE GEOMETRICHE/5 - Rotazione

Il corpo viene tagliato con due piani passanti per l'asse di simmetria, che delimitano la porzione “ciclica” della struttura



SIMMETRIE GEOMETRICHE/6 - Rotazione

Sui due piani di sezione è necessario individuare coppie di nodi corrispondenti (il mesh sulle due facce deve essere lo stesso)



Condizioni da imporre con CE o CP