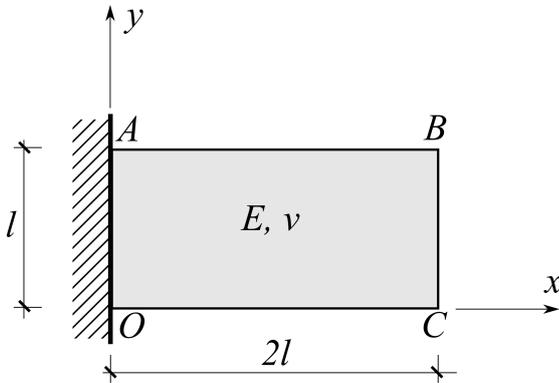


Prova scritta dell'8 giugno 2019



**Problema 1** [20/30]. Nei punti di un solido cilindro elastico la cui sezione trasversale è mostrata nella figura a lato è assegnato il seguente campo di spostamento piano nella deformazione,

$$u = 0, \quad v = a(x^2 - 4lx), \quad w = 0,$$

dove  $a$  è una costante positiva. Nella direzione ortogonale al piano del disegno il solido cilindrico si estende nella regione  $0 \leq z \leq H$ . Il cilindro è perfettamente incastrato a un supporto fisso su tutta la faccia avente il lato  $AO$  come traccia nel piano  $x, y$ .

- a) Il campo di spostamento è cinematicamente ammissibile?
- b) Scrivere le espressioni delle componenti di deformazione 'infinitesime' e chiarire per quali valori della costante  $a$  si

possono ritenere verificate le ipotesi di piccoli spostamenti e di piccole deformazioni.

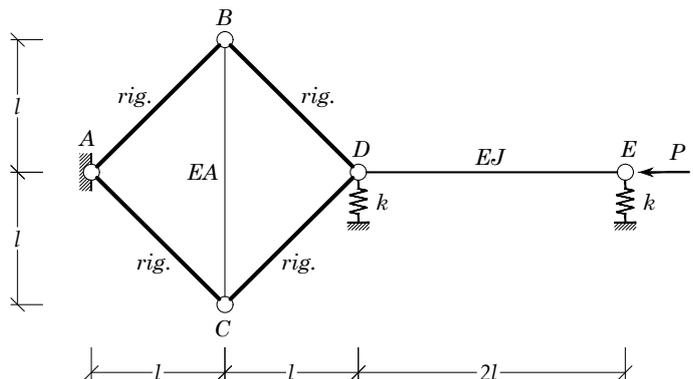
c) Con riferimento alla generica sezione trasversale del cilindro, determinare la variazione di lunghezza delle diagonali  $OB$  e  $AC$ .

d) Assumendo che il materiale di cui è formato il cilindro sia di Lamé, determinare le espressioni delle componenti di sforzo. Determinare le forze di volume e di superficie in equilibrio con le tensioni individuate.

e) Determinare la risultante delle azioni interne che la porzione superiore  $ABO$  esercita su quella inferiore,  $OBC$ , attraverso la superficie di traccia  $OB$  nel piano  $x, y$ .

f) Assumendo valido per ipotesi il criterio di crisi di Tresca, e indicando con  $\sigma_0$  la massima tensione ammissibile del materiale, determinare il massimo valore di  $a$  cui corrisponde una risposta elastica del materiale in tutti i punti del cilindro.

**Problema 2** [10/30]. Nel problema di instabilità elastica mostrato in figura, la trave  $DE$  è flessibile e inestensibile, l'asta  $BC$  è estensibile e le aste  $AB, BD, AC$  e  $CD$  sono rigide.



a) Determinare il valore del carico  $P$  in corrispondenza del quale possono insorgere fenomeni di instabilità dell'equilibrio elastico nel caso in cui le travi  $BC$  e  $DE$  si possano considerare rigide.

b) Determinare il valore del carico  $P$  in corrispondenza del quale possono insorgere fenomeni di instabilità dell'equilibrio elastico nel caso in cui la rigidità delle molle in  $D$  ed  $E$  sia così elevata da poterla considerare infinita.

c) Scrivere, nel caso generale, le equazioni differenziali che descrivono il problema di instabilità flessionale e le condizioni al bordo che le completano.

Avvertenze: tutte le risposte devono essere adeguatamente giustificate; scrivere su ogni foglio protocollo il proprio nome, cognome e numero di matricola; alla fine della prova, consegnare tutti i fogli utilizzati.

Studente (nome e cognome)

(numero di matricola: \_\_\_\_\_)

)